

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего
образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"

Образовательная программа «Прикладная математика»
бакалавр

ОТЧЕТ
по проектной работе

Спектральный анализ орбит спутников

Выполнили студенты гр. БПМ-184 и БПМ-185

Нуртдинова Гузель Ринатовна

Гайнуллина Дилара Радиковна

Руководитель проекта:

Доцент Департамента Прикладной Математики,
Зотов Леонид Валентинович

(оценка)

(подпись)

(дата)

Москва, 2019

Содержание

1. Введение
2. Актуальность научной работы
3. Методы исследования и инструментарий
4. Ход работы
5. Анализ результатов и практическая значимость исследовательского проекта
6. Заключение

1 Введение

Космос - то, что существует, когда-либо существовало и будет существовать. Тема освоения космического пространства всегда была связана с желанием человечества узнать, откуда мы, кто мы и как произошла наша вселенная. Поколениями люди изучали небесную карту, стараясь заметить закономерности и найти ответы на волнующие их вопросы.

Именно из-за интереса к уже исследованной части космоса и бесконечного количества еще не найденных ответов мы посвятили нашу работу изучению космоса, в частности системе Земля-Луна.

В современном мире исследованиям Луны придается огромное значение, ведь она является единственным естественным спутником Земли. На сегодняшний день существует огромное количество миссий и научных работ по ее исследованию.

Отличным местом для координации движения и сообщения между Луной и Землей являются точки Лагранжа. Их нахождение необходимо для выполнения миссий при полете на космических аппаратах. Точки Лагранжа получили своё название в честь математика Жозефа Луи Лагранжа, который в 1772 году решил математическую задачу, обосновывающую существование этих особых точек.

Интерес к изучению Луны отразился и на фантастической литературе. Например, в романе Артура Чарльза Кларка "Лунная пыль"(1961) главные герои, провалившиеся под лунную пыль, смогли избежать смерти, благодаря точке Лагранжа. В книге в точках Лагранжа L1 и L2 системы Земля — Луна находились две обитаемые космические станции (обсерватории и спутники связи).

2 Актуальность научной работы

Спектральный анализ - один из наиболее используемых методов изучения орбит в современной астрономии. По линиям в спектре можно узнать о составе объектов, измерить скорость космических тел, рассчитать орбиты звёзд, скорости вращения планет и многое другое. Именно поэтому ни одно научное исследование космоса не может обойтись без такого рода анализа.

Тема нахождения точек Лагранжа не менее актуальна. В наше время создаются миссии по отслеживанию траекторий движения астероидов, которые представляют опасность нашей планете. Одной из важнейших задач для сохранения безопасности Земли является обнаружение камней, возникших вследствие столкновения при образовании Луны, которые могли остаться в точках Лагранжа и вращаться по орбитам вокруг них.

3 Методы исследования и инструментарий

Спектральный анализ представляет собой разложение функции колебательных процессов на гармонические составляющие с расчетом коэффициентов Фурье.

Работа выполнена в двух программах: *MatLab* и *Golden Software Grapher*.

MatLab позволяет исследовать временные ряды посредством обращения к соответствующим функциям. В большей мере нам были полезны функции интерполяции *interp1* и фурье преобразования *fft*.

Фурье анализ - основной математический метод, использованный в нашей работе. Метод фурье-преобразований ставит в соответствие одной вещественной функции другую комплексную функцию, которая дает описание амплитуд разложения данной функции на простейшие элементы - синусы и косинусы. Иными словами, мы представили функции временных рядов в виде простейших тригонометрических функций.

Так как нам приходится работать с данными, полученными в расчетах, а не путем слежения за космическим аппаратом, мы пользуемся интерполяцией. Для работы с такими расчетами мы можем построить функцию на основании этих рядов, что позволит нам наиболее точно определить остальные значения. Такая процедура называется аппроксимацией. Интерполяция же - вид аппроксимации, при которой эта функция проходит строго через данные значения.

Пакет *Matlab* также позволяет прогнозировать вид орбит вращения космического аппарата вокруг барицентра.

Все графики в даннокосмос й работе были построены в *Golden Software Grapher*, с помощью него можно визуально представить амплитудные спектры входных данных, сравнить их и увидеть зависимости.

4 Ход работы

В данной работе нам были предоставлены временные ряды координат и скоростей спутников, полученные путем математических вычислений из моделей, методом численного интегрирования, что позволило нам предсказать характер орбиты их вращения вокруг точки Лагранжа.

