

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

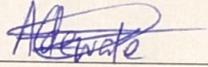
Московский институт электроники и математики

Адебайо Адевале Усман, группа МСУ181

**ИССЛЕДОВАНИЯ ВРАЩЕНИЯ АСТЕРОИДОВ ИЗ БАЗЫ ДАННЫХ LCDB**

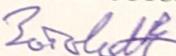
Междисциплинарная курсовая работа  
по направлению 01.04.04 Прикладная математика

студента образовательной программы магистратуры  
«Системы управления и обработки информации в инженерии»,  
наименование образовательной программы

Студент   
подпись

А.У Адебайо.

Научный руководитель  
ученая степень, звание (при наличии)  
Л.В Зотов



Консультант  
ученая степень, звание (при наличии)  
С. Воропаев

Москва 2019 г.

ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ

ЗАДАНИЕ

на междисциплинарную курсовую работу магистра

студенту группы МСУ181 Адебайо Адевале Усман

1. Тема работы

ИССЛЕДОВАНИЯ ВРАЩЕНИЯ АСТЕРОИДОВ ИЗ БАЗЫ ДАННЫХ LCDB

2. Требования к работе

Описать предметную область и использованный математический аппарат.

Проанализировать данные из базы по вращающимся астероидам LCDB

Подготовить отчет с графиками и выводами по проделанной работе.

3. Содержание работы

Исследование быстровращающихся астероидов, определение астероидов, находящихся в критических режимах вращения

Анализ математических моделей в выбранной области исследований.

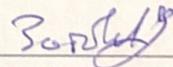
4. Сроки выполнения этапов работы

Первый вариант МКР предоставляется студентом в срок до «15» марта 2019 г.

Итоговый вариант МКР предоставляется студентом в срок до «22» мая 2019 г.

Задание выдано

«15» января 2019 г.

  
подпись научного руководителя

Л.В. Зотов

Задание принято к  
исполнению

«16» января 2019 г.

  
подпись студента

А.У. Адебайо

ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ

График выполнения  
междисциплинарной курсовой работы магистра

студента группы МСУ181 Адебайо Адевале Усман

Тема работы

ИССЛЕДОВАНИЯ ВРАЩЕНИЯ АСТЕРОИДОВ ИЗ БАЗЫ ДАННЫХ LCDB

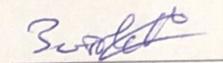
---

---

---

Дата согласования первого  
варианта МКР

«15» марта 2019 г.

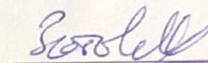
  
подпись научного руководителя

Л.В.

Зотов

Дата согласования итогового  
варианта МКР

«22» мая 2019 г.

  
подпись научного руководителя

Л.В.

Зотов

## Содержание

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>6</b>
<b>1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ АСТЕРОИДОВ .....</b>	<b>7</b>
1.1. Образование, характеристики и классификация астероидов .....	7
1.2. Вращение астероидов .....	11
<b>2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ .....</b>	<b>14</b>
2.1. Объект исследования .....	14
2.2. Методы/ Модели Исследования .....	17
<b>3. РЕЗУЛЬТАТЫ.....</b>	<b>21</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>24</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>25</b>

## **Аннотация**

Астероиды являются остатками со времен образования планет и солнечной системы более 4.5 миллиард лет назад. Изучение астероидов помогает лучше понять условия становления солнечной системы. Существует известная гипотеза что астероиды состоят из маленьких кусков (rubble piles), но недавний анализ возможной диффузии  $^{40}\text{Ar}$  в образцах Аполло делает это предположение сомнительным. В данной работе мы изучили вращение астероидов с целью выделения из базы данных тех из них, для которых значения напряжений столь высоки, что привели бы к разрушению малопрочных тел.

## **Abstract**

Asteroids are remnants from the time of formation of planets and the solar system more than 4.5 billion years ago. The study of asteroids helps to better understand the early conditions of the formation of the solar system. There is a well-known hypothesis that asteroids are rubble piles, but a recent analysis of the possible diffusion of  $^{40}\text{Ar}$  in Apollo samples makes this assumption questionable. This work studies the rotation of asteroids in order to extract from the LCDB database, asteroids whose stress values are so high that it would lead to the destruction of low-strength bodies.

## **Введение**

Астероиды — это каменные объекты, вращающиеся вокруг Солнца, которые слишком малы, чтобы называться планетами. Они также известны как планетоиды или малые планеты. Существуют миллионы астероидов размером от сотен метров до нескольких километров в диаметре. Масса всех астероидов меньше массы земной луны [1].

Несмотря на свои размеры, астероиды могут быть опасными. Многие из них падали на Землю в прошлом, и в будущем они также будут падать на нашу планету. Это одна из причин, по которой учёные изучают астероиды и стремятся узнать больше об их количестве, орбитах и физических характеристиках. Если астероид приближается к Земле, нам необходимо об этом узнать как можно раньше, определить прочность и другие параметры приближающегося тела, разработать стратегию предотвращения опасности для жителей Земли.

