



УГЛОВОЙ МОМЕНТ ОБОЛОЧЕК ЗЕМЛИ И ЕЁ ВРАЩЕНИЕ

д.ф.-м.н. Леонид Зотов
ГАИШ МГУ, МИЭМ НИУ ВШЭ

Морской гидрофизический институт
15 марта 2021 г
Севастополь

План доклада

- Что такое угловой момент, вопросы теории
- Сравнение данных по угловому моменту
- Движение полюса
- Ускорение вращения Земли 2016-2021 гг
- Роль атмосферы, океана и изменений его уровня
- Эффекты в гравитационном поле Земли
- Косвенные свидетельства из недр
- Чандлеровское колебание полюса
- Прогнозы на будущее

Основы теории вращения Земли

Однородные уравнения Эйлера (без правой части)

$$\begin{aligned}\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{I_3 - I_2}{I_1} \omega_2 \omega_3 &= 0, \\ \frac{d\omega_2}{dt} + \frac{I_1 - I_3}{I_2} \omega_3 \omega_1 &= 0, \\ \frac{d\omega_3}{dt} + \frac{I_2 - I_1}{I_3} \omega_1 \omega_2 &= 0.\end{aligned}$$

решение Эйлера для
движения полюса

$$\frac{d\omega_1}{dt} = -\sigma_e \omega_2, \quad \frac{d\omega_2}{dt} = \sigma_e \omega_1,$$

$$\sigma_e = \Omega \frac{C - \frac{A+B}{2}}{\frac{A+B}{2}}.$$

скорость вращения не меняется

$$\frac{d\omega_3}{dt} = 0$$

тензор инерции с малыми возмущениями

$$\mathbf{I} + \delta\mathbf{I} = \begin{bmatrix} A + c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & B + c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & C + c_{33} \end{bmatrix}.$$

малые изменения вектора угловой скорости

$$\omega_0 + \delta\omega = \Omega \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 + m_3 \end{bmatrix}.$$

введем комплексные обозначения для
движения полюса изменений тензора
 инерции

$$m = m_1 + im_2, \quad c = c_{13} + ic_{23},$$

и относительного
момента импульса

$$h = \dot{c}_{13} + i\dot{c}_{23}$$

Основы теории вращения Земли

Переместим в правую часть возбуждения связанные с геофизическими процессами

$$\Psi_1 = \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \left(\Omega^2 c_{13} + \Omega \dot{c}_{23} + \dot{h}_2 + \Omega h_1 \right),$$

$$\Psi_2 = \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \left(\Omega^2 c_{23} - \Omega \dot{c}_{13} - \dot{h}_1 + \Omega h_2 \right)$$

$$\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2$$

$$m = p - \frac{i}{\Omega} \dot{p} \approx p$$

$$\Psi_3 = \frac{1}{\Omega^2 C} \left(-\Omega^2 c_{33} - \Omega \dot{h}_3 \right)$$

Переходим к функциям углового момента

$$\frac{i}{\sigma_e} \dot{p} + p = \chi^{mass} + \chi^{motion} = \chi.$$

$$\chi = \frac{c}{(C - A)} + \frac{h}{\Omega(C - A)},$$

$$\chi_3^I = (\alpha_1 + \alpha_3) \frac{c_{33}^I}{C} + \alpha_1 \frac{h_3}{C\Omega}$$

$$m_3 = -\chi_3$$

$$m_3 = -\frac{\Delta LOD}{LOD}$$

$$LOD = 86400 \text{ сек}$$

Угловой момент, формулы расчета

Компонента массы

Компонента движения

$$H(t) = H^{mass}(t) + H^{motion}(t) = \int \rho(r, t) \mathbf{r} \times [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{v}(r, t)] dV.$$


$$H_x^{mass}(t) = -\Omega \frac{r^4}{g} \int \int p(\phi, \lambda) \sin \phi \cos^2 \phi \cos \lambda d\phi d\lambda,$$

$$H_x^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \int \int [\cos \phi \sin \lambda v(r, t) - \sin \phi \cos \phi \cos \lambda u(r, t)] d\phi d\lambda,$$

$$H_y^{mass}(t) = -\Omega \frac{r^4}{g} \int \int p(\phi, \lambda) \sin \phi \cos^2 \phi \sin \lambda d\phi d\lambda,$$

$$H_y^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \int \int [-\cos \phi \cos \lambda v(r, t) - \sin \phi \cos \phi \sin \lambda u(r, t)] dp d\phi d\lambda,$$

$$H_z^{mass}(t) = \Omega \frac{r^4}{g} \int \int p(\phi, \lambda) \cos^3 \phi d\phi d\lambda,$$

$$H_z^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \int \int \cos^2 \phi u(r, t) dp d\phi d\lambda,$$

Функции эффективного углового момента

$$\chi_{x,y}^{motion} = \frac{1.5913}{\Omega(C-A)} H_{x,y}^{motion}, \quad \chi_z^{motion} = \frac{0.998}{\Omega C} H_z^{motion},$$

$$\chi_{x,y}^{mass} = \frac{1.098}{\Omega(C-A)} H_{x,y}^{mass}, \quad \chi_z^{mass} = \frac{0.753}{\Omega C} H_z^{mass}.$$

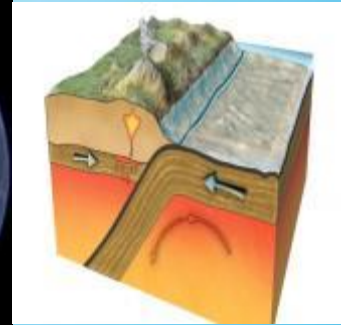
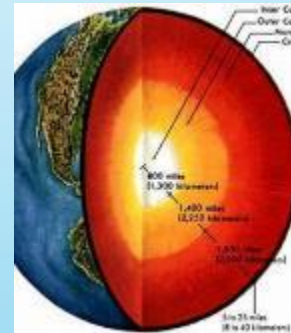
Геофизические процессы, влияющие на вращение Земли от 1 до 1 000 000 лет

