

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова

Кришанович Стефан, группа МСУ-201

**ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ МАСС В БАССЕЙНЕ РЕКИ ДУНАЙ ПО ДАННЫМ GRACE**

Курсовая работа  
по направлению 01.04.04 Прикладная математика  
студента образовательной программы магистратуры  
«Системы управления и обработки информации в инженерии»

Студент Кришанович Стефан

Руководитель  
доктор физико-математических наук  
Зотов Леонид Валентинович

Москва 2021 г.

# Содержание

1 Введение	1
2 Описание бассейна реки Дунай	1
3 Гравиметрические спутники GRACE	5
4 Гравиметрические спутники GRACE-FO	6
5 Данные по Дунаю	7
5.1 Данные по Дунаю со спутников	7
5.2 Данные по Дунаю с сайта Немецкого Федерального института гидрологии	9
5.3 Данные по Дунаю с гидрометеорологического сайта Сербии	11
Список литературы:	13

## 1 Введение

Предлагаемая исследовательская работа посвящена изучению стока крупных рек, что является актуальным в связи с происходящими на Земле изменениями климата, регулированием рек и строительством всевозможных гидросооружений.

Наше внимание в данной работе привлекла река Дунай, являющаяся крупнейшей рекой Западной Европы, впадающей в Чёрное море.

Данная работа, включающая сравнение как исторических записей, так и данных современных спутников может послужить неким началом и основанием для будущих исследований.

## 2 Описание бассейна реки Дунай

Дунай - вторая по протяжённости река в Европе (после Волги), самая длинная река на территории Европейского Союза. Длина — 2860 км. Берёт исток в горах Шварцвальда в Германии. [8]



Рисунок 1: Исток Дуная

Дунай протекает по территории десяти государств: Германии, Австрии, Словакии, Венгрии, Хорватии, Сербии, Болгарии, Румынии, Украины и Молдавии; проходит через такие столицы Центральной и Юго-Восточной

Европы, как Вена, Братислава, Будапешт и Белград. Река впадает в Чёрное море, образуя дельту на границе Румынии и Украины; румынская часть этой дельты внесена в список объектов Всемирного наследия ЮНЕСКО.

Ранние достоверные сведения о Дунае содержатся в сочинениях древнегреческого историка Геродота, который писал во второй книге «Истории», что река Истр (древнегреческое название Дуная) начинается в стране кельтов и течет, пересекая Европу посередине. Современное название дали кельты, которые обитали тут в первой половине первого тысячелетия до нашей эры. В 105 году нашей эры римский император Траян построил первый каменный мост через Дунай.

Свое начало водный поток берёт в горном массиве Шварцвальд. Находится он в юго-западной части Германии. В этих местах располагается небольшой немецкий город Донауэшинген. В предместье города на высоте 678 метров над уровнем моря сливаются вместе 2 горных ручья: Брег и Бригах. Именно они и объединяются в речушку, которая постепенно превращается в одну из важнейших водных артерий Европы.



Рисунок 2: Река Дунай

Течение реки условно делят на верхнее, среднее и нижнее. Верхнее считается от истока до Вены. Это самая настоящая горная река. Течёт она в узкой долине между Альпами и Чешским массивом, которая характеризуется крутыми склонами. До города Ульма ширина водного потока составляет 20-80 метров. Ниже по течению русло расширяется и достигает в ширину 100-300 метров. Во многих местах русло ограждено и выправлено дамбами. Среднее течение считается от Вены до ущелья, носящее название Железные Ворота. На этом участке русло проходит по Среднедунайской равнине.

Речная долина широкая и варьируется в пределах от 5 до 20 км. Русло довольно извилистое и разветвленное. Местами водный поток пробивается через хребты и образует долины. В таких местах он сужается до 150 метров, а глубина возрастает до 20 метров. В ущелье Казане максимальная глубина достигает до 70 метров.

Нижнее течение пересекает Нижний Дунайскую равнину. Считается оно от ущелья Железные ворота до устья. В этом месте река Дунай носит равнинный характер. Широкая пойменная долина, ширина которой достигает до 10-20 км, разветвляется на протоки и рукава. Ширина водного потока достигает до 2 км, глубина составляет 5-7 метров.

В устье река образует дельту, которая по своей площади уступает лишь площади Волги. Площадь её составляет 4150 кв. км. Из них 3,5 тыс. кв. км находятся на территории Румынии, а остальная часть принадлежит Украине. По своему характеру дельта болотистая и изрезана рукавами. Имеются 3 главных рукава или гирла. Это Килийское, Георгиевское и главное судоходное – Сулинское. Длина дельты составляет 75 км, ширина равна 65 км. Каждое гирло создаёт свои дельты и впадает в Чёрное море по отдельности.