Предоставленные нам файлы представляют собой таблицу с данными из 7 столбцов: в первый столбец записано время, а остальные шесть - с соответствующими данными координат X, Y, Z и проекциями скорости на оси X, Y, Z.

Мы проинтерполировали эти координаты и проекции скоростей по времени на равные временные шаги. Далее мы воспользовались Фурье анализом - применили преобразования Фурье к координатам и скоростям. Все данные о времени, проинтерполированных и преобразованных координат и скоростей мы внесли в новый файл в той же форме, как и в предоставленном - в колонки. И, используя программу *Golden Software Grapher*, из четырех предоставленных файлов с данными четырех разных орбит мы получили следующие амплитудные спектры координат и скоростей:

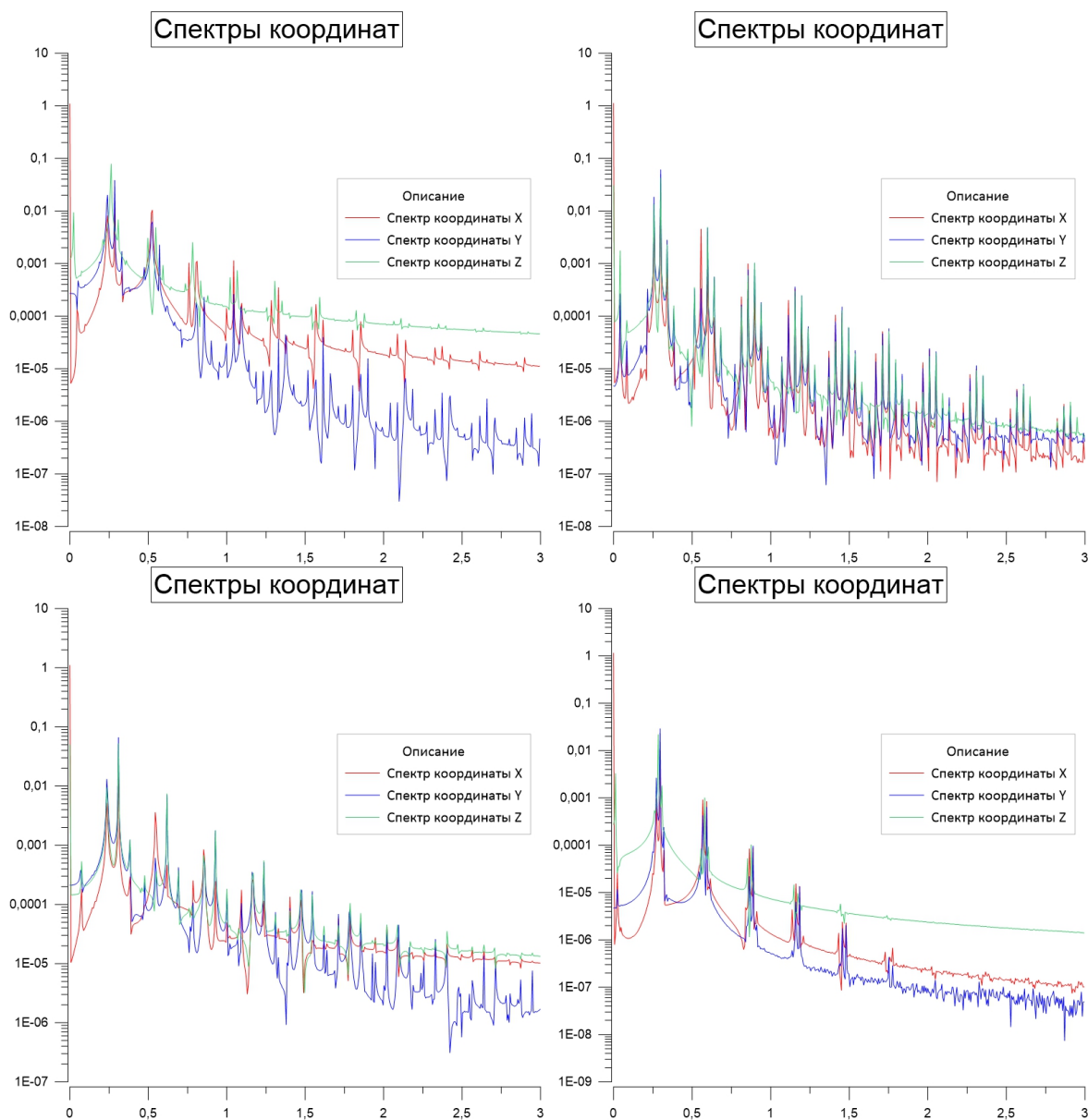


Рис. 1

В рассматриваемой нами задаче трех тел введена такая система, что 2π этих единиц - один оборот малого тела вокруг большого или полный поворот Луны вокруг Земли (для точки Лагранжа в системе Луна-Земля), либо полный оборот Земли вокруг Солнца (если моделируется движение в точке Лагранжа системы Солнце-Земля).