Хорошо моделируются
Лунно-солнечные
приливы

12 час 1 день 365 дней 10 лет

атмосфера

океан



10^2 лет

10^3 лет

10^4 лет

10^5 лет

10^6 лет

оледенения

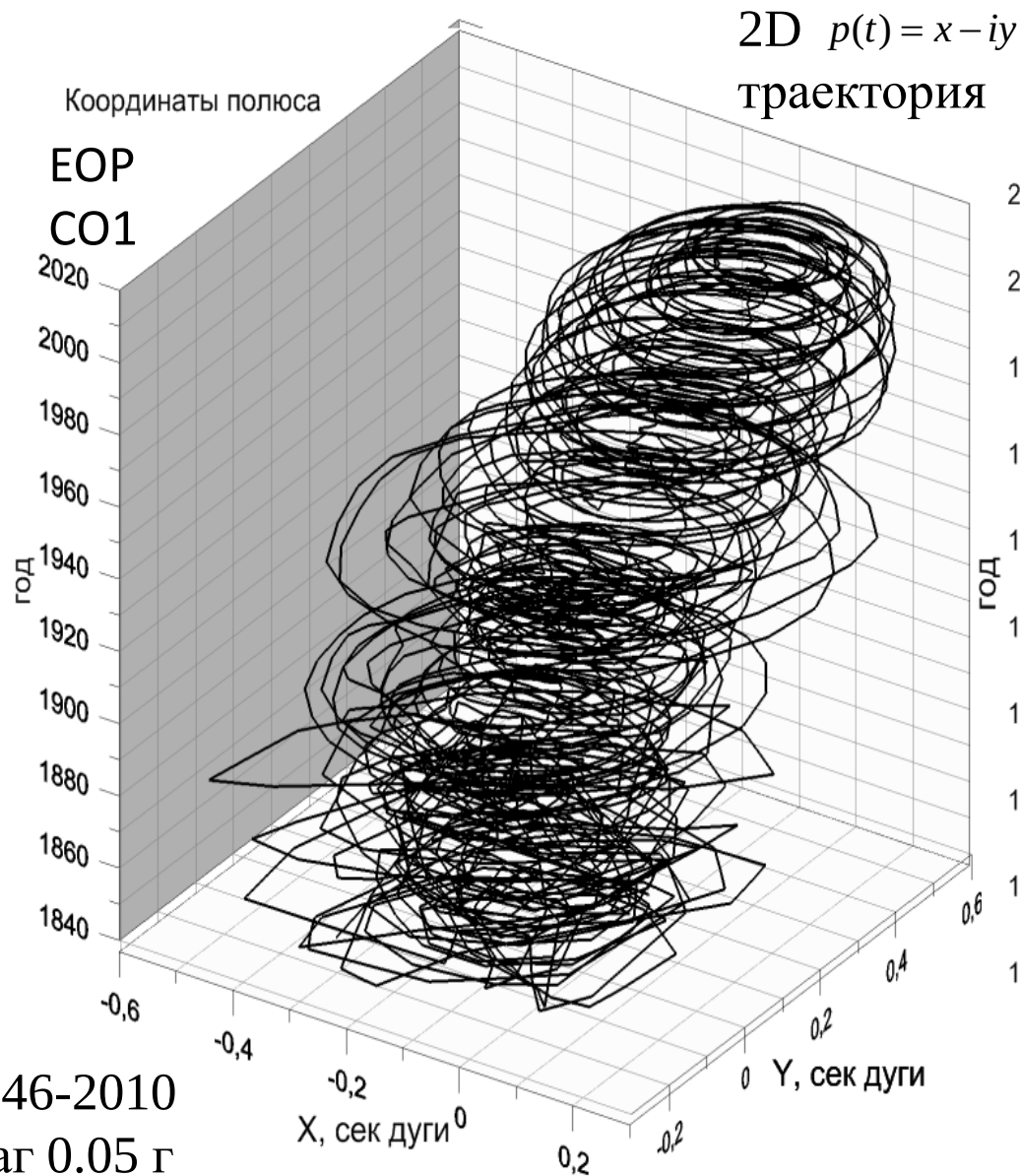
Гидрологические и климатические
эффекты

Взаимодействие ядро-мантия

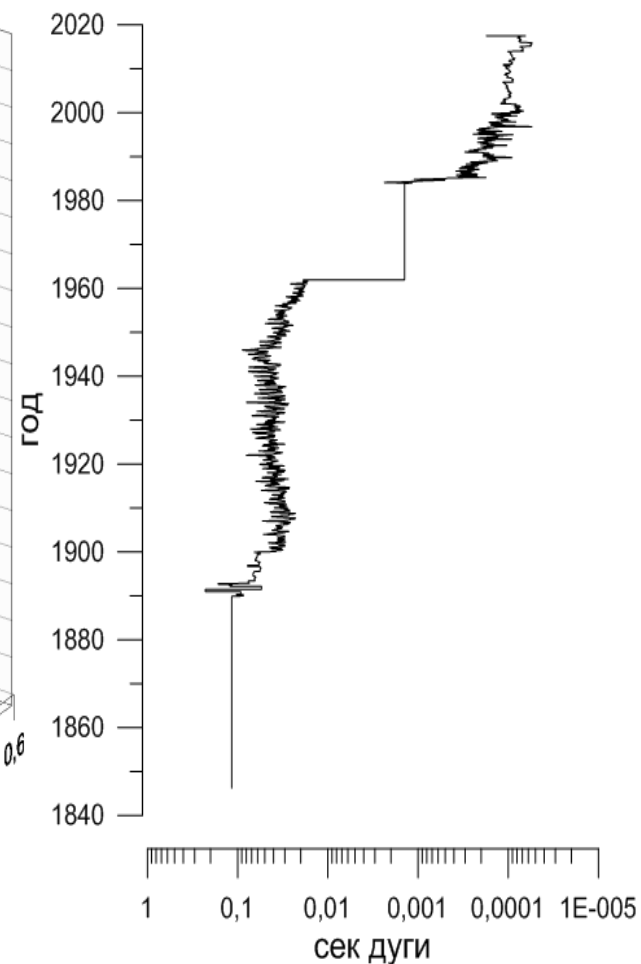
Тектоника

рис: С. Bizouard

Движение полюса



Погрешность
координат полюса



1846-2010
шаг 0.05 г

Составляющие движения полюса

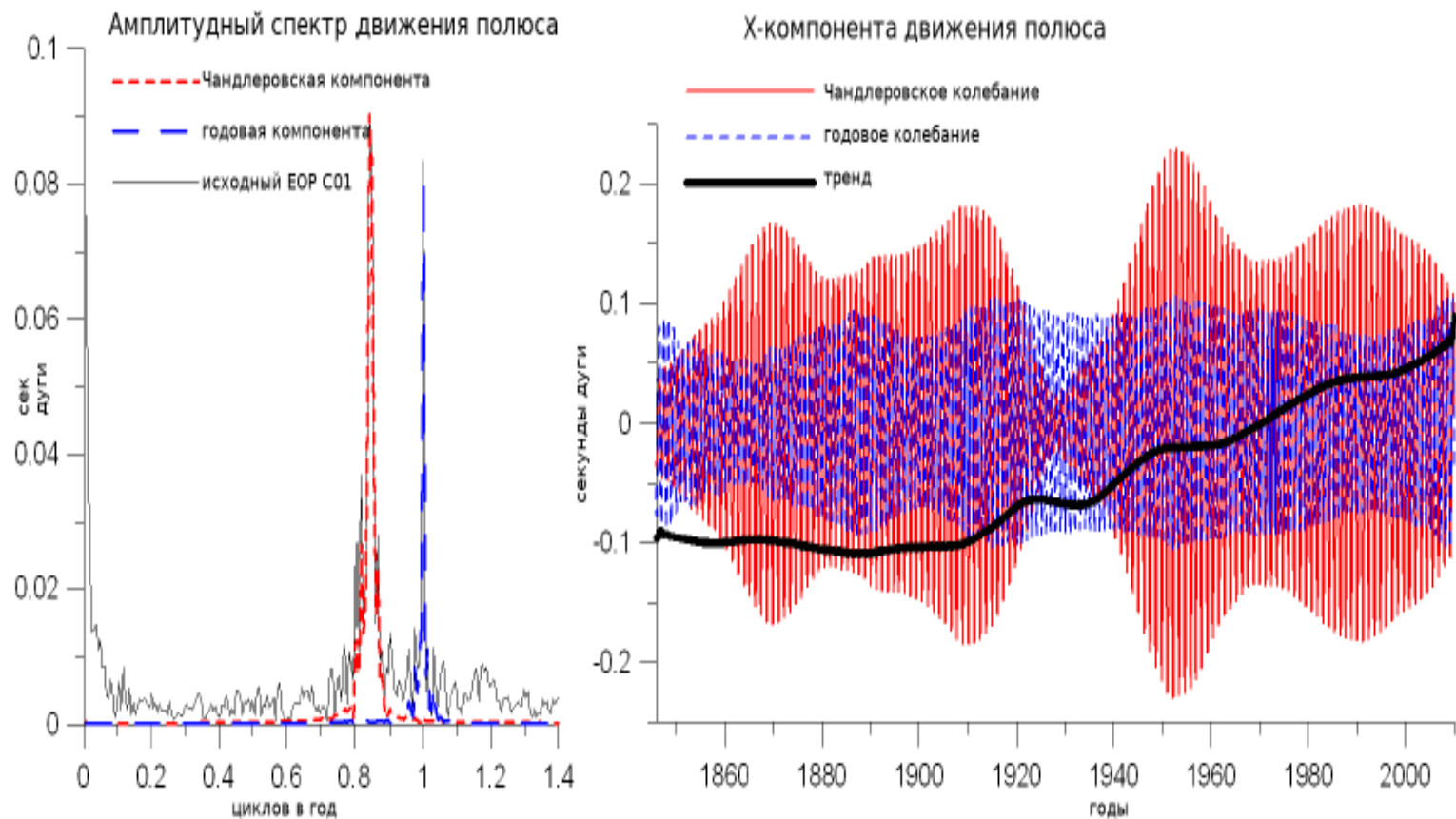


Рис. 3.2: Спектры движения полюса (слева) и его компоненты (х-координата), полученные комплексным ССА (справа).