Большая часть устьевой области реки Дунай расположена на аккумулятивной, аллювиально-дельтовой равнине, слабо расчленённой оврагами и балками. Речная долина с комплексом пойменных террас голоценового возраста переходит в деловую равнину, заканчивающуюся аккумулятивным лопастным типом морского берега. На крайнем севере и юге побережья устьевой области берега - первично-аккумулятивные деградирующие, в Жебриянской бухте - аккумулятивные выровненные; на большей части нижней границы дунайской дельты берега дельтового типа. Средняя многолетняя скорость нарастания берега от 4 до 120 – 180 м в год. Между Сельским и Георгиевским рукавами скорость нарастания берега составляет 11-70 м. Южнее происходит абразия аккумулятивных берегов со скоростью 6-17 м в год.

Рельеф дна устьевого взморья представлен подводной дельтой, прибрежной отмелью, равниной волнового абразионно-аккумулятивного выравнивания. С севера и вдоль устьевого участка Дуная по данным расположены предполагаемые тектонические разломы и очаги землетрясений (эпицентры землетрясений отмечены на глубине 10-30 км). Платформенные структуры представляют собой Добруджинский прогиб и погруженный склон Добруджи, коренные породы образованы в плиоцене, в антропогеновых отложениях преобладают аллювиально-озерные отложения речных пойм. Мощность аллювиальных отложений значительна, на отдельных участках до

100 и более метров. В геологических разрезах обнаружены карстующиеся породы, которые определяют ландшафтные и инженерно-технические особенности территории устьевой области р. Дунай. В южной части устьевой области (южнее Георгиевского рукава) распространён карбонатный, известняковый карст. По характеру перекрывающих отложений он относится к трём типам: покрытый (карстующиеся породы покрыты осадочными не сцементированными отложениями мощностью более 2 м), открытый (карстующиеся породы обнажаются на поверхности или покрыты осадочными не сцементированными отложениями мощностью до 2 м), перекрытый (карстующиеся породы перекрыты осадочными сцементированными, магматическими и метаморфическими породами. Из разведанных полезных ископаемых в левобережной части устьевом участка реки имеются угленосные площади и предполагаемые нефтегазоносные районы. Грунты русла на устьевом участке реки состоят в основном из мелкозернистого, пылеватого и илистого песка на голубовато-серых древних глинах; дельте берега и русла сложены из глинистого ила с песчаными прослойками, некоторые рукава выносят песчаный материал. В составе грунтов Килийской дельты преобладает иловатый песок, Георгиевской - глинистый песок, приморская часть Сулинского рукава сложена иловатыми и пылеватыми глинами. На устьевом взморье грунты располагаются параллельно нижней границе дельты.

Устьевая область расположена в Причерноморском артезианском бассейне. Пресные воды распространены преимущественно в кайнозойских отложениях. Водоносные горизонты расположены на различной глубине, водоупором служат плотные суглинки и глины. Основные водоносные горизонты приурочены к пескам с прослоями песчаников сарматского яруса, в долине реки подземные воды в песках и известняках понтического яруса, в дельте - в антропогенных-аллювиальных отложениях. Подземные воды верхнего неогена порово-пластовые. Питание грунтовых вод происходит в основном за счёт инфильтрации в период паводков и осадков. По типу минерализации подземные воды устьевой области р. Дунай довольно разнообразны: хлоридно-сульфатно-натриевые, гидрокарбонатно-хлоридно-кальциевые, сульфатно-хлоридные и др.

Для реки характерны рукава. Некоторые из них отходят от основного водного потока более чем на 10 км. Самыми длинными считаются Мошенский рукав, Дуная-Веке, Малый Дунай, Борча и Шорокшар Ский. Следует отметить, что бассейн водного потока ассиметричен. На его правобережную часть приходится 44%, а на левобережную – 56%. Большая часть притоков находится в горной местности, а на равнинном ландшафте их очень мало. Что касается притоков, то их насчитывается 300. Притоки в



основной своей массе судоходны. Из них можно назвать Иллер, Изар, Мораву, Драву, Тиссу, Прут, Сирет и Грон.

Питание реки Дунай происходит за счет таяния высокогорных снегов, жидких осадков и грунтовых вод. Река принимает по пути притоки с различными условиями питания. Верхний Дунай питается преимущественно за счет снеготаяния в Альпах, в основном летом, и жидких осадков. Притоки Среднего Дуная приносят воду от весеннего снеготаяния в Карпатах (Тисса) и жидких осадков летом. Осенью, во время засушливого периода, и зимой Средний Дунай питается подземными водами.

Нижний Дунай в основном является транзитным участком, несущим воду сверху. Частично здесь добавляется вода за счет таяния снегов в Карпатах, а частично – за счет жидких осадков.

Наивысшие годовые уровни воды могут быть в любом месяце года, однако на Верхнем и Среднем Дунае наиболее часто они наступают летом, а на Нижнем Дунае – весной.

Температурный режим в бассейне Дуная обуславливается в основном характером циркуляции воздушных потоков и особенностями рельефа местности.

Температура воды р. Дунай изменяется как по времени года, так и по своей протяженности сверху вниз и в любом живом сечении не является постоянной. Это связано прежде всего с температурой окружающего воздуха, солнечной радиацией, а также с температурой вод, питающих Дунай.