Рассмотрим зависимость спектра координаты от спектра скорости. Вычисление производной координаты может быть сведено к умножению спектра на определенную передаточную функцию - $i\omega$ взятия производной. В программе *Golden Software Grapher* мы также получили следующие спектры скоростей:

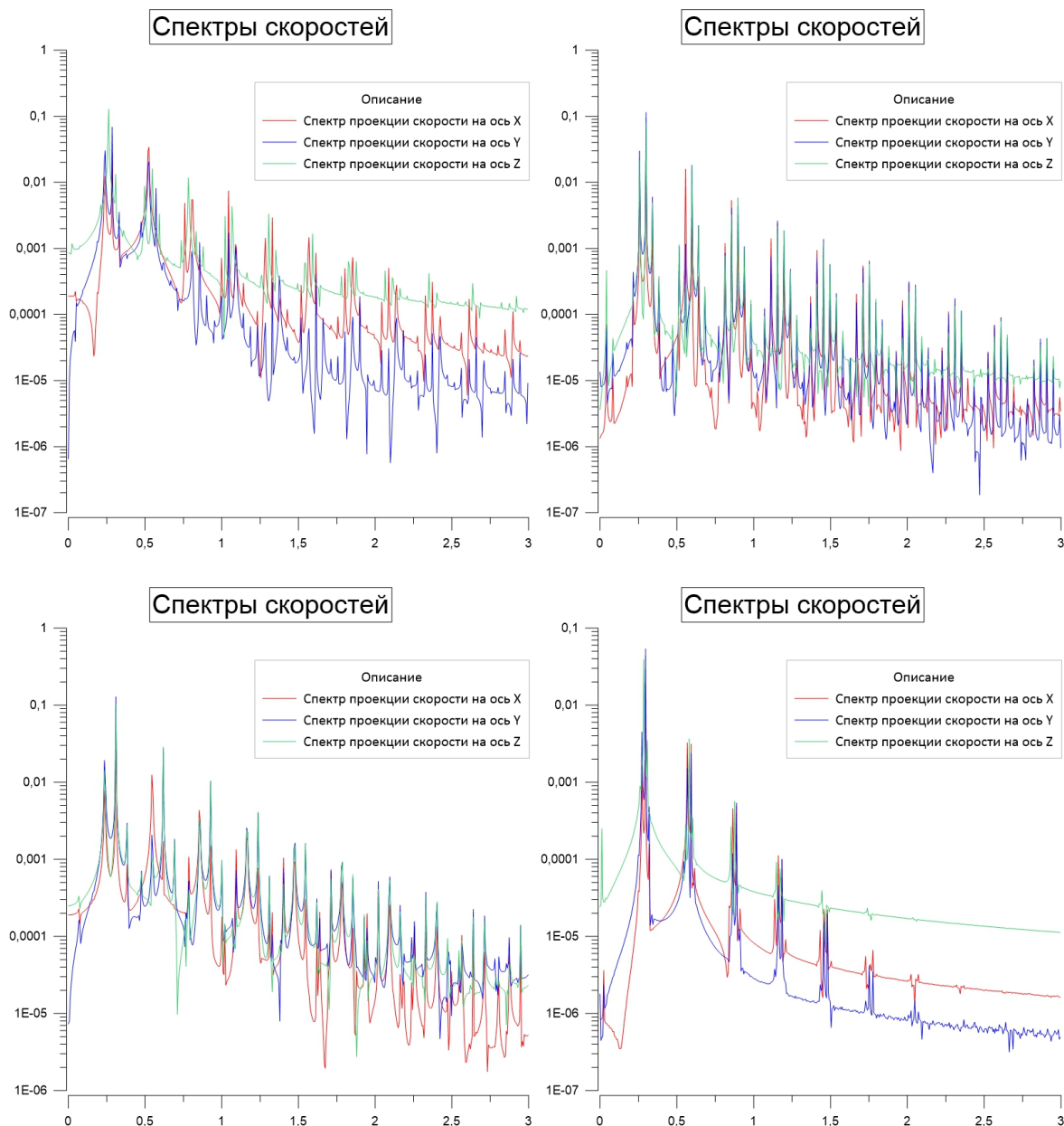


Рис. 2

Между спектром координат и спектром скоростей должна быть однозначная зависимость, то есть у координаты и скорости похожие спектры на одних и тех же частотах. На графиках спектров координат и проекций скорости на X, Y, Z (Рисунок 3) видно, что пики находятся на одинаковых частотах, но величина этих пиков разная:

Спектры координаты и проекции скорости на ее ось

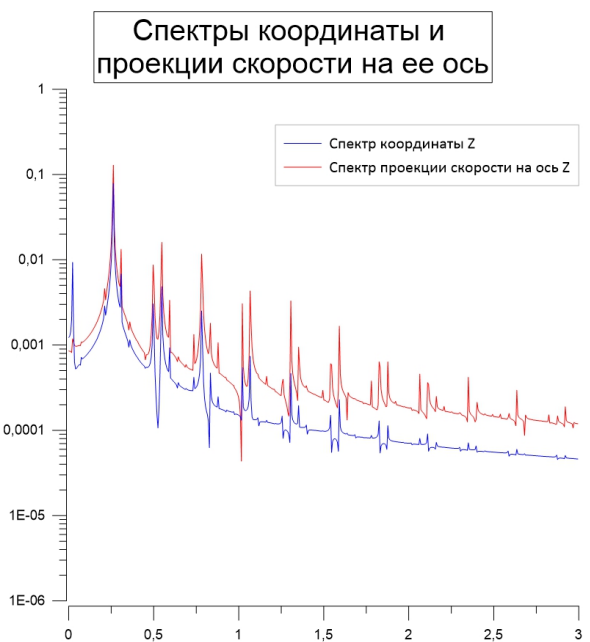