Уравнение Эйлера-Лиувилля для движения полюса

Геодезическое
возбуждение

Геофизическое
возбуждение

$p(t)$ – комплексная
траектория
полюса

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dp(t)}{dt} + p(t) = \chi^{tot}(t),$$

$$\chi_e^{mass} = \frac{1 + k'_2}{1 - \tilde{k}_2/k_s} \chi^{mass}, \quad \chi_e^{motion} = \frac{1}{1 - \tilde{k}_2/k_s} \chi^{motion}.$$

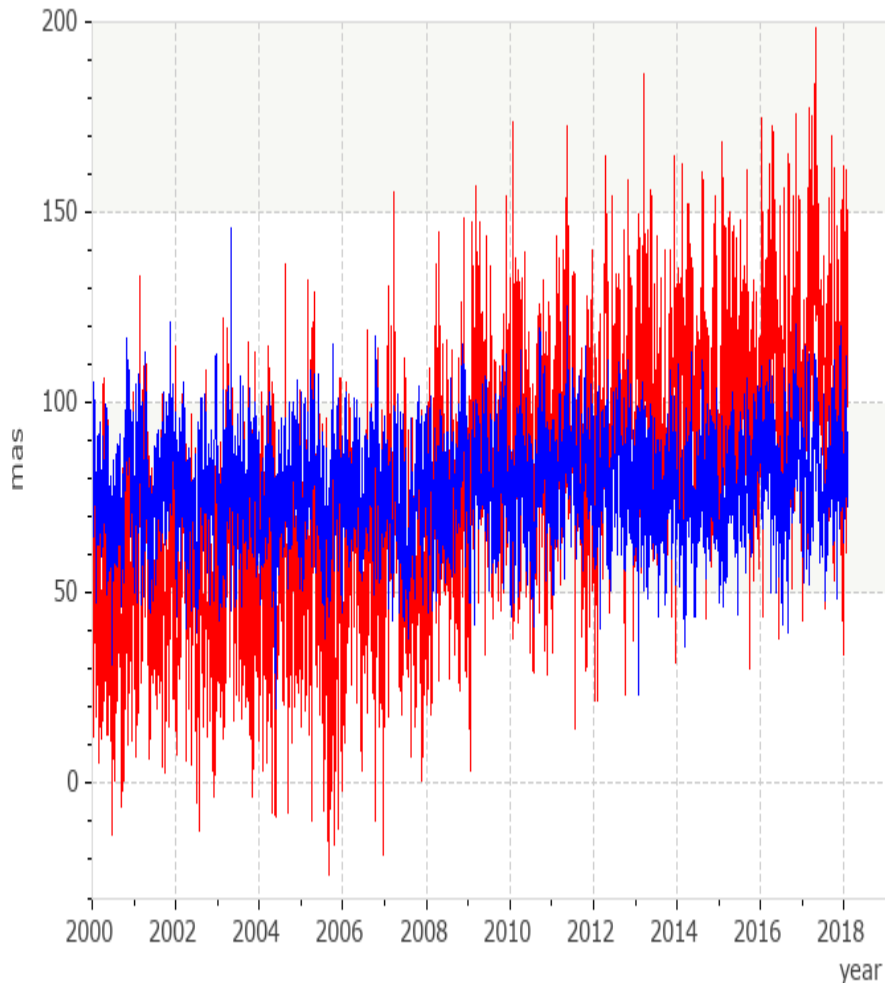
Комплексная Чандлерова частота $f_c = 365.25/433$ циклов в год период $T = 433$ сут

$$\sigma_c = \sigma_e \frac{(1 - \frac{\tilde{k}_2}{k_s})}{(1 + e \frac{\tilde{k}_2}{k_s})} = 2\pi f_c \left(1 + \frac{i}{2Q} \right).$$

Q – добротность
использовано
Q=100

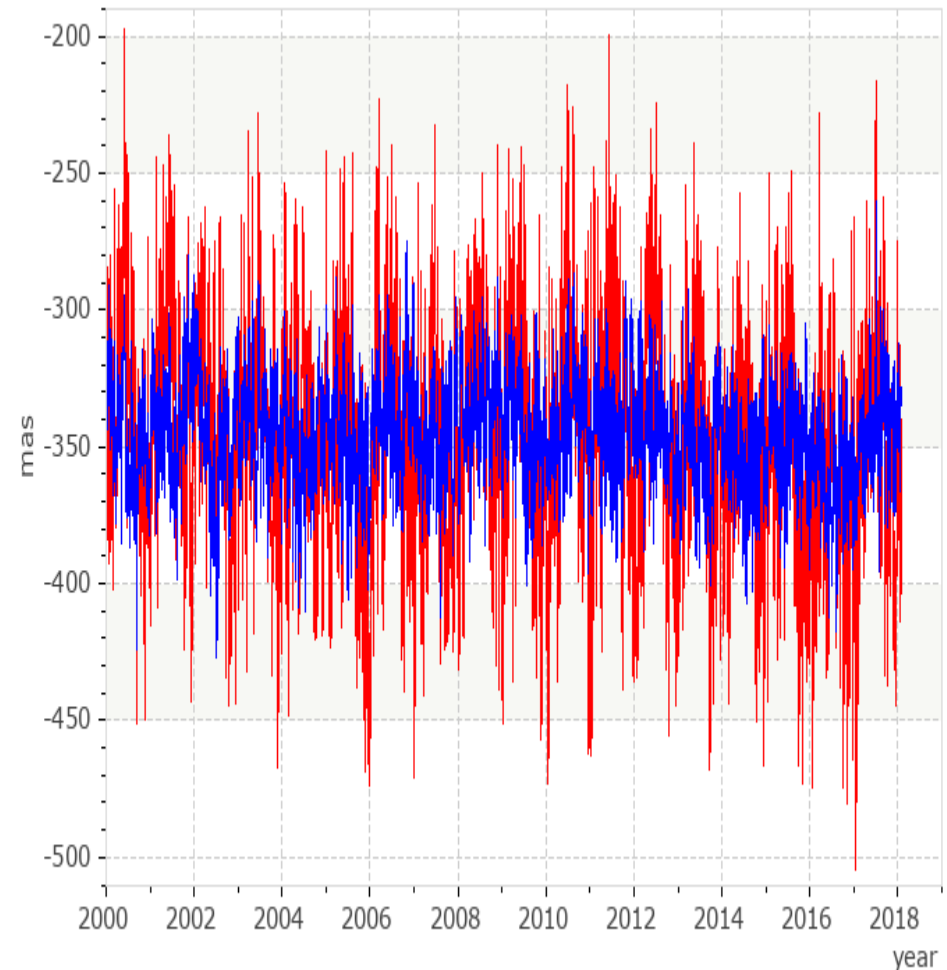
Вклад углового момента океана ОАМ (ЕССО) в движение полюса