Максимальная температура воды реки Дунай наблюдается в июле – августе и равна в среднем 18 – 19°C на участках Верхнего Дуная и 24 -26°C на Нижнем Дунае. [10][11]

### 3 Гравиметрические спутники GRACE

GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) - совместная спутниковая миссия NASA (Национальное управление по аэронавтике и исследованию космического пространства) и DLR (Германского центра авиации и космонавтики), предназначенная для изучения гравитационного поля Земли и его временных вариаций. Данные со спутников GRACE являются важным инструментом изучения океана, геологии и климата Земли. Миссия GRACE детектировала изменения в распределении масс на планете, таяние ледниковых щитов Гренландии и Антарктиды, данные миссии позволили получить представление о региональной гидрологии.

GRACE – одна из самых успешных миссий по наблюдению за Землей в последние 20 лет. В основе лежала микроволновая система измерения между

двумя спутниками — близнецами, летящими на расстоянии около 220 километров, на высоте 500 километров над Землей. Спутники - близнецы - GRACE были запущены в орбиту с космодрома "Плесецк" в марте 2002 года и проработали до ноября 2017 г., когда заряд аккумуляторов иссяк, и спутники пошли на снижение.

Расстояние между спутниками измерялось микроволновым радаром в К - диапазоне (основной инструмент эксперимента GRACE, состоящий из четырех ключевых элементов: USO, KBR, SLAMPER, IPU). Это расстояние - источник информации о гравитационном поле нашей планеты.

Дополнительное движение и ориентация спутников регистрируется с помощью GPS, акселерометров и звездных датчиков. Для картирования поля всей Земли требуется один месяц. Исходные измеренные величины поступают на обработку и превращаются в данные первого и второго уровня. Последние, использованные нами, представляют собой коэффициенты разложение гравитационного поля по сферическим функциям с шагом в месяц.

Далее мы применяли многоканальный сингулярный спектральный анализ (МССА), который позволил устранять меридиональные шумы и разделить компоненты изменчивости сигнала.

## 4 Гравиметрические спутники GRACE-FO

Миссия GRACE-FO, совместно созданная NASA и DLR, была запущена 22 мая 2018 года ракетой SpaceX с авиабазы Ванденберг, Калифорния. Во время проверок на орбите был обнаружен сбой и 19 июля 2018 года система была временно отключена. После реагирования JPL резервная система в MWI была включена 19 октября 2018 года, и GRACE-FO возобновила проверку на орбите. GRACE-FO приступила к научному этапу своей миссии 28 января 2019 года.

Орбита и конструкция миссии GRACE-FO очень похожа на миссию-предшественника GRACE. GRACE-FO использует двустороннюю микроволновую связь для измерения дальности между спутниками, как и GRACE, что обеспечивает такую же точность определения расстояния между спутниками. Однако GRACE-FO оснащен также лазерным интерферометром (LRI), что позволяет определять расстояние между спутниками на порядок точнее.



Спутники GRACE-FO получают электроэнергию от панелей солнечных элементов из арсенида галлия, покрывающих внешнюю сторону каждого спутника.