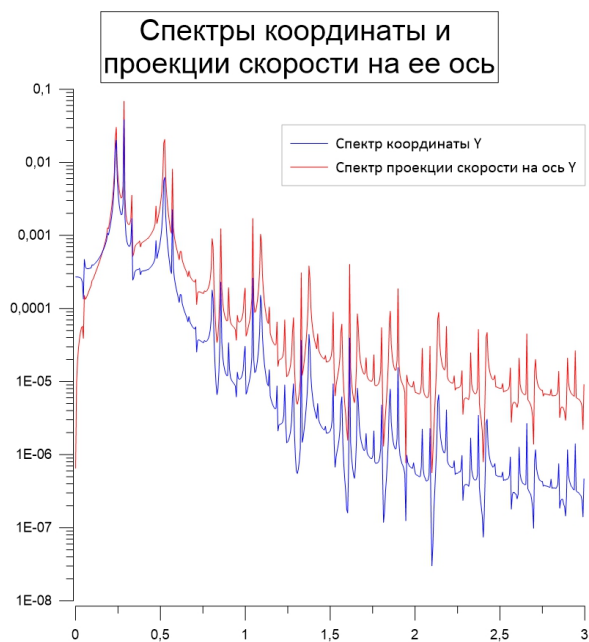
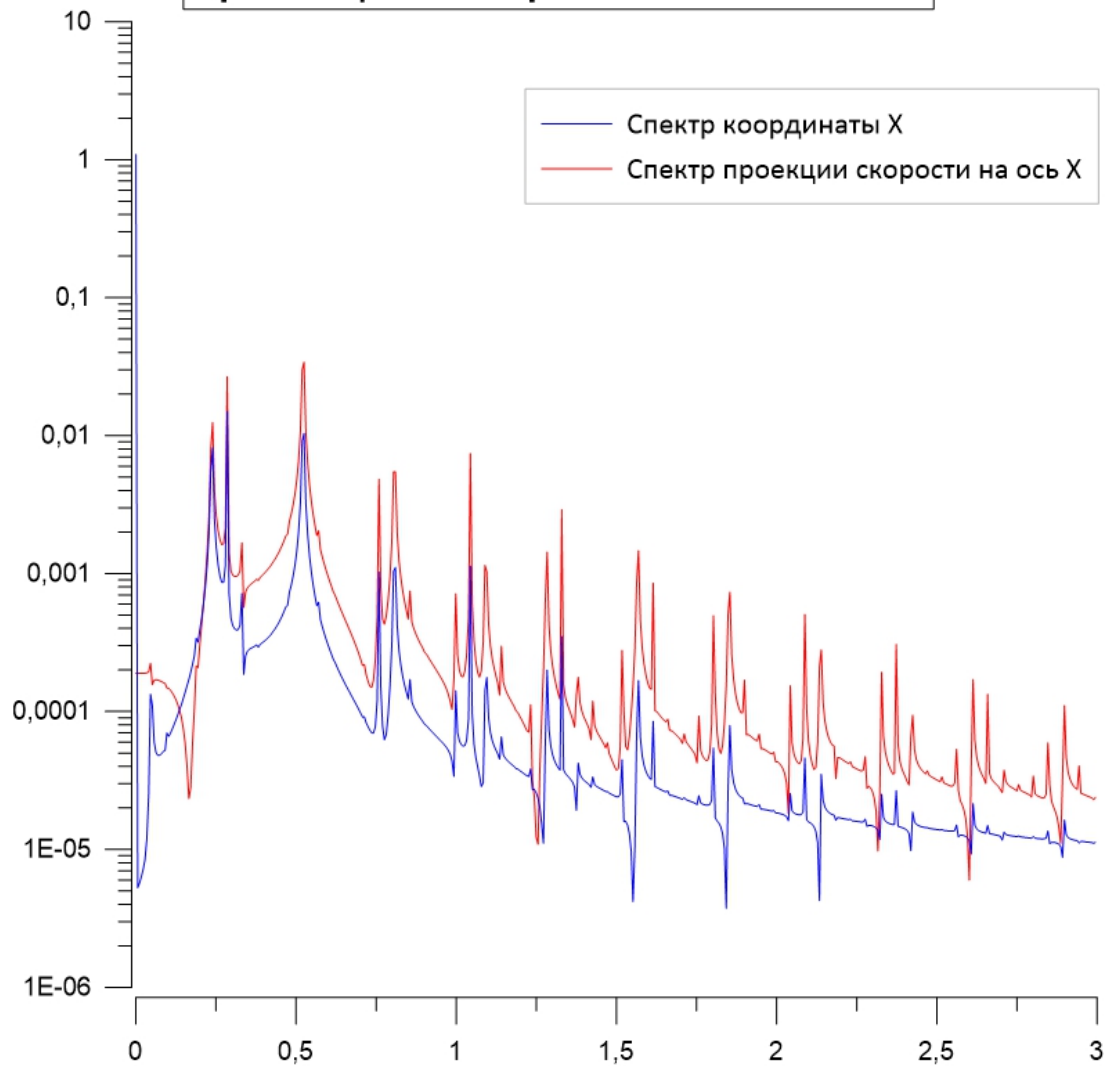