Equatorial x component



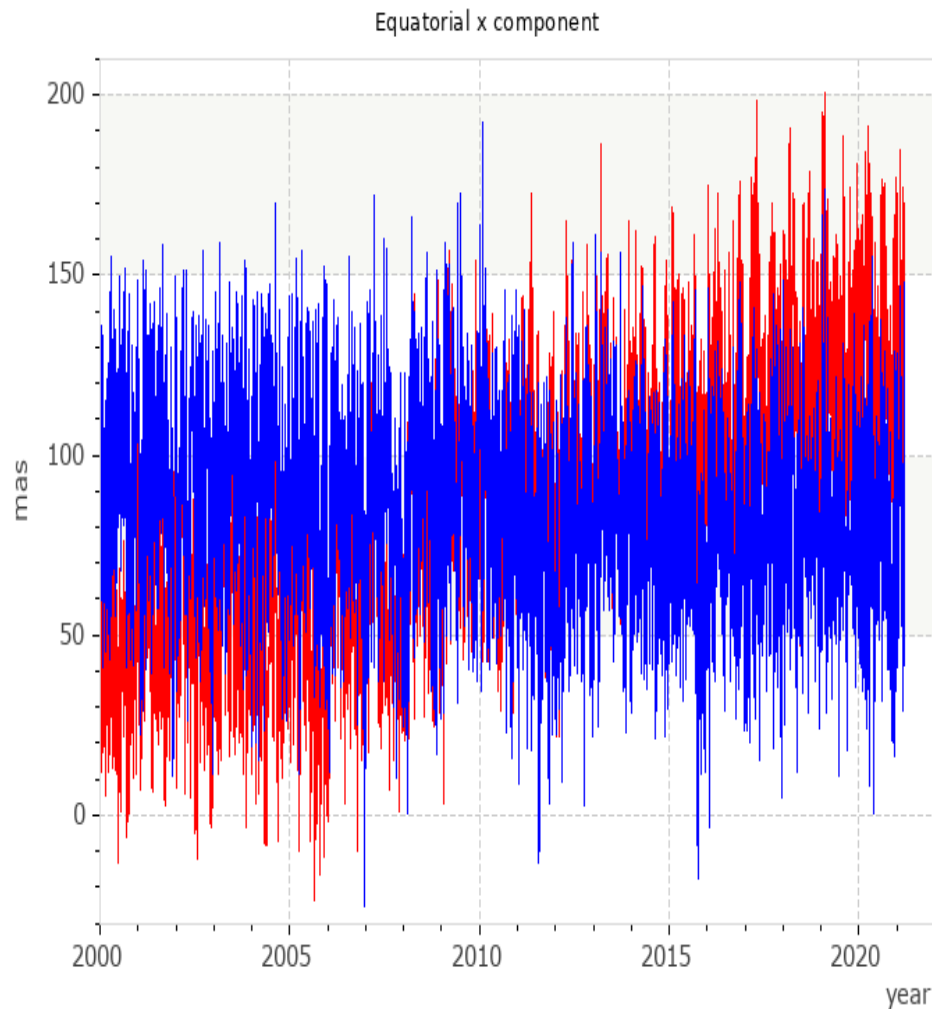
— G (std= 34.36) — [Oma+mo--77.66 mas] (std= 13.38) Cor.=0.40