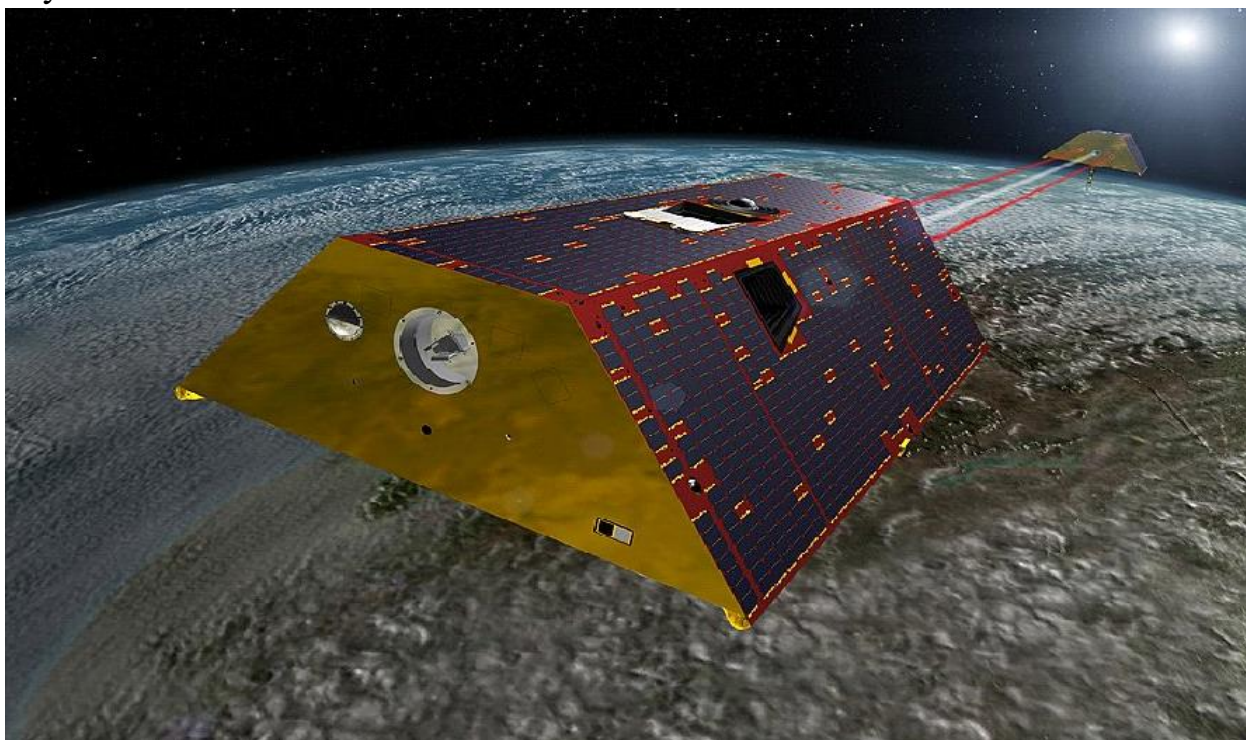


Рисунок 3: Спутник GRACE

Что касается обработки и подготовки данных GRACE и GRACE-FO, их осуществляют центры GFZ, JPL, CSR и ряд других. Мы используем данные второго уровня L2 релиза RL06 в виде ежемесячных коэффициентов Стокса до 60-й степени и порядка. Месяца пропущенных данных при интерполированы.

Данные GRACE содержат меридиональные шумы. Орбитальные и инструментальные погрешности коррелируют с коэффициентами Стокса, что является причиной шумов. Для их удаления мы используем Эти метод МССА [1].

Использование данных GRACE и GRACE-FO способствует увеличению точности прогнозов паводков, половодий, урожайности сельскохозяйственных культур. Гравитационное поле над океанами позволяет исследовать перераспределения масс океана, течения в нем, приток масс.

## 5 Данные по Дунаю

В данной работе будут рассматриваться данные по расходу и уровню воды в реке Дунай из трех источников. Со спутников GRACE/ GRACE-FO, с сайта федерального института гидрологии ([www.bafg.de](http://www.bafg.de)) и с гидрометеорологического сайта Сербии ([www.hidmet.gov.rs](http://www.hidmet.gov.rs)). Данные миссии GRACE усреднены по бассейну реки Дунай и имеют ежемесячный шаг с апреля 2002 года по ноябрь 2017 года. Данные с немецкого сайта доступны с 1931 года по 2003 года. Данные с гидрометеорологического сайта Сербии по станции Нови Сад оцифрованы с 2004 года по 2020 год.

### 5.1 Данные по Дунаю со спутников

Данные GRACE переводятся в так называемый эквивалентный уровень воды ЭУВ в сантиметрах. Он характеризует какой толщины плоский слой воды нужно добавить или убавить, чтобы компенсировать гравитационные аномалии. Мы усредняем данные в бассейне реки Дунай, наложив маску гидрологической сети рек Global 30-minute potential network v601. Так, на рис. 4 показаны аномалии по бассейну для января 2017 г.

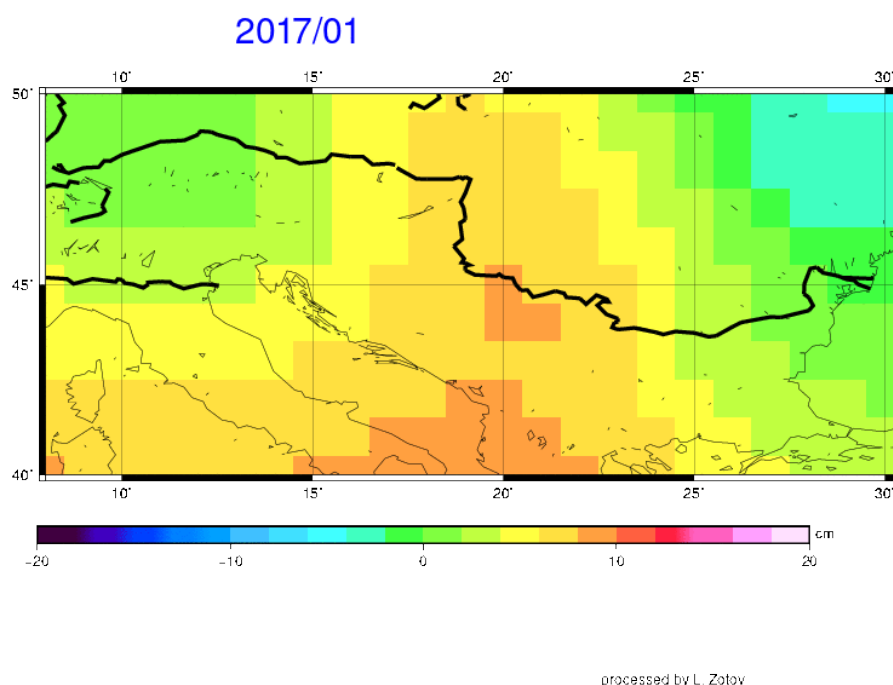


Рисунок 4. Аномалии масс (ЭУВ) в бассейне Дуная по данным GRACE в январе 2017 г.