Рис. 3

Спектр – комплексное число. Если известен спектр x , то дифференцирование этого спектра, то есть спектр его производной (спектр скорости) можно получить умножением на $i\omega$, а амплитудный спектр требует умножения на $|\omega|$. Когда период T увеличивается (слева-направо по оси X), частота уменьшается, значит, коэффициент $|\omega|$, на который происходит умножение, стремится к нулю. Поэтому амплитуда уменьшается, но спектр сохраняет те же гармоники.

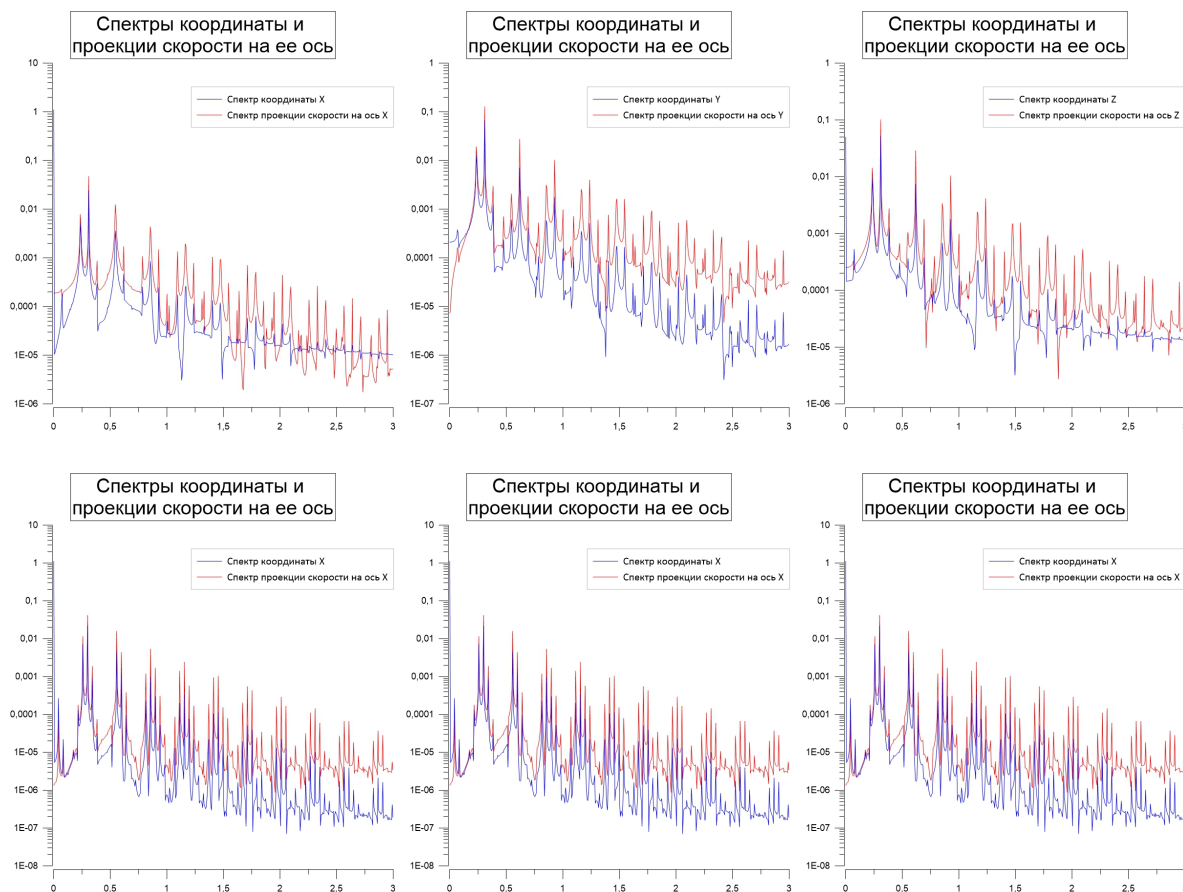


Рис. 4

Между спектрами координат и их скоростей наблюдается несистематическая разница, связанная с умножением на $i\omega$. В начале спектр v_x выше, потом ниже, в следствие того, что $|\omega|$ уменьшается.

В нашей работе мы также попробовали спрогнозировать вид орбит вращения космического аппарата вокруг барицентра. Барицентр - центр системы (в нашей работе - Луна-Земля). Многие заблуждаются, думая, что орбита Луны описывает вращения вокруг центра Земли. На самом же деле барицентр зависит от масс космических тел. В следствие того, что масса и размер одного тела существенно превышают параметры другого тела, этот общий центр масс находится близко к центру большего тела и как правило находится под его поверхностью.

В условиях задачи трех тел тело может двигаться по квазипериодической орбитальной траектории вокруг точки Лагранжа, такие орбиты называются орбитами Лиссажу. Виды орбит, по которым вращаются спутники, зависят от исходных амплитуд и частот, которые задаются начальными условиями.

Мы нашли признаки различных подвидов орбит Лиссажу и определили вид построенных нами в MatLab орбит:

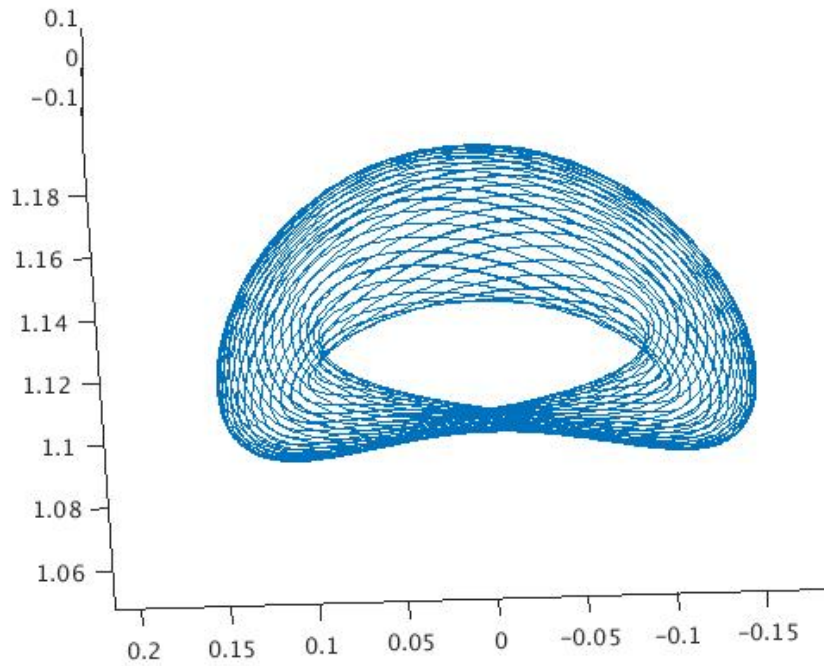


Рис. 5

На рисунке 5 можно наблюдать орбиту, обладающую следующими признаками:

1. Фигура несимметрична относительно плоскости эклиптики
2. Проекция траектории на плоскость YZ никогда не пересекает некоторой окрестности точки Лагранжа

Таким образом, фигура на рисунке 5 - квазигало-орбита

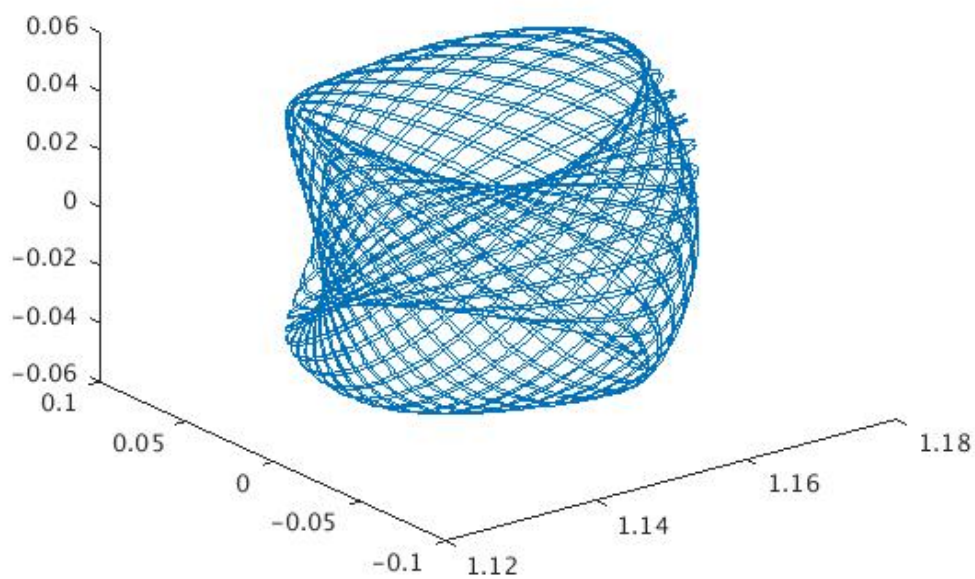


Рис. 6

Фигура рисунке 6 и 7 - орбиты Лиссажу, которые в отличие от квазигало-орбит симметричны относительно эклиптики и плоскости XZ .

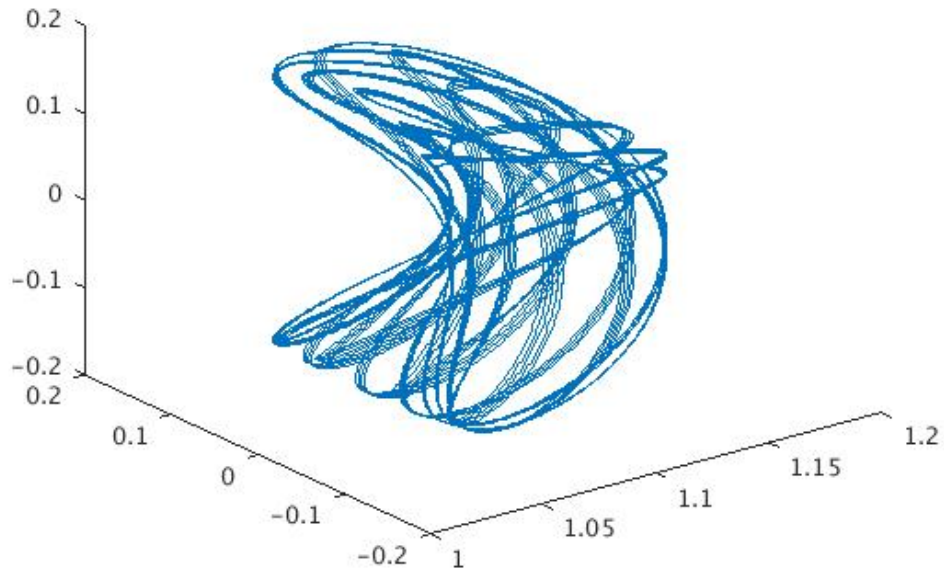


Рис. 7

На рисунке 8 мы можем наблюдать гало - орбиту.