## **1. Теоретические основы изучения астероидов**

### **1.1. Образование, характеристики и классификация астероидов**

#### **1.1.1. Образование астероидов**

Астероиды — это остатки от формирования нашей солнечной системы приблизительно 4,6 миллиарда лет назад. Изначально, рождение Юпитера препятствовало образованию каких-либо планетных тел в пространстве между Марсом и Юпитером, в результате чего находившиеся там маленькие объекты сталкивались друг с другом и распадались на астероиды, наблюдаемые сегодня.

Существует известное предположение, что астероиды образовались из маленьких кусочков камня и металла, как и остальная часть внутренней солнечной системы. Мелкие частицы сталкивались друг с другом, и если они не ударялись слишком сильно, они склеивались. Причина, по которой астероиды не продолжали превращаться в планету, как все остальные тела, заключается в том, что они находились слишком близко к Юпитеру. Гравитация Юпитера «возбуждает их» и заставляет их двигаться так быстро, что, сталкиваясь друг с другом, они обычно отскакивают или распадаются, а не слипаются.

#### **1.1.2. Физические характеристики**

Как и все небесные тела, которые не излучают свет (например, планеты и их спутники), астероиды отражают свет, излучаемый солнцем, и поэтому являются звездообразными, блестящими объектами. Астероиды можно наблюдать различными способами: прежде всего, с помощью оптических устройств можно изучить отраженный видимый свет, определяющий многие характеристики тела (такие как яркость, размер и форма). С помощью спектроскопических наблюдений также можно изучать свет с различной длиной волны, имея указания на химический состав астероида.

Конечно, все физические характеристики астероидов не являются независимыми, и, измеряя или оценивая некоторые из них, можно рассчитать другие. Другими словами, все эти параметры зависят друг от друга, эти зависимости определяются рядом формул.

Например, измеряя блеск объекта и давая первую оценку альбедо, мы можем вывести размерность астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ).

Все физические характеристики астероидов представлены в экспериментальной формуле, где  $V$  — наблюдаемая относительная величина астероида, выражается как функция других параметров:

$$V = H + 5 \cdot \log(\Delta \cdot r) + f(\alpha) \quad (1.1)$$

где,

$H$ —абсолютная величина астероида (представляет собственный блеск, например, в диапазоне  $V$ )

$\Delta$ — расстояние между астероидом и Землей (или наблюдателем)

$r$ — расстояние от астероида до Солнца

$\alpha$ — угол между лучами падения света на Землю и Солнце, видимый с астероида.

$f(\alpha)$ — фазовая функция, которая зависит от движений АСЗ

Ниже перечислены измеримые характеристики астероидов

- Блеск

Видимый блеск астероида зависит от размера объекта и расстояния до наблюдателя, и поэтому измеряется как относительная величина. Поскольку астероиды, Земля и все другие объекты Солнечной системы движутся, удобно определять абсолютную величину оценки блеска, не зависящую от расстояния. Абсолютная величина астероида— это величина, которая была бы у объекта, если бы он находился на расстоянии 1 а.е. от Земли.

Другие факторы, которые важны для определения значения видимого блеска астероида: оценка освещением астероида солнцем (также именуемая фазой объекта), его форма и химический состав.

- Фаза

Видимый блеск зависит от степени освещённости астероида, называемой фазой объекта (по аналогии с положением Луны). Другими словами, фаза объекта указывает на процент поверхности, освещаемой Солнцем. Блеск любого астероида, по сути, начинает нарастать, когда он приближается к позиции противостояния Солнцу, которая называется полной фазой. Этот эффект называется эффектом оппозиции.

- **Форма**

Астероиды обычно имеют неправильную форму из-за отчасти столкновительной фрагментации, через которую они прошли, и отчасти из-за того, что они слишком малы, чтобы «притянуть» себя в сферическую форму под действием гравитационного притяжения.

- **Альбедо**

Блеск также зависит от отражательной способности (или альбедо) объекта. Очень интуитивно понятно, что блестящая поверхность, такая как зеркало, намного ярче, чем черная матовая поверхность, например, из угля. Солнечный свет, который не отражается, поглощается астероидом, заставляя тело нагреваться до тех пор, пока оно не достигнет теплового равновесия и не испустит инфракрасное излучение.

Альбедо обычно оценивается с использованием спектрального типа астероида (и, следовательно, можно сделать некоторые предположения о его химическом составе). Если помимо альбедо можно определить абсолютную величину  $H$  астероида, можно оценить размерность объекта.

Средняя температура поверхности типичного астероида составляет минус 100 градусов по Фаренгейту (минус 73 градуса по Цельсию). Астероиды оставались в основном неизменными в течение миллиардов лет - поэтому их исследование может многое рассказать о ранней Солнечной системе. Астероиды бывают разных форм и размеров. Некоторые из них представляют собой твердые тела, в то время как другие представляют собой небольшие кучи щебня, связанные с гравитацией.

### 1.1.3. Классификация

Астероиды классифицируются по различным критериям— орбите и составу

#### I. Классификация по орбите

- *Главный пояс астероидов*: большинство известных астероидов вращаются в поясе астероидов между Марсом и Юпитером, как правило, с не очень удлиненными орбитами. По оценкам, пояс содержит от 1,1 до 1,9 миллиона астероидов диаметром более 1 километра (0,6 мили) и миллионы более мелких.