Представленные далее графики отражают аномалии масс, усредненные по бассейну реки Дунай.

На рис. 5 синей кривой представлены несглаженные исходные данные GRACE, серой – GRACE FO. Сглаженные методом многоканального сингулярного спектрального анализа МАССА [1] данные показаны красной и оранжевой кривыми, соответственно. Из них видно, что максимумы в уровне воды приходятся на весенний сезон. Где-то в марте-апреле начинается таяние снега в истоках реки, возрастает количество осадков, что ведет к увеличению стока Дуная и росту уровня воды.

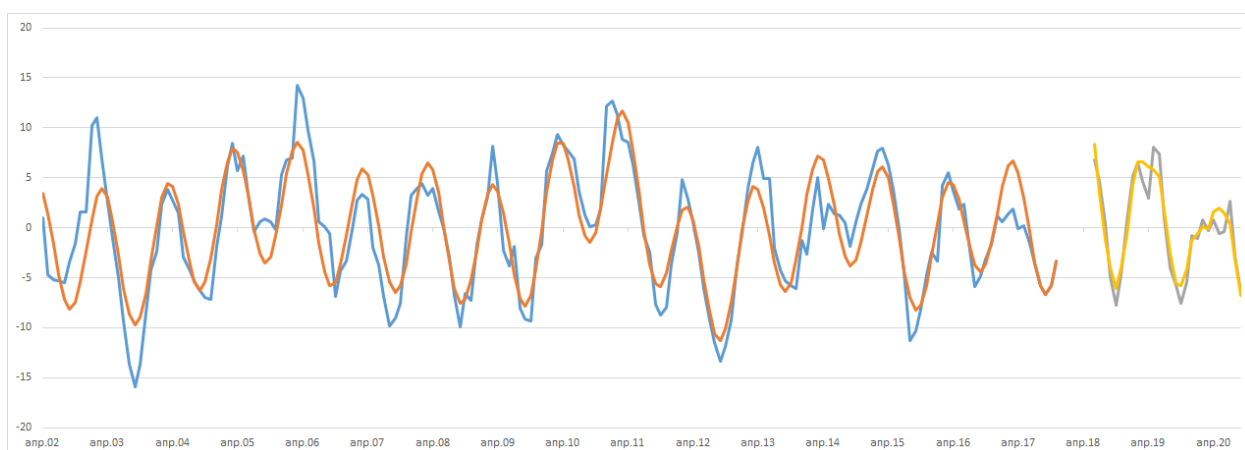


Рисунок 5: Изменение масс в бассейне реки Дуная по данным GRACE и GRACE-FO

## 5.2 Данные по Дунаю с сайта Немецкого Федерального института гидрологии

Федеральный институт гидрологии (VfG) является немецким научным институтом деловой части Федерального министерства транспорта и цифровой инфраструктуры [6]. Он занимается сбором, хранением и предоставлением доступа к гидрологическим данным по рекам.