Equatorial y component

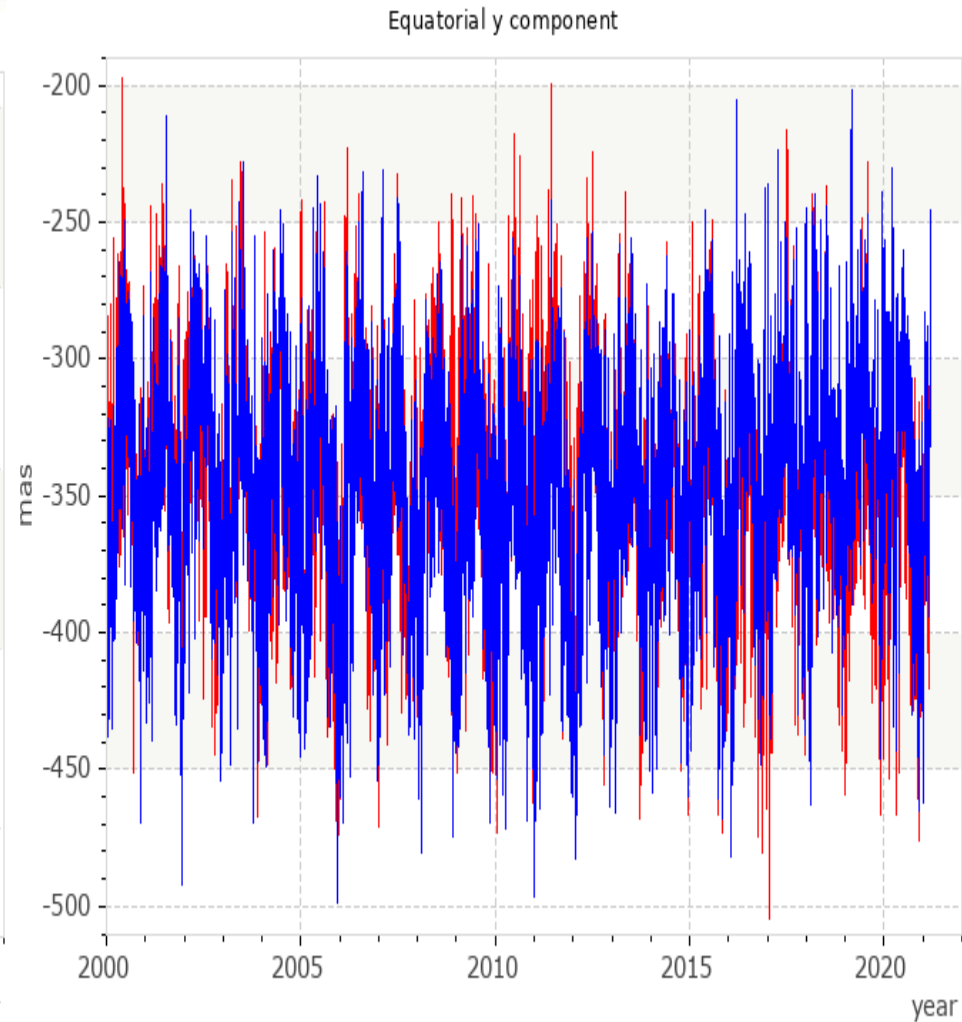


— G (std= 44.00) — [Oma+mo-346.91 mas] (std= 20.22) Cor.=0.44

Вклад углового момента атмосферы ААМ (НСЕР) в движение полюса

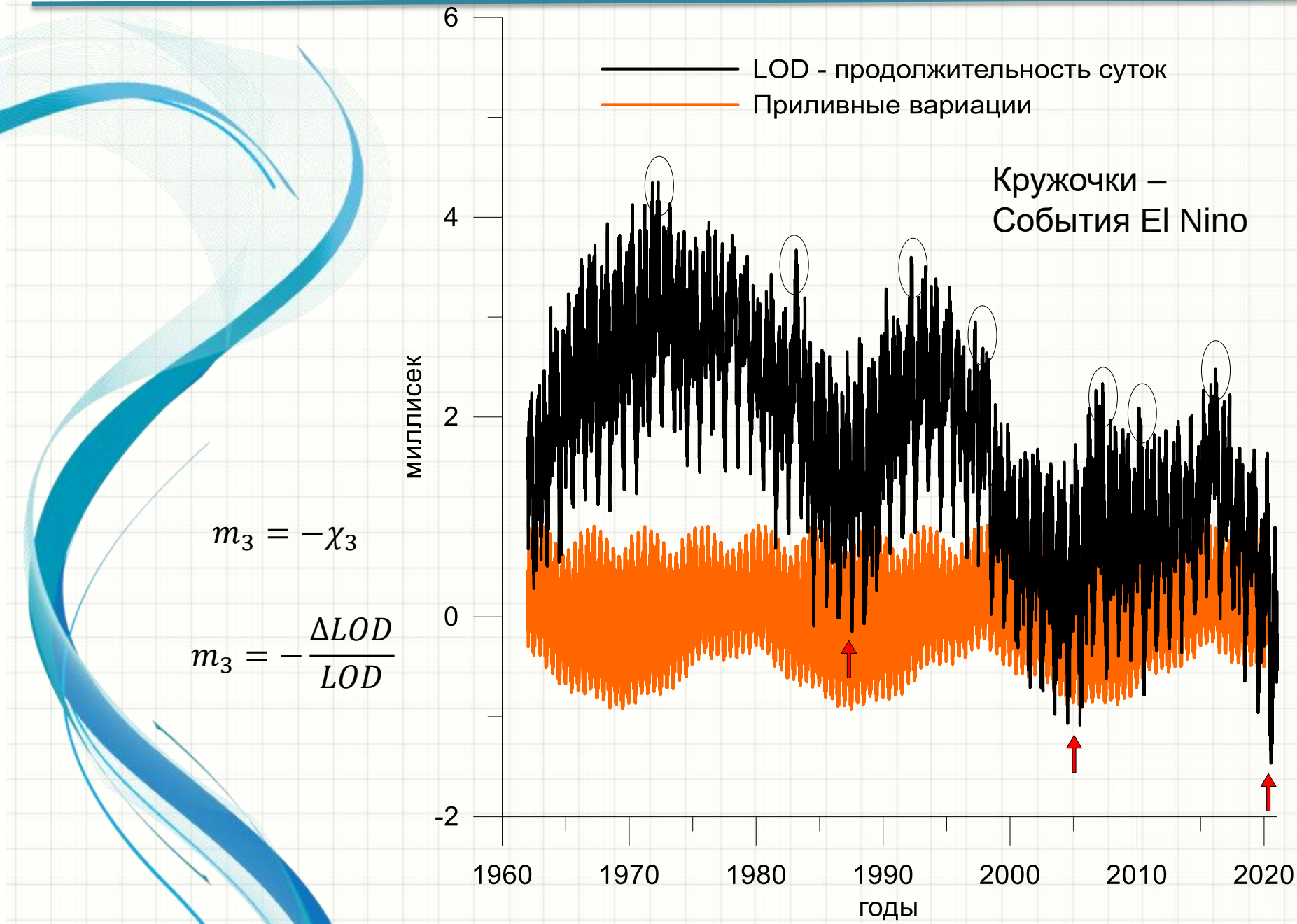


— G (std= 37.41) — [Ama+mo--114.65 mas] (std= 26.44) Cor.=0.31



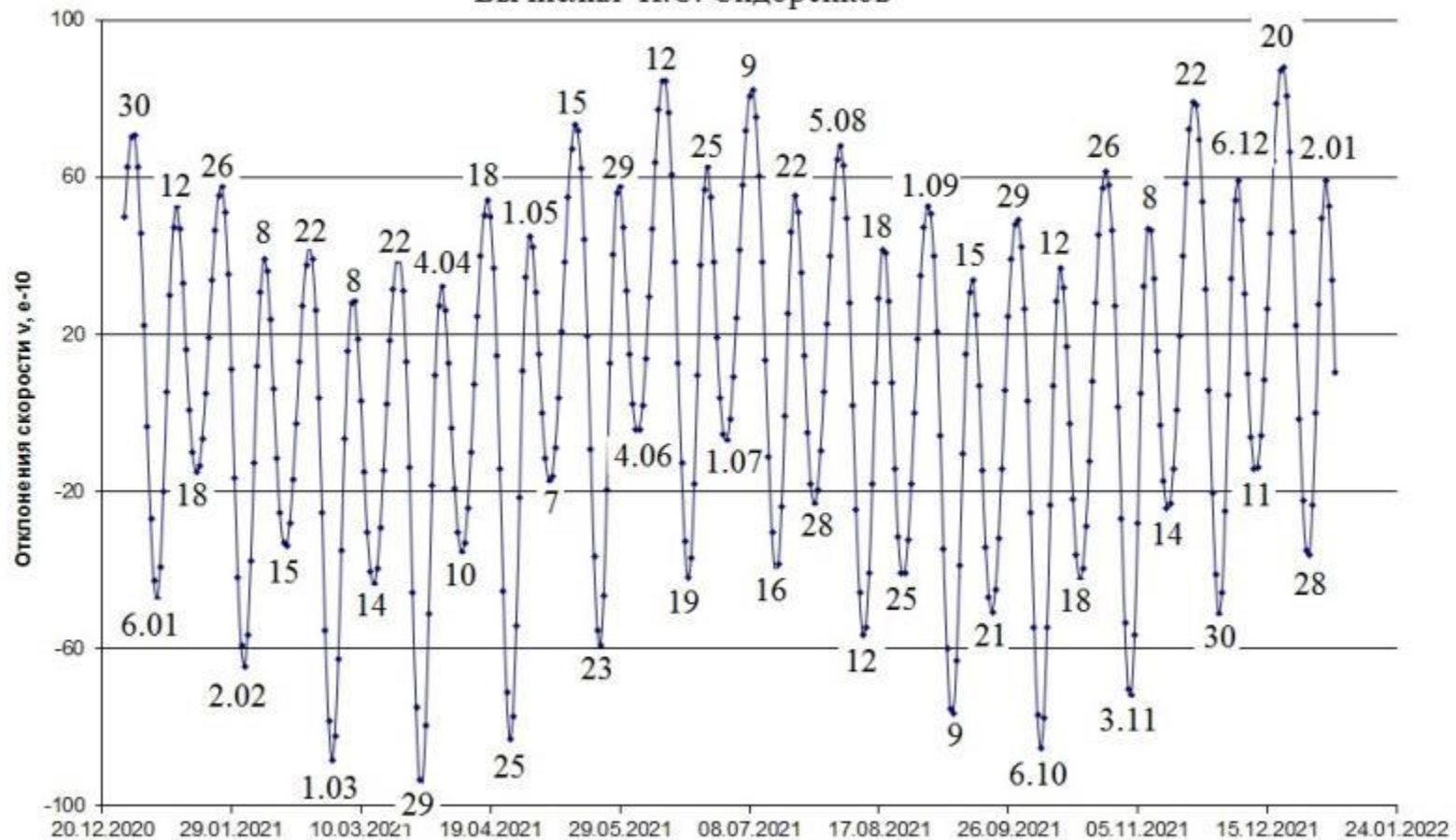
— G (std= 43.85) — [Ama+mo-670.95 mas] (std= 42.49) Cor.=0.74