В начале истории Солнечной системы гравитация недавно образованного Юпитера положила конец формированию планетных тел в этом регионе и заставила маленькие тела сталкиваться друг с другом, разделяя их на астероиды, которые мы наблюдаем сегодня.

- *Астероиды, троянцы*: эти астероиды делят орбиту с большей планетой, но не сталкиваются с ней, потому что они собираются вокруг двух особых мест на орбите (называемых точками Лагранжа L4 и L5). Там гравитационное притяжение Солнца и планеты уравнивается тенденцией троянца вылетать с орбиты. Трояны Юпитера составляют наиболее значительную популяцию троянских астероидов. Считается, что их так же много, как астероидов в поясе астероидов. Существуют трояны Марс и Нептун, и НАСА объявило об открытии троянца Земли в 2011 году.
- *Астероиды, сближающиеся с Землей (АСЗ)*: эти объекты имеют орбиты, которые проходят рядом с орбитой Земли. Астероиды, которые на самом деле пересекают орбитальный путь Земли, известны как Земля-кроссеры. По состоянию на 19 июня 2013 года известно 10 003 околоземных астероидов, а диаметр более 1 километра считается 861, из которых 1409 классифицированы как потенциально опасные астероиды - те, которые могут представлять угрозу для Земли.

#### II. Классификация по составу

Выделяются три широких класса состав астероидов — это C-, S- и M-типы.

- Астероиды С-типа (хондриты) —являются наиболее распространенными, вероятно, состоят из глины и силикатных пород и имеют темный внешний вид. Они являются одними из самых древних объектов в солнечной системе.
- S-типа («каменистые») —состоят из силикатных материалов и никеля-железа.
- M-типа металлические (никель-железо)—различия в составе астероидов связаны с тем, как далеко от Солнца они образовались. Некоторые испытывали высокие температуры после того, как они сформировались и частично расплавились, когда железо погрузилось в центр и вытеснило базальтовую (вулканическую) лаву на поверхность.

Существует также много других редких типов, основанных на составе, например, астероиды V-типа, типичные для Весты, имеют базальтовую вулканическую кору.

## 1.2.Вращение астероидов

В то время как астероид следует своей траектории, он обычно вращается вокруг оси, а сторона, обращённая к наблюдателю, не остаётся неизменной. В первую очередь видимый блеск будет меняться во времени периодически согласно кривой блеска (световой кривой) ( Рисунок 1.1 ).

Как и планеты, астероиды светят отражённым солнечным светом. Поскольку расстояние астероида до Солнца и Земли изменяется по мере того, как астероид и Земля обращаются вокруг Солнца, блеск астероида также изменяется со временем. Помимо этого легко предсказуемого изменения блеска, астероиды также демонстрируют изменения блеска, которые вызваны их неправильной формой и их вращением

Астероиды вращаются, и поперечное сечение видимой и освещённой части их поверхности меняется со временем и поэтому изменяется их блеск. Это изменение блеска называется световой кривой. Измеряя световые кривые, мы можем измерить периоды вращения астероидов. Форма кривой света зависит от взаимной геометрии Солнца, Земли и астероида (что известно потому, что мы знаем орбиту астероида в

Солнечной системе), а также от ориентации и формы оси вращения астероида (который не известно).

Фундаментальной характеристикой вращения астероида является момент вращения. Вектор момента импульса ( $\vec{L}$ ), а также тензор инерции ( $\hat{I}$ ) изменяются в результате столкновений и других процессов эволюции астероида. Они связаны с вектором угловой скорости ( $\vec{\omega}$ ).

$$\vec{L} = \hat{I} \cdot \vec{\omega} \quad (1.2)$$

Тензор инерции, как правило, представляет собой симметричный тензор, содержащий шесть независимых компонент. Удобный выбор системы координат в фиксированной астероидом системе отсчёта даёт нулевые недиагональные компоненты. Диагональные компоненты  $I_x \leq I_y \leq I_z$  являются главными моментами инерции; Оси называются главными осями инерции.

В общем состоянии вращения вектор спина  $\omega$  не является постоянным из-за изменяющегося момента инерции относительно мгновенной оси вращения; его направление и размер изменяются в масштабе времени, обычно в порядке периода вращения. Сложное вращение приводит к циклическому напряжению внутри тела. Поскольку астероид не является полностью твёрдым телом, избыточная энергия вращения рассеивается во внутренней части астероида, а состояние спина асимптотически достигает состояния с самой низкой энергией, которое представляет собой вращение вокруг главной оси максимального момента инерции  $I_z$ . Профиль рассеяния энергии может быть сложным, но разумная оценка временной шкалы  $\tau$  затухания возбуждённого вращения до состояния с наименьшей энергией вращения главной оси была получена Бернсом[2], предполагая низкую амплитуду либрации

$$\tau \sim \frac{\mu Q}{\rho K_3^2 R^2 \omega^3} \quad (1.3)$$

где,  $\mu$  - жёсткость материала, из которого состоит астероид,  $Q$  - добротность (отношение энергии, содержащейся в колебании, к энергии, потерянной за цикл),  $\rho$  - объёмная плотность тела,  $K_3^2$  - безразмерный фактор, относящийся к форме тела со значением в диапазоне от  $\sim 0,01$  для почти сферического до  $\sim 0,1$  для сильно вытянутого или сплюснутого,  $R$  - средний радиус астероида, а  $\omega$  - угловая скорость