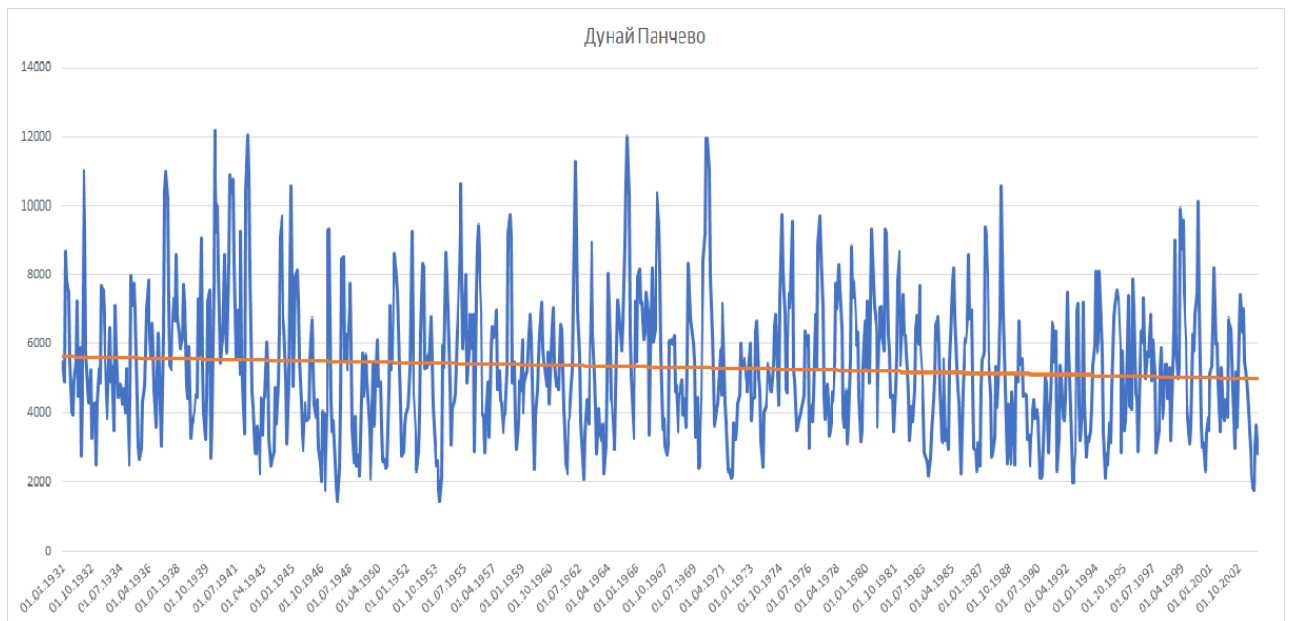


Рисунок 6: Объем стока реки Дунай с 1931 года по 2003 году

Данные по объему стока реки Дунай с немецкого сайта показывают сколько кубических метров воды проходит через створ реки за одну секунду. На рис. 6 видно что объем стока реки Дунай с 1931 медленно идет на спад. В таблице 1 представлены некоторые вычисленные по этим данным статистические характеристики ( $\text{м}^3/\text{с}$ ).

	Число месяц ев	Средн ее значен ие	Станд артное откло нение	Мини мум	25%	50%	75%	Макси мум
Значе ние	876	5321.9 6	2020.2 3	1454	3818.7 5	5040	6572.5	12173

Вычисленное по 876 месяцам с 1931 по 2003 год значение среднего стока воды составляет  $5322 \text{ м}^3/\text{с}$ , стандартное отклонение от этого среднего -  $2020 \text{ м}^3/\text{с}$ .

Далее попробуем подобрать модель, способную описать данные. Представим данные как аддитивную модель в виде

$$X_t = m_t + y_t, \quad t = 1, \dots, n$$

- $m_t$  — детерминированная (неслучайная) составляющая ряда, а
- $y_t$  — случайная компонента

$$m_t = f_t + s_t, \quad t = 1, \dots, n$$

- компонента  $f_t$ , называемая трендом, описывает достаточно плавные, долговременные, не циклические тенденции в изменении показателя  $X_t$ ;
- компонента  $s_t$  называемая сезонной, описывает регулярные колебания показателя  $X_t$  в течении некоторого известного периода  $d$  (год, месяц, неделя, день);

С помощью программных пакетов на языке питоне выполнен анализ и моделирование временного ряда изменчивости расхода Дуная.

В качестве трендовой составляющей ряда  $X_t$ , выбрана линейная функция вида  $f_t = at + b$ . Оценки коэффициентов линейного тренда составили  $a = -0.75$  м<sup>3</sup>/с  $b = 5649$ .

После вычитания этого тренд смоделирована сезонная компонента.

Оставшаяся случайная компонента  $y_t$  моделировалась авторегрессией. На рис. 7 представлены АКФ (автокорреляционная функция) и ЧАКФ (частная автокорреляционная функция) ряда из которого удален тренд и сезонная компонента.

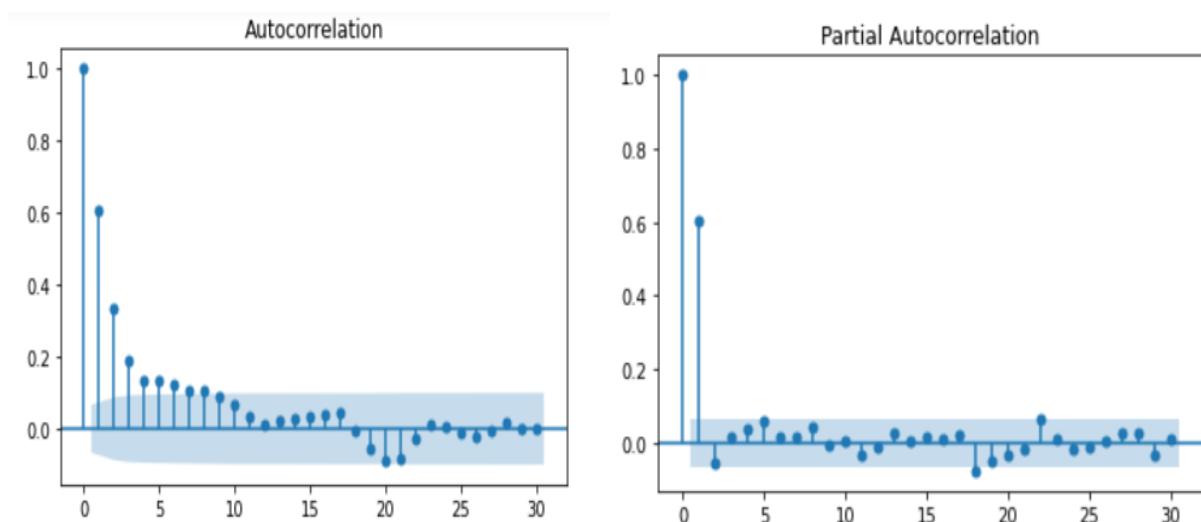


Рисунок 7: Автокорреляционная функция(слева) и частная автокорреляционная функция (справа)

На основе выборочных АКФ и ЧАКФ мы пришли к выводу, что имеет смысл использовать в качестве модели авторегрессию первого порядка. Этот вывод сделан на основе критериев АИС и ВИС, оказавшихся наименьшими для модели AR(1), даже в сравнении с моделями авторегрессии скользящего среднего (ARMA) и интегрированного скользящего среднего (ARIMA). После этого был определен коэффициент авторегрессии  $a=0.6$ .

$$y_t = 0.6 * y_{t-1} + 2046$$

$$X_t = -0.75t + 5649 + s_t + y_t, \quad t = 1, \dots, n$$

На следующем графике 8 представлены реальные данные и полученная модель, описывающая эти данные.