Изменения длительности суток

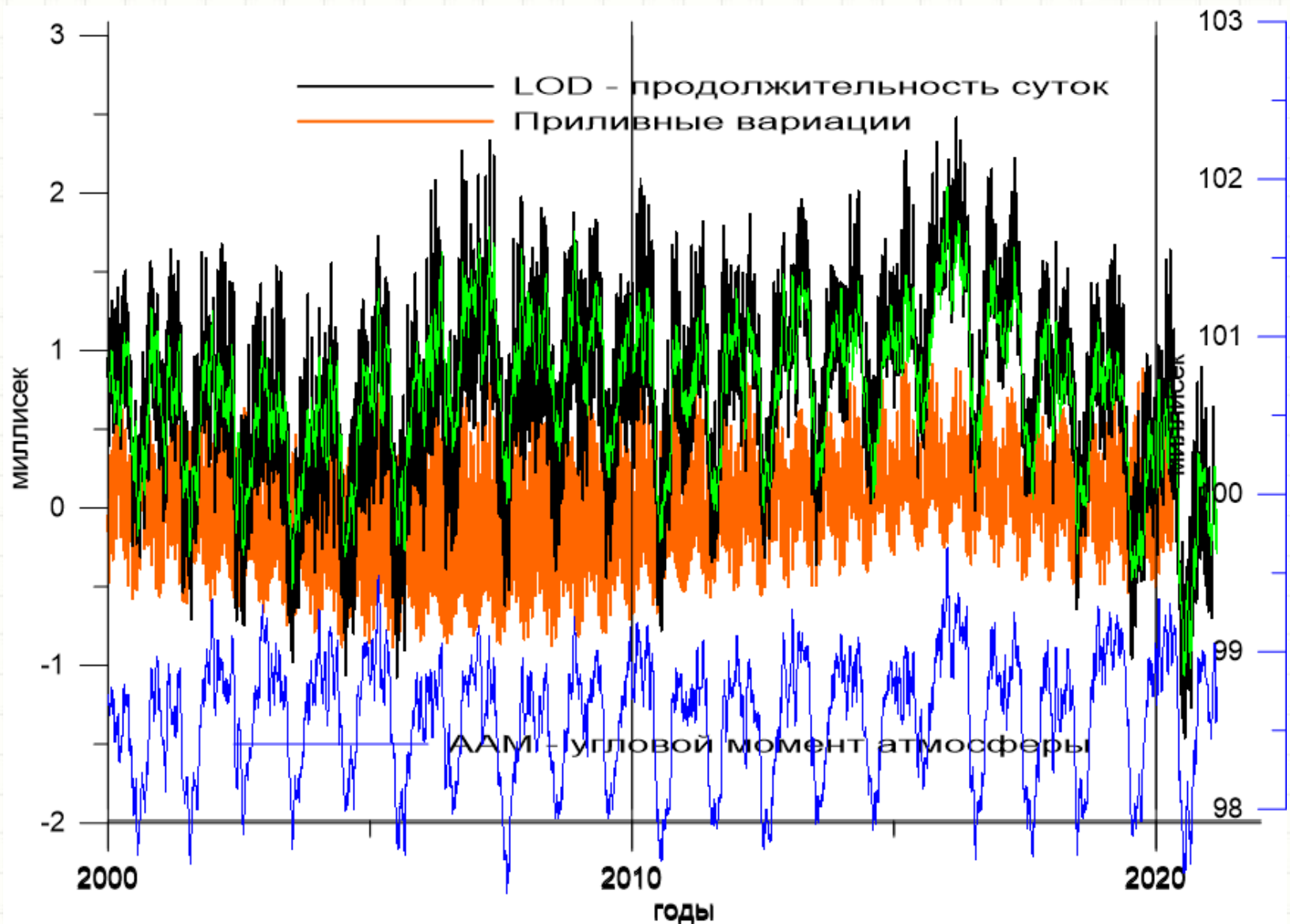


Влияние зональных приливов на скорость вращения Земли

Приливные колебания угловой скорости вращения Земли в 2021 году
Вычислил Н.С. Сидоренков



Вклад углового момента атмосферы ААМ в изменения скорости вращения Земли



Простейшие оценки для компоненты Z

Атмосферный угловой момент ветров в течение года меняется на $5 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$

Для перевода в мс LOD он умножается на $0.756/[\omega \cdot C_m] = 1.5 \cdot 10^{-34}$

где средняя скорость вращения Земли $\omega = 7.2921150 \cdot 10^{-5} \text{ рад/сек}$

осевой момент инерции мантии $C_m = 7.12 \cdot 10^{37} \text{ кг/м}^2$

и на $24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 1000 = 86400000$ - стандартное число миллисекунд в сутках

Отсюда, амплитуда сезонных изменений LOD под действием изменений атмосферного углового момента ветров составляет

$$6.5 \cdot 10^{-9} \text{ рад или около } 0.6 \text{ мс}$$

и на порядок меньше под действием перераспределений давления — компоненты массы атмосферного углового момента

океанический угловой момент в течение года дает вклад в LOD порядка

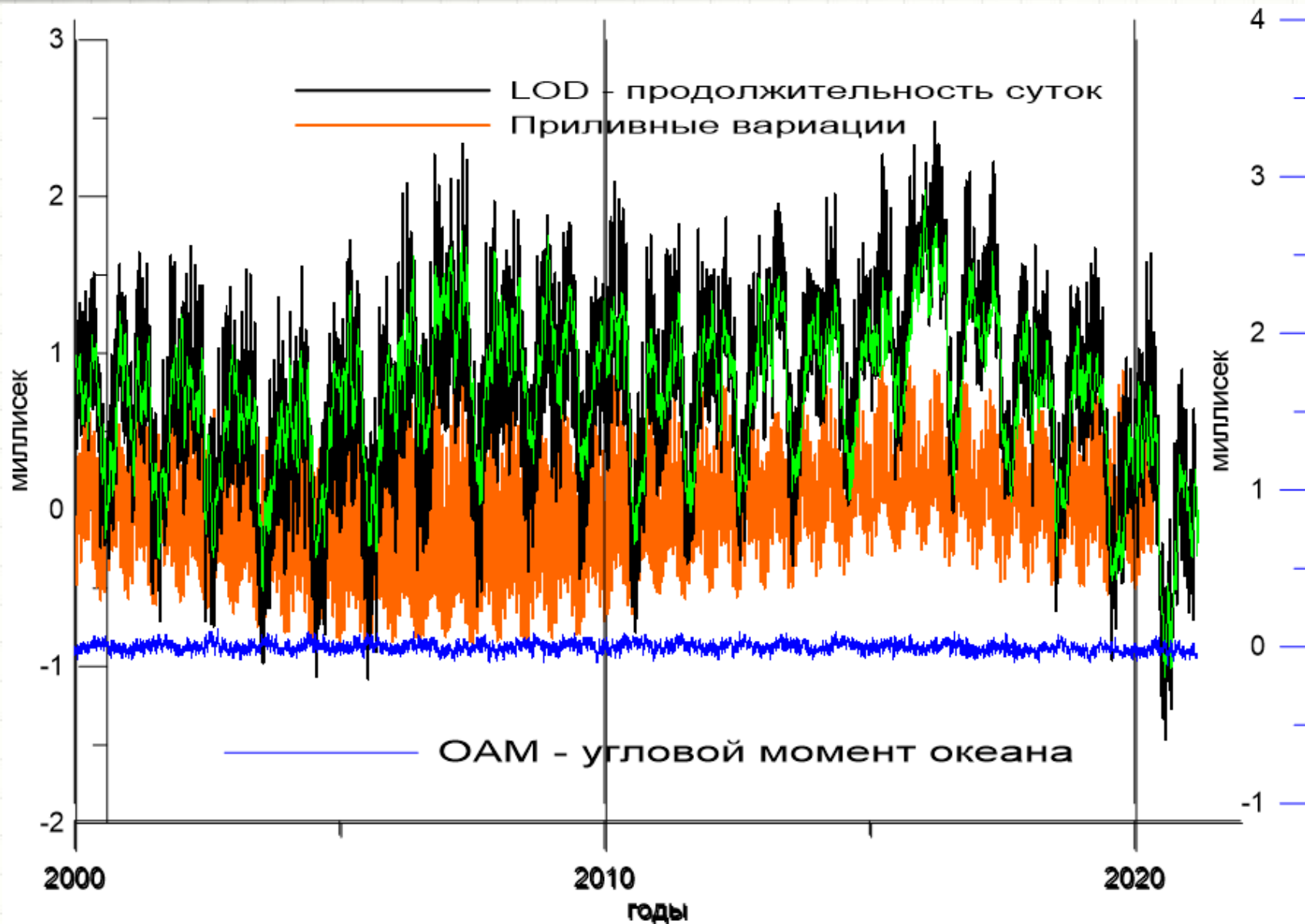
0.03 мс — компонента давления и 0.03 — компонента течений