вращения. Харрис[3] оценивает параметры в уравнении (2) и выражает временную шкалу затухания как

$$\tau = \frac{P^3}{C^3 D^2} \quad (1.4)$$

где  $P = 2\pi / \omega$  - период вращения,  $D$  - средний диаметр астероида, а  $C$  - постоянная  $\sim 17$  (коэффициент неопределённости  $\sim 2,5$ ) для  $P$  в часах,  $D$  в километрах и  $\tau$  в миллиардах ( $10^9$ ) лет. Для большинства астероидов временная шкала затухания намного короче характерной временной шкалы событий, вызывающих возбуждение их вращений; все, кроме самых медленных ротаторов и один очень маленький сверхбыстрый ротатор[4] были найдены с вращениями, близкими к состояниям вращения главной оси.

При наземных наблюдениях мы не можем напрямую измерить вектор углового момента астероида. Наблюдаемым параметром является вектор спина; угловой момент может быть оценён по этому параметру с использованием уравнения (1) с оценкой момента инерции на основе формы, размера и объёмной плотности астероида. Среди методов получения спинового вектора из наземных наблюдений, наиболее часто используемым является наблюдений световых кривых.

Большинство исследований характеристик вращения астероидов основаны, на скоростях вращения, полученных из световых кривых. Аналогичным образом, большинство результатов, которые рассматриваются в этой работе, основаны на анализе скорости вращения астероидов.

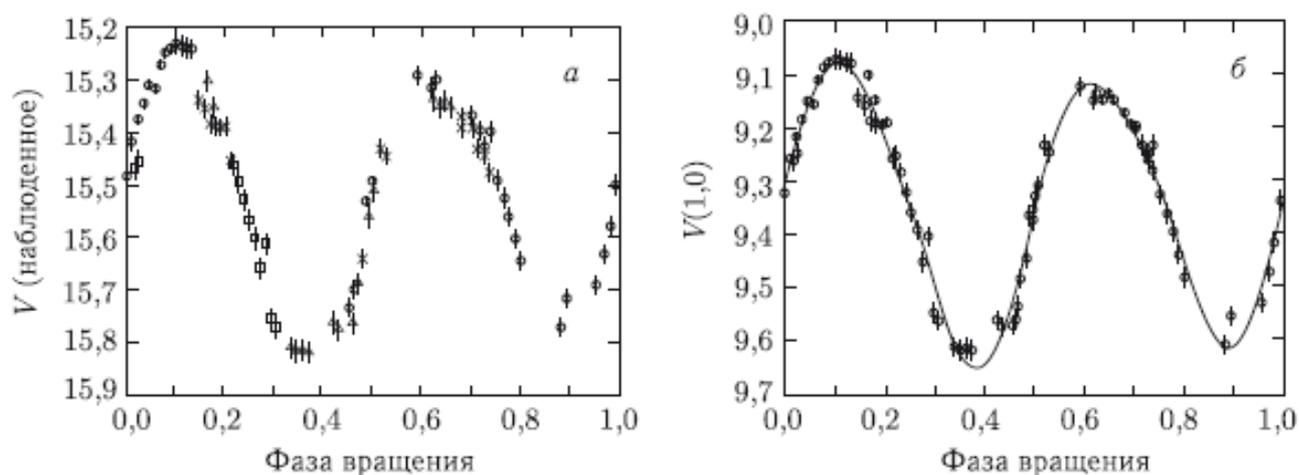


Рисунок 1.1 Пример кривой блеска астероид

## 2. Экспериментальная часть

### 2.1. Объект исследования

Объектом исследования являются астероиды базы данных LCDB которая доступны в интернете (например, веб-сайт Центра малых планет МАС, <http://www.minorplanet.info/lightcurvedatabase.html>) [5]. Используемая версия датирована 22 июня 2018 г.

#### 2.1.1. Описание база данных LCDB

База данных LCDB — это набор файлов, сгенерированных из базы данных dBase IV, которая включает в себя информацию, прямо или косвенно полученную из наблюдений, проведенных для определения периода и/или амплитуды кривых блеска астероидов. Информация взята из многочисленных журналов и других источников.

Главная цель LCDB - предоставить место для базовой информации о скоростях вращения астероидов и связанной с ними информации, которая может быть использована в статистических исследованиях, включающих множество параметров. Некоторые из этих данных были получены непосредственно из наблюдений, а другие данные выводятся или рассчитываются на основе орбитальных характеристик, предполагаемого класса и т. д. Ниже подробно объясняется, какие данные получены прямым и косвенным образом, а для последних - их вывод.

#### *Данные LCDB*

- I. Прямые данные: данные, полученные непосредственно из фотометрических наблюдений, включают
  - Период вращения (как правило синодический)
  - Амплитуду
  - Абсолютную величину,  $H$ , и параметр фазового наклона,  $G$ , при определении с использованием данных уменьшенной величины в зависимости от фазового угла.