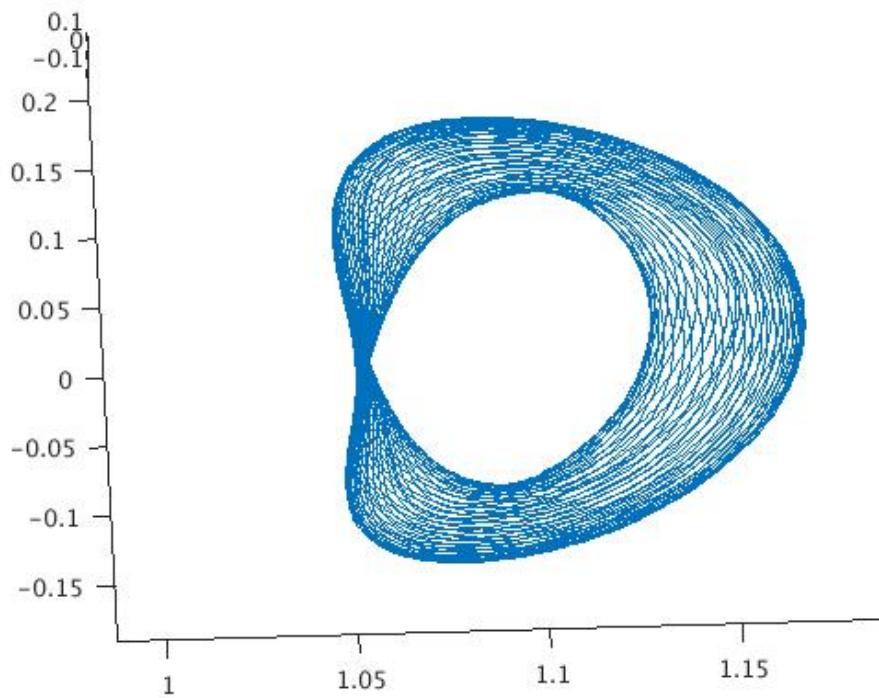


Рис. 8

5 Анализ результатов и практическая значимость исследовательского проекта

В следствие проделанной нами работы нам удалось вычислить спектры по временным рядам, используя Фурье-преобразования и интерполяцию по времени на равные шаги, сравнить их амплитуды и частоты. Мы изучили зависимость спектров координат и их скоростей от частоты и убедились в ней с помощью графиков, построенных нами в программе *Golden Software Grapher*.

С помощью полученных нами спектров можно выделить и проанализировать доминирующие гармоники и супергармоники в орбитах и дать некоторый прогноз на дальнейшее развитие и поведение этой орбиты вокруг барицентра или движение спутника по ней в ближайшее будущее.

Заключение

Спектральный анализ составляет наиболее важный инструмент для исследования космических объектов в современной астрономии. Прделанный нами анализ по исследованию орбит спутников может быть полезен в дальнейшем в научной деятельности при изучении космоса и космических тел, в частности планет и их орбит. Она позволяет использовать временные ряды, полученные со спутников, для построения спектров координат и скоростей и прогнозирования орбит без огромных затрат ресурсов для человечества.

Использованная литература:

1. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М, «Наука», 1978.
2. Editorial: The Earth–Moon System as a Dynamical Laboratory Elisa Maria Alessi, Italian National Research Council (CNR), Italy, Istituto di fisica applicata "Nello Carrara"(IFAC), Italy
3. Введение в математическую обработку астрономических наблюдений (МОН), Пантелеев В.Л
4. Судьба осколков образования Луны: геофизические следствия Гигантского столкновения , А.В. Бялко, М.И. Кузьмин
5. «Компьютерное моделирование движения космического аппарата в окрестности точки либрации L2 системы Солнце-Земля» Аксенов С.А, Бобер С.А, 2015
6. «Лунная пыль» Артур Чарльз Кларк, 1961
7. "Баллистическое проектирование траекторий перелёта с орбиты искусственного спутника Земли на гало-орбиту в окрестности точки L2 системы Солнце-Земля И.С.Ильин [и др.], 2013