с 2016 года LOD уменьшается примерно на 0.3 мс в год

что соответствует приросту углового момента

на $\sim 2.5 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ в год

Вклад углового момента океана ОАМ в изменения скорости вращения Земли



Простейшие оценки для компоненты Z

Рассмотрим течение в океане шириной 100 км, глубиной 1000 м, при расходе 100 Sv его скорость должна составлять $v=1$ м/сек положим что такое течение распространяется вдоль всего экватора Земли, протяженностью $4 \cdot 10^7$ м, тогда объем воды в нем – $m=4 \cdot 10^{15}$ м³ Беря радиус кольца $R=6\,377$ км от центра Земли, получаем, что его момент инерции

$$I=mR^2=1.6 \cdot 10^{32} \quad \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

а угловой момент (при скорости 1 м/сек)

$$H = 4 \cdot 10^{24} \quad \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$$

кинетическая энергия такого потока

$$E = 2 \cdot 10^{18} \text{ Дж} \quad 2 \cdot 10^{25} \text{ Эрг}$$

с другой стороны – если поднять всю эту массу жидкости на 1 м то момент инерции возрастет на

$$\Delta I = m(R + 1)^2 - m(R)^2 = 5 \cdot 10^{25} \quad \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

а угловой момент, связанный с переносом в ходе вращения Земли составит

$$\Delta H = 3.8 \cdot 10^{21} \quad \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$$

Простейшие оценки для компоненты Z

Повысим уровень моря на 1 см, считая что океан покрывает всю поверхность планеты, сохранив при этом массу Земли. От этого момент инерции возрастет на

$$\Delta I = \frac{2}{5} M(R + 0.01)^2 - \frac{2}{5} M(R)^2$$

средний радиус земного шара 6 378 136.6 м
считая массу равной $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, получаем

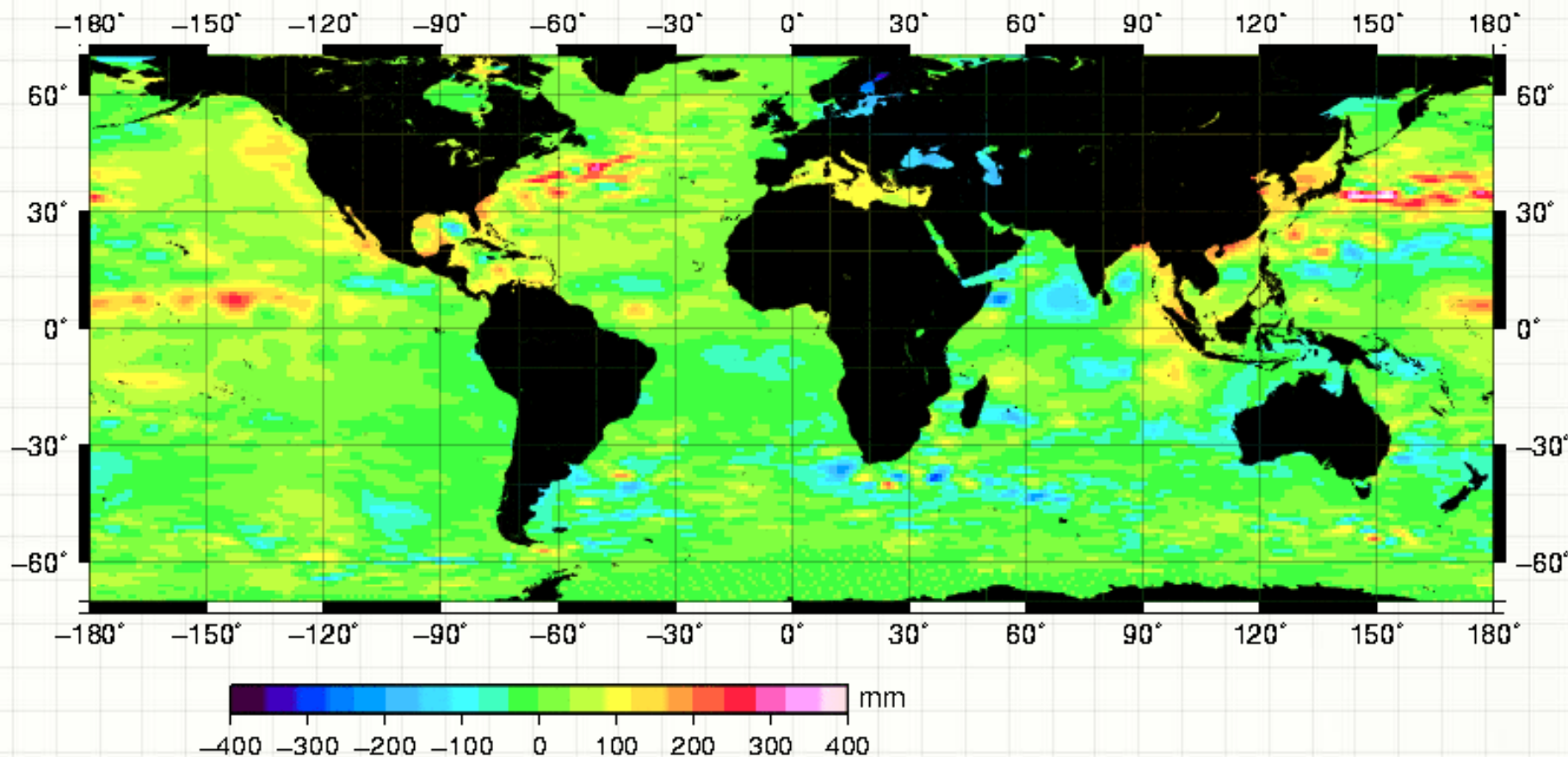
$$\Delta I = 3 \cdot 10^{29} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

умножая на угловую скорость вращения Земли, получаем изменение углового момента

$$\Delta H = 2 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$$

Сводные данные альтиметрии T/P, Jason 1, 2, EOS 1,2, Envisat

init 1992/10/14



Maps of Sea Level Anomalies & geostrophic velocity anomalies (MSLA)
Merged data from AVISO

Многоканальный ССА

1) Пусть имеется многомерный временной ряд, положим набор цифровых карт некоторого поля с постоянным шагом во времени Δt . Для каждой компоненты временного ряда – канала – в нашем случае интенсивности $A(tk)$ пиксела изображения с координатами ij , строится траекторная матрица. Траекторные матрицы для всех компонент ij объединяются в блочную матрицу X

$$X_{A_{ij}} = \begin{pmatrix} A_{ij}(t_0) & A_{ij}(t_1) & \dots & A_{ij}(t_{K-1}) \\ A_{ij}(t_1) & A_{ij}(t_2) & \dots & A_{ij}(t_K) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{ij}(t_{L-1}) & A_{ij}(t_L) & \dots & A_{ij}(t_{N-1}) \end{pmatrix} \quad X = [X_{A_{1,1}}, X_{A_{2,1}}, X_{A_{1,2}}, \dots, X_{A_{ij}}, \dots, X_{A_{P-1,Q}}, X_{A_{P,Q}}]^T$$