- Диаметр, если он основан на звездной окклюзии или адаптивной оптике / радаре. Радарные диаметры также можно считать косвенными, в зависимости от того, как был определен диаметр.
- Таксономический класс
  - а) *Период вращения*— различают 2 типа периода — синодический и сидерический. Эти периоды отличаются между собой. Синодический период зависит от аспекта обзора и скорости движения астероида по небу. Выражение для величины ожидаемой разницы между сидерическим периодом и синодическим периодом, основанным на биссектрисе фазового угла ( $PAB$ ) и выражается следующим образом

$$\Delta P = \frac{d(PAB)}{dt} \cdot P^2 \quad (2.1)$$

где,  $\Delta P$ — разница между синодическим и сидерическим периодами, в единицах периода вращения (обычно часов).

$\frac{d(PAB)}{dt}$ — угловая скорость изменения биссектрисы фазового угла в обратных единицах периода вращения, например, в единицах циклов в час

$P$ — период вращения астероида в тех же единицах времени, например, часы за цикл

Синодическо-сидерическая разница может быть как положительной, так и отрицательной, и может превышать значение, данное этим выражением для почти полярных аспектов, но выражение даёт разумную оценку величины ожидаемой разности. В большинстве случаев период, указанный в сводных и подробных строках LCDB, является синодическим, а не сидерическим, но для большинства исследований, разница между сидерическим и синодическим периодами незначительна.

II. Косвенные данные – это данные, полученные путём расчёта и / или предположения.

а) *Диаметр,  $H$  и альbedo ( $P_v$ ,  $P_r$  и т. д.).*

Соотношение между  $H$ , диаметром и альbedo следующее [4]:

$$D = (1329km) \frac{10.0^{-0,2H}}{\sqrt{\text{альbedo}}} \quad (2.2)$$

или

$$\log D \text{ (км)} = 3,1235 - 0,2H - 0,5 \cdot \log(\text{альbedo}) \quad (2.3)$$

Значение  $H$  обычно известно, на основании фотометрических наблюдений, хотя и не всегда точно. Если прямые данные доступны для  $D$  и / или  $P_V$ , то вышеупомянутые отношения могут быть использованы для получения недостающего параметра.

*b) Таксономический класс, орбитальный класс и альbedo*

Эти три значения могут иметь сложные зависимости, когда класс и альbedo получены не напрямую. Когда доступны спектроскопические или другие данные, которые могут точно определить таксономический класс, но нет прямых данных альbedo, можно предположить значение альbedo. Это альbedo, в свою очередь, может быть использовано для определения предполагаемого диаметра и / или  $H$ , если эти величины не известны напрямую.

*c) Индекс цвета применяется к  $H$*

Индекс цвета обычно не предполагается и не вводится в LCDB. Однако иногда значение  $H$  было найдено в фотометрическом диапазоне, отличном от  $V$ . В таком случае, это значение используется для переопределения значения  $H$ , в строке Сводка,  $H$  превращается в  $V$ -полосу. Когда индекс цвета не доступен напрямую, эти значения используются для преобразования измеренного значения  $H$

Таблица 2.1 Сводная таблица LCDB

Поле	Заголовок	Формат	Позиция	Примечания
1	2	3	4	5
Номер	NUMBER	I7	1 -7	
Название	NAME	A1	11-40	Краткое описание: название или обозначение Подробности: ссылка на публикацию
Обозначение	DESIG	A30	42-61	Краткое описание: Временное обозначение астероида Детали: приблизительная дата середина наблюдений
Семья	FAM	A8	63-70	

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5
Класс	CLASS	A5	74-78	Таксономический класс
Диаметр	DIA.	F9.4	84-92	диаметр в км
H	H	F4.2	96-100	H (абсолютная величина)
Альбедо	A	F6.4	109-114	Альбедо
Период	PERIOD	F13.8	118-130	Период, в часах
PDescrip	P DESC	A15	132-146	Описание периода, если не числовое значение, например, long
Мин Ампл	AMIN	F4.2	150-153	Минимальная амплитуда диапазона.
Макс Ампл	AMAX	F4.2	155-158	Максимальная амплитуда диапазона
	U	A2	160-161	Качество кривой яркости
	NOTES	A5	163-167	
	BIN	A3	169-171	Бинарный флаг
Частный	PRI	A3	173-175	Y = неопубликовано, свяжитесь с указанным наблюдателем для запроса деталей
Полюс	SAM	A3	177-179	Доступна ось вращения и / или модель формы
	SD	A2	181-182	Y = результат, основанный на разреженных данных
Широкое поле	WF	A2	184-185	Y = результат, основанный на данных широкого поля

## 2.2. Методы/ Модели Исследования

### 2.2.1. Модель разрушения астероидов

В настоящее время геологический состав малых тел Солнечной системы известен из ряда космических полётов на астероиды и кометы (Хаябуса-1, -2, NEAR-Шумейкер, Розетта и т. д.). В основном это консолидированные тела, состоящие из камней, металлических соединений и льда, с впечатляющими поверхностными структурами, полными крупных кратеров и / или системой трещин, которые должны исчезнуть в случае полной фрагментации и последующего повторного накопления. Приведем некоторые сведения о развале твердых тел и моделях разрушения астероидов по С. Воропаеву [6]. Детальное исследование метеорита Челябинск (обыкновенный хондрит LL5 S3 W0) показало, что состав его материнского тела состоял из брекчий из нетронутого хондритового материала и кристаллизованных ударных расплавов с жёсткой связью друг с другом.