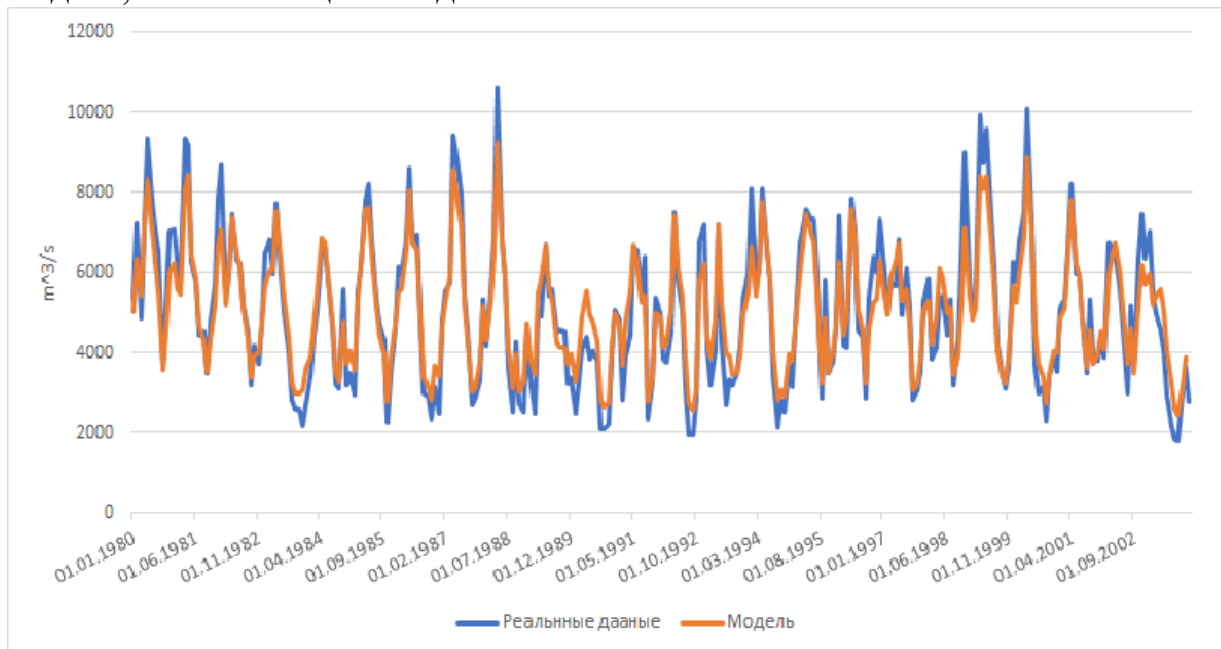


Рисунок 8: Уровень воды с 1980 года по 2003 году

### 5.3 Данные по Дунаю с гидрометеорологического сайта Сербии

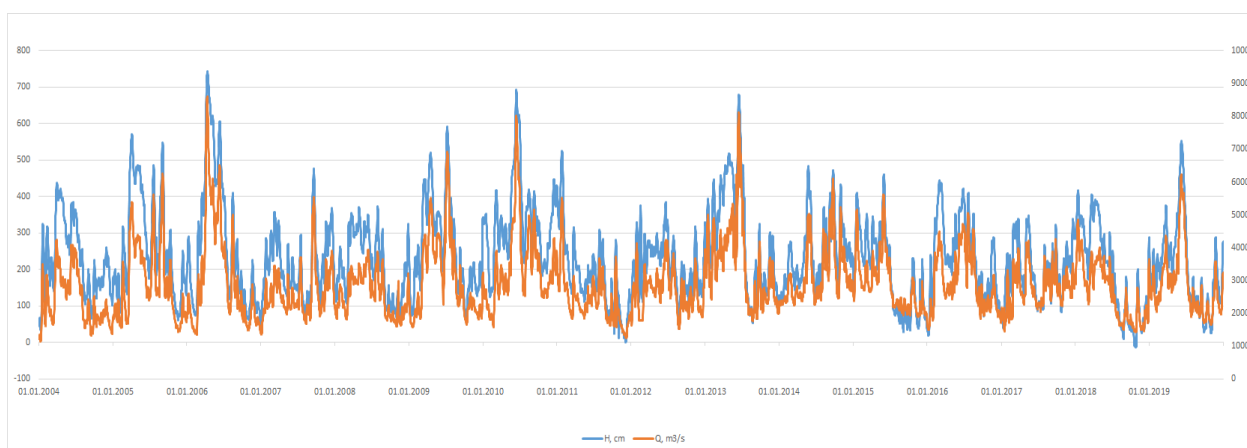


Рисунок 9: Сток воды и уровень воды с 2004 года по 2020 год

На рис 9 представлены данные, взятые с гидрометеорологического сайта Сербии [7]. Данные описывают уровень воды (синим) на станции в Нови Сад



и объем стока (красным). Из графиков видно, что максимумы в уровне воды приходятся на весенний сезон.

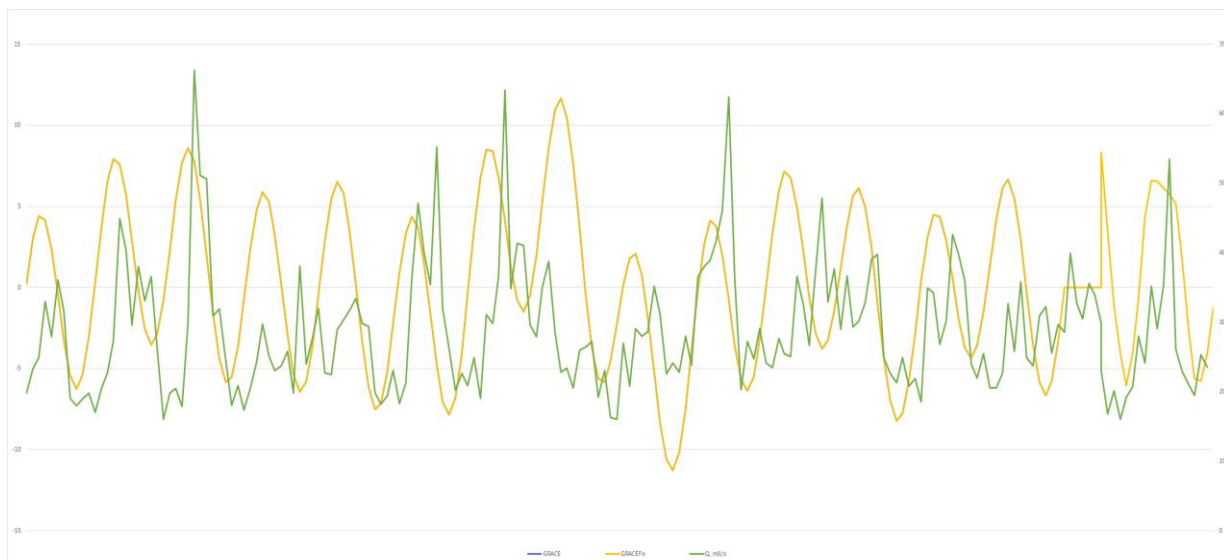


Рисунок 10: Измеренный объем стока воды и изменение масс в бассейне реки Дуная по GRACE с 2004 года по 2017 год

На рис 10 мы сопоставили данные со станции Нови Сад и данные со спутников GRACE. Сравнивая их можем заключить что они ведут себя синфазно. Однако следует учесть, что GRACE измеряет аккумулярованную массу по всему бассейну Дуная, а объем стока в пункте Нови Сад отражает мгновенный текущий объем стока реки. Особо большие паводки и увеличение стока ведет к последующему росту массы по данным GRACE. По большей части, кривая GRACE верно отражает годы засух и наводнений на Дунае.

## 6. Заключение

В представленной работе проведен анализ и сравнение наземных и космических измерений по стоку Дуная и аномалию масс в его бассейне. Показано, что спутниковые данные гравиметрических миссий GRACE и GRACE-FO служат дополнительным источником информации по региональной гидрологии. Данная работа может послужить для построения модели стока реки Дунай и для его прогнозирования.

Список литературы:

- [1] Зотов Л.В. - «Исследование связей между вращением земли и геофизическими процессами»  
<http://Infm1.sai.msu.ru/tempus/disser/Doct.pdf>
- [2] Отчет по проектной работе Исследования перераспределений масс по данным GRACE (Студентка группы БПМ 193 Исакова Айдана Талантбековна)
- [3] [https://ru.wikichi.ru/wiki/GRACE\\_and\\_GRACE-FO](https://ru.wikichi.ru/wiki/GRACE_and_GRACE-FO),
- [4] <https://ru.wikipedia.org/wiki/GRACE#GRACE-FO>
- [5] Федеральный институт гидрологии - <https://www.bafg.de/>
- [6] [https://de.wikipedia.org/wiki/Bundesanstalt\\_f%C3%BCr\\_Gew%C3%A4sserkunde](https://de.wikipedia.org/wiki/Bundesanstalt_f%C3%BCr_Gew%C3%A4sserkunde)
- [7] [http://www.hidmet.gov.rs/ciril/hidrologija/povrsinske\\_godisnjaci.php](http://www.hidmet.gov.rs/ciril/hidrologija/povrsinske_godisnjaci.php)
- [8] <https://sr.wikipedia.org/sr-ec/%D0%94%D1%83%D0%BD%D0%B0%D0%B2>
- [9] <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%83%D0%BD%D0%B0%D0%B9>
- [10] <https://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%83%D0%BD%D0%B0%D0%B2>