По-видимому, плавление и последующее затвердевание являются обычными процессами после распространения ударной волны на астероидах и кометах после удара. Поэтому, чтобы рассмотреть стрессовые состояния отказов небольших тел, нам нужна модель разрушения, используемая в механике горных пород.

В модели динамической фрагментации Гради и Киппа [7] разрушающийся материал рассматривают как континуум. Среднее влияние многих отдельных переломов включено в скалярный параметр, называемый повреждением  $D$ . Параметр  $D$  определяется так, что  $D = 0$  соответствует неповреждённой породе, а  $D = 1$  означает, что материал полностью фрагментирован и не способен передавать растяжение. стресс, т. е. тело представляет собой совокупность отдельных фрагментов. В этой модели предел текучести  $Y$  определяется как

$$Y = (1 - D)Y_i + D \cdot Y_d \quad (2.4)$$

где  $Y_i$  и  $Y_d$  - предел текучести неповреждённой и повреждённой в результате удара породы, соответственно. Предел текучести  $Y_d$  хорошо известен как закон кулоновского трения,

$$Y_d = Y_{coh} + \mu_{dam}P \quad (2.5)$$

где  $Y_{coh}$ ,  $\mu_{dam}$  и  $P$  - когезия, внутреннее трение и давление соответственно  $Y_d$  ограничен пределом пластичности фон Мизеса, который обычно составляет 1-5 ГПа при сильном сжатии. Максимальное значение  $\mu_{dam} \sim 0,6$  характерно для скальных гранулированных сред

Недавние наблюдения показали, что астероиды из груды щебня ( $D = 1$ ) могут иметь небольшой, но конечный уровень прочности на растяжение, позволяющий им иметь скорости вращения выше предела вращательной деформации [8]. Оценка максимально возможной прочности на растяжение дает только значение  $\sim 10$  кПа. Попова и др. [9] собрали данные о 13 случаях метеоритных падений и оценили объёмную силу, соответствующую их ранней наблюдаемой фрагментации в высокой атмосфере. Во всех 13 случаях прочность, указанная для того или иного класса каменных метеоритов, оказалась намного меньше, чем предельная прочность на сжатие или растяжение. Показано, что объёмная прочность при сжатии при входе в

атмосферу этих тел очень низкая: 0,1–1 МПа при первых разрушениях и 1–10 МПа при окончательных разрушениях.

Из [9] мы видим, что перед входом межпланетные метеороиды масштаба 10–100 метров обычно имеют сильные трещины ( $0,5 < D < 0,8$ ) и могут разрушаться при растягивающих напряжениях  $0,03 + 1$  МПа. Исключением является падение (15 сентября 2007 г.) каменного метеорита Каранкас в Перу, в результате которого образовался ударный кратер шириной 13 м. Он был классифицирован как обычный хондрит Н4-5 с расчётным начальным размером  $\sim 0,9 + 1,7$  м, пределом прочности на сжатие  $\sim 20 + 40$  МПа и пределом прочности на разрыв  $\sim 1,2 + 2,4$  МПа, в зависимости от траектории. Таким образом, метеорит Каранкас является редким примером монолитного метеорита, который почти не имел внутренних трещин ( $0 < D < 0,2$ )

### 2.2.2. Отличие от понятия “полость Роша”

Важным вопросом небесной механики, является то, на каком расстоянии от большой планеты тело, испытывающее на себе приливные силы, может расколоться, и как это расстояние зависит от физических свойств тела. Несмотря на то, что эта тема несколько выходит за рамки нашего исследования, упомянем об этом, чтобы у читателя не возникало путаницы между понятиями планеты Роша, поясненным выше и понятием полости Роша в двойной системе, которая определяет область доминирования притяжения одного тела над другим. Эдуард Рош вычислил свое знаменитое выражение для расстояния расщепления,  $D$ , как

$$D = 2.45 \left( \frac{\rho_p}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{3} R_p \text{ или } \delta = \frac{D}{R_p} \left( \frac{\rho_0}{\rho_p} \right)^{\frac{1}{3}} = 2.45 \quad (2.6)$$

где  $R_p$  и  $\rho_p$  - радиус и плотность планеты, а  $\rho_0$  - плотность малого тела. Рош использовал однородный, самогравитирующий жидкий спутник на круговой орбите вокруг твёрдой планеты, без использования других свойств тела, кроме его плотности.

Рассмотрим устойчивость вращающегося вытянутого тела при близком столкновении с Землёй в общем масштабе. Как мы знаем из детального анализа [6], растягивающее (положительное) напряжение,  $\sigma_{xx}$ , появляется сначала на

поверхностном экваторе в точке  $x = z = 0$ ,  $y = c$ , для некоторого расстояния  $D_c$  («вниз»). Параметр  $D_c$  может быть определён как

$$\sigma_{xx}^{(e)}(D, \nu, \varepsilon) = \frac{I_g}{Z(k, t)} \left[ \frac{1}{\delta^3} \cdot T(k, t) + 3 \cdot \frac{I_\omega}{I_g} \cdot R(k, t) - 6 \cdot (f_1(\varepsilon) \cdot F_1(k, t) + f_2(\varepsilon) \cdot F_2(k, t)) \right] \quad (2.7)$$

где  $k(\nu) = \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)}$ ;  $t = 1 - \varepsilon^2 = \frac{c^2}{a^2}$ ;  $\nu$  - коэффициент Пуассона, как

обычно (подробности о функциях  $T(k, t)$  см. в [SV]) и т. д.). Следовательно,  $\delta_c$  определяется условием  $\sigma^{(e)}_{xx}(D_c, \nu, \varepsilon) = 0$ :

$$\delta_c^3 = \frac{T(k, t)}{3 \cdot [2 \cdot (f_1(\varepsilon) \cdot F_1(k, t) + f_2(\varepsilon) \cdot F_2(k, t)) - \frac{I_\omega}{I_g} \cdot R(k, t)]} \quad (2.8)$$

Эта масштабная форма, соединяющая безразмерные переменные  $\delta = \frac{D}{R_p} \left( \frac{\rho_0}{\rho_p} \right)^{\frac{1}{3}}$  и

$\chi = \frac{I_\omega}{I_g} = \frac{\rho_\omega}{\rho_0}$ ,  $\rho_\omega = \frac{\pi}{G \cdot T^2}$ , позволяет анализировать критическое расстояние для любой возможной комбинации физических параметров астероида и планеты. Для сферы  $\varepsilon = 0$  и  $\delta_c$  принимает простейший вид

$$\delta_c^3 = \frac{5 \cdot (1 - \nu^2)}{[(7 + 5\nu) \cdot (1 - 2\nu) - \chi \cdot 6 \cdot (4 - 3\nu - 5\nu^2)]}$$

Подчеркнём, что центробежная сила, использованная нами при выводе формулы планеты Роша, здесь не фигурирует.

### 3. Результаты

В системе MATLAB была реализована программа, которая на первом этапе выбирает астероиды с частотой вращения меньше либо равной 2,2 часа (Большинство небольших тел имеет период от 2,2 до 20 часов, и, как полагают, представляют по составу кучу щебня. Однако тела, вращающиеся быстрее 2,2 часов, должны быть монолитными, так как в противном случае они разлетелись бы. Это объясняет, почему так мало быстровращающихся малых планет). Распределение периода вращения астероидов базы данных LCDB представлено ниже

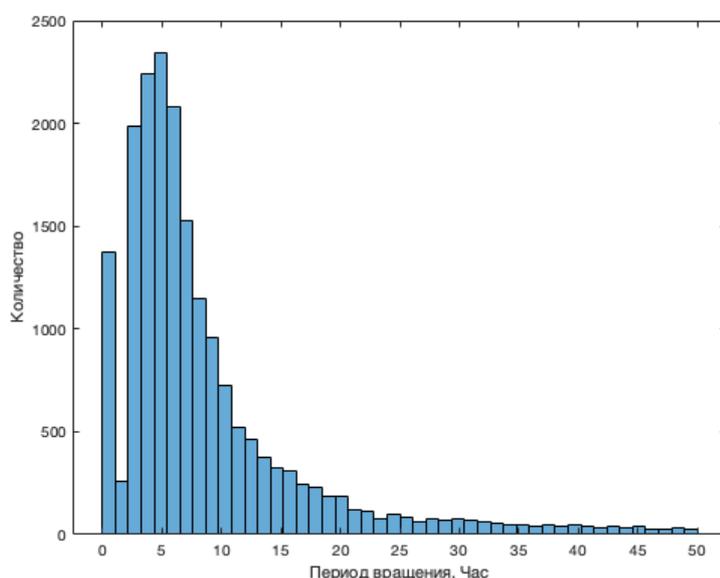


Рисунок 3.1 Распределение периода вращений астероидов базы данных LCDB

На втором этапе наша программа считает напряжение, которое возникает в астероиде по формуле, выведенной Воропаевым

$$T = \frac{80}{3R^2 \rho^2 \left( \frac{3-\nu}{1-\nu} \right) \frac{F}{\Omega - 1}} \quad (3.1)$$

где

$\nu$ —коэффициент Пуассона, зависящий от типа астероида (около 0.2)

$\rho$ — плотность астероида, зависящая от его типа

$$\Omega = \frac{(5\nu+7)(3-\nu)}{6} \cdot \frac{1}{\nu-5\nu^2+12}$$

$F$ —  $\frac{\pi}{0.864 \cdot \rho \cdot h^2}$  коэффициент, связанный с плотностью и периодом вращения

$h$ —период вращения астероида

Кроме того, рассчитывается диаметр Роша— тот диаметр при котором центробежная сила на экваторе становится равной силе тяжести, при большем радиусе части вращающегося тела на экваторе испытывают на себе уже не притяжение, а преобладающую центробежную силу. Диаметр Роша вычисляется по формуле

$$D_{rosh} = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2} \cdot \frac{1}{1000}} \quad (3.2)$$

где  $G = 6.67384 \times 10^{-11}$

$$\omega = \frac{2\pi}{3600 \cdot h}$$

и  $M$ — масса астероида который легко вычисляется, зная плотности

$$M = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R \cdot 10^3)^3 \cdot \rho \cdot 1000$$

Он также может служить характеристикой того, превышает ли данный вращающийся астероид по своим размерам критическое значение.

Ниже представлена таблица выбранных астероидов со значениями напряжения в Па и диаметра Роша в км

*Таблица 3.1 Отобранные астероиды*

№	NAME	DESI	G	FAM	CLASS	DIA.	H	ALBEDO	PERIOD	TENSION	D_rosh
1	* 2000 RD34	2000	RD34	NEA	S	0.81	17.8	0.2	0.065	138046.2	0.088
2	* 2017 EK	2017	EK	NEA	S	0.04	24.1	0.2	0.0083	25651.22	0.001
3	2010 TM3	2010	TM3	NEA	S	0.22	20.6	0.2	0.0431	23791.41	0.018
4	2000 WH10	2000	WH10	NEA	S	0.09	22.5	0.2	0.0222	15629.58	0.005
5	2008 WA14	2008	WA14	NEA	S	0.07	23	0.2	0.0195	12907.9	0.004
6	2008 DP4	2008	DP4	MB-O	C	3.2	16.2	0.06	0.0607	2025945	0.307
7	1999 AQ25	1999	AQ25	THM	C	7.45	14	0.08	0.36	303274.7	2.338
8	Salopia	1995	OA2	MB-O	C	13.98	13	0.06	1.2	66723.78	9.792
9	San Marcello	1994	PA1	MB-O	C	16.73	12.5	0.06	1.4	57933.84	12.986
10	2000 DN8	2000	DN8	NEA	Q	1.96	15.9	0.2	0.068	796219.2	0.224
11	Yurilvovia	1973	SC6	MB-O	L	15.33	12.8	0.06	1.1	109545.8	10.627

## Заключение

Была получена таблица астероидов, вращающихся в критическом и сверхкритическом режиме. Для своих размеров их вращение слишком быстрое, что вызывает большие внутренние напряжения, направленные на разрыв. Это видно как из сопоставления их собственных диаметров и “диаметров Роша” в рамках модели планеты Роша, когда центробежная сила на экваторе становится большей по величине, чем сила притяжения, так и из вычисленных по формуле Воропаева напряжений для эллипсоида вращения. Выделены астероиды классов C (4 шт.), S(5 шт.), Q(1 шт.) и L(1 шт.). Для некоторых из них напряжения превышают 100000 кПа. Только прочные цельные тела могут выдержать такие напряжения. Наличие таких тел входит в противоречие с основной на сегодня тенденцией считать все астероиды представителями семейства rubble-pile.

Отправка космических миссий к такого рода астероидам могла бы быть весьма интересной для широкого круга исследователей.

## Список литературы

1. Зотов Л.В. Материалы к лекциям | Курс астрономии НИУ ВШЭ 2019 [Электронный ресурс]. URL: [https://vk.com/topic-175754605\\_39741496](https://vk.com/topic-175754605_39741496) (дата обращения: 22.05.2019).
2. Burns J.A., Safronov V.S., Gold T. Asteroid Nutation Angles // *Mon. Not. R. Astron. Soc. Narnia*, 1973. Т. 165, № 4. С. 403–411.
3. Harris A.W. Tumbling Asteroids // *Icarus*. Academic Press, 1994. Т. 107, № 1. С. 209–211.
4. Pravec P., Harris A.W., Michalowski T. (Adam M.U. Asteroid rotation // *Icarus*. 2002. Т. 43, № 1. С. 20–32.
5. Warner B.D., Harris A.W., Pravec P. The asteroid lightcurve database // *Icarus*. 2009. Т. 202. С. 134–146.
6. Voropaev S., Jianguo Y., Barriot J.-P. SMALL BODIES' STRENGTH: FAILURE MODEL.
7. Grady D.E., Kipp M.E. Dynamic Fracture and Fragmentation // *High-Pressure Shock Compression of Solids*. New York, NY: Springer New York, 1993. С. 265–322.
8. Holsapple K.A., A. K. Spin limits of Solar System bodies: From the small fast-rotators to 2003 EL61 // *Icarus*. 2007. Т. 187, № 2. С. 500–509.
9. ПОРОВА О. и др. Very low strengths of interplanetary meteoroids and small asteroids // *Meteorit. Planet. Sci. John Wiley & Sons, Ltd (10.1111)*, 2011. Т. 46, № 10. С. 1525–1550.
10. В.Л. Пантелеевым. Астронет &gt; 4.2 Фигуры равновесия небесных тел [Электронный ресурс]. URL: <http://www.astronet.ru/db/msg/1169697/node20.html#SECTION00523000000000000000> (дата обращения: 22.05.2019).