$K = N - L + 1$

2) Выполняется SVD-разложение матрицы X

$$X = USV^T$$

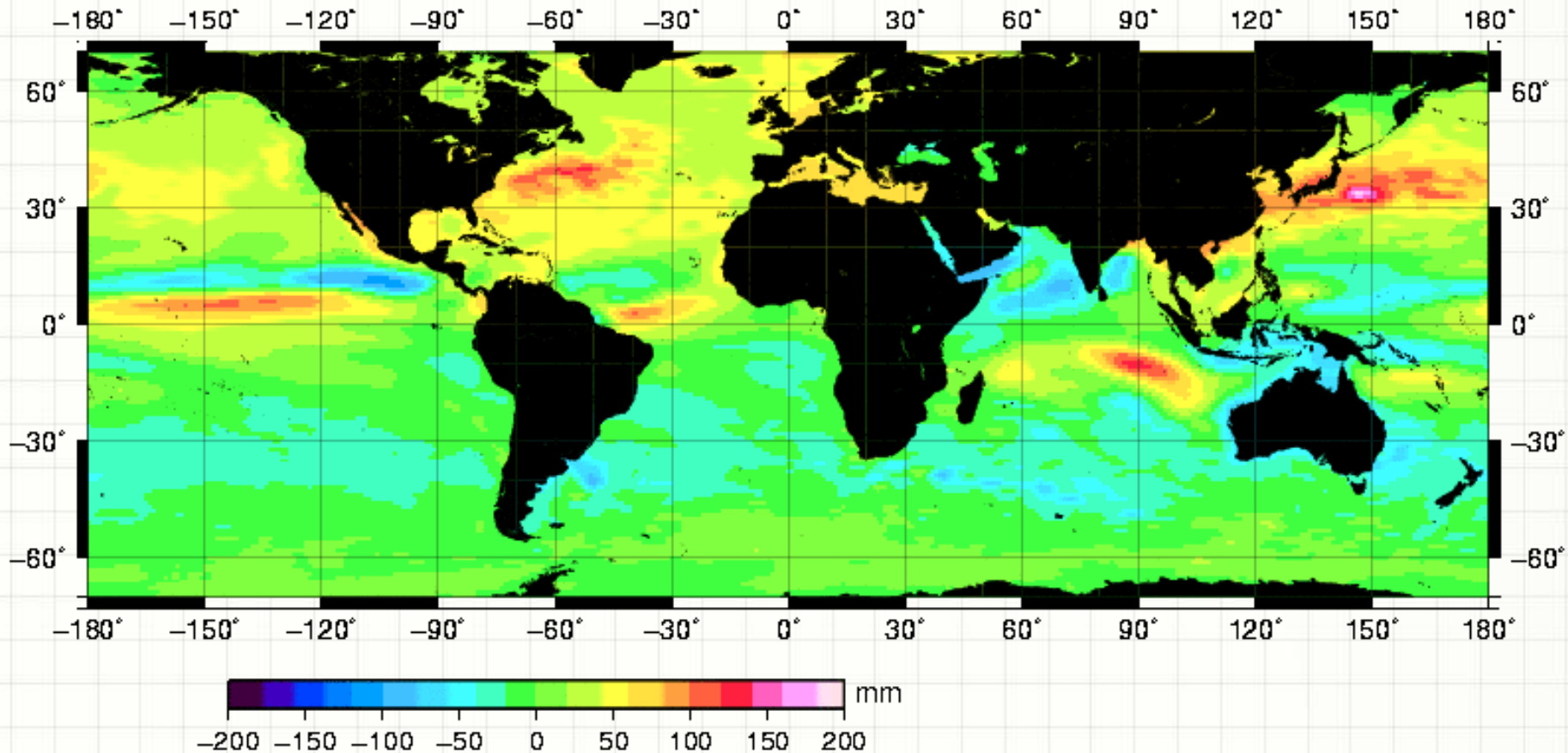
3) Каждому сингулярному числу s_i соответствует главная компонента. Компоненты со сходными свойствами группируются и для них получаются матрицы перемножением s_i на вектора u_i, v_i

$$X^i = s_i u_i v_i^T,$$

4) Сигнал в каждом из каналов восстанавливается из матриц X^i для каждой ГК усреднением элементов вдоль боковых диагоналей (операция Генкелизации).

Годовая изменчивость уровня моря после МССА-обработки L=26 (2 years)

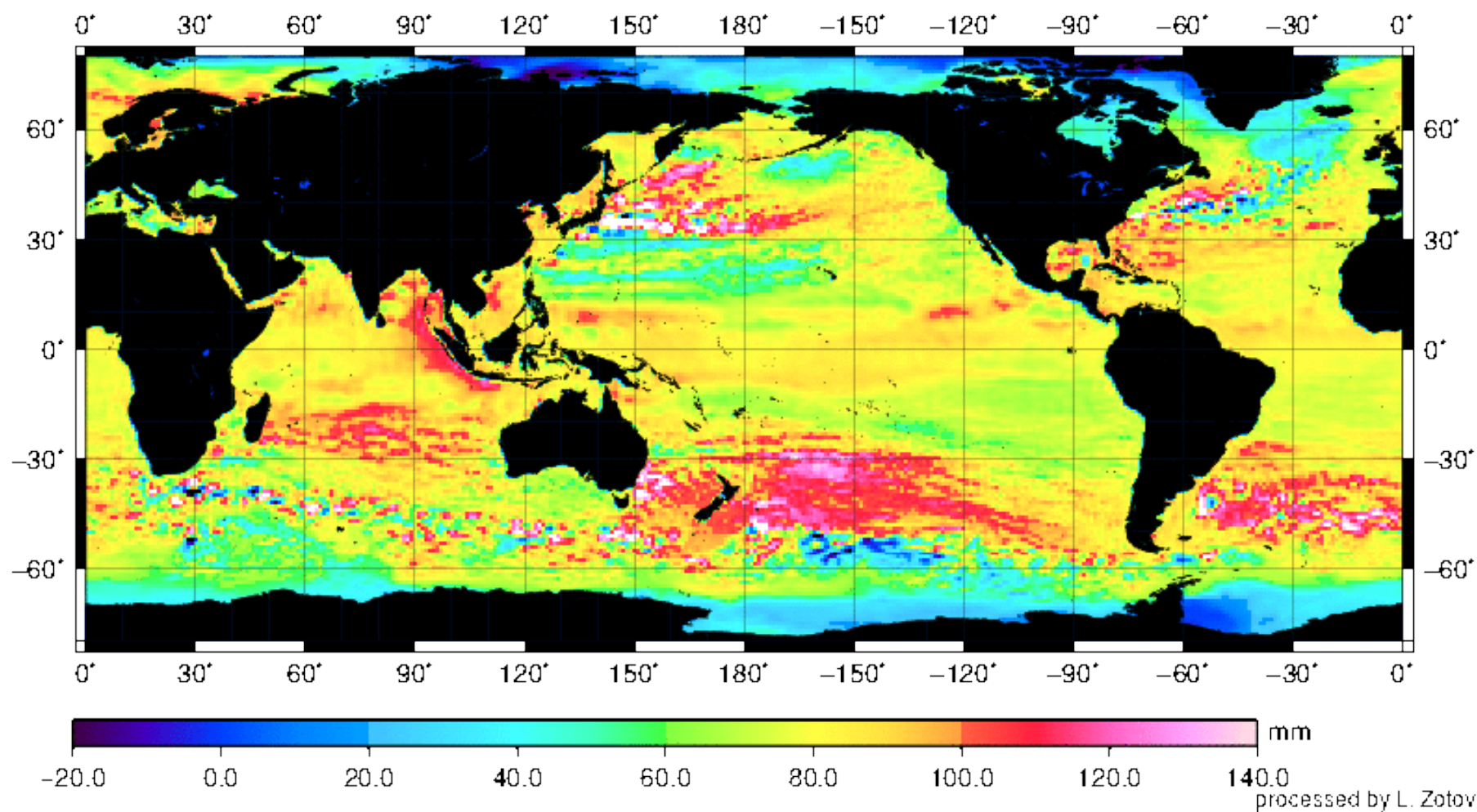
PC 2 (SN 2+3) 1992/10/14



Maps of Sea Level Anomalies & geostrophic velocity anomalies (MSLA)
Merged data from AVISO

Изменения уровня моря по сводным данным альтиметрии

SL trend 1993-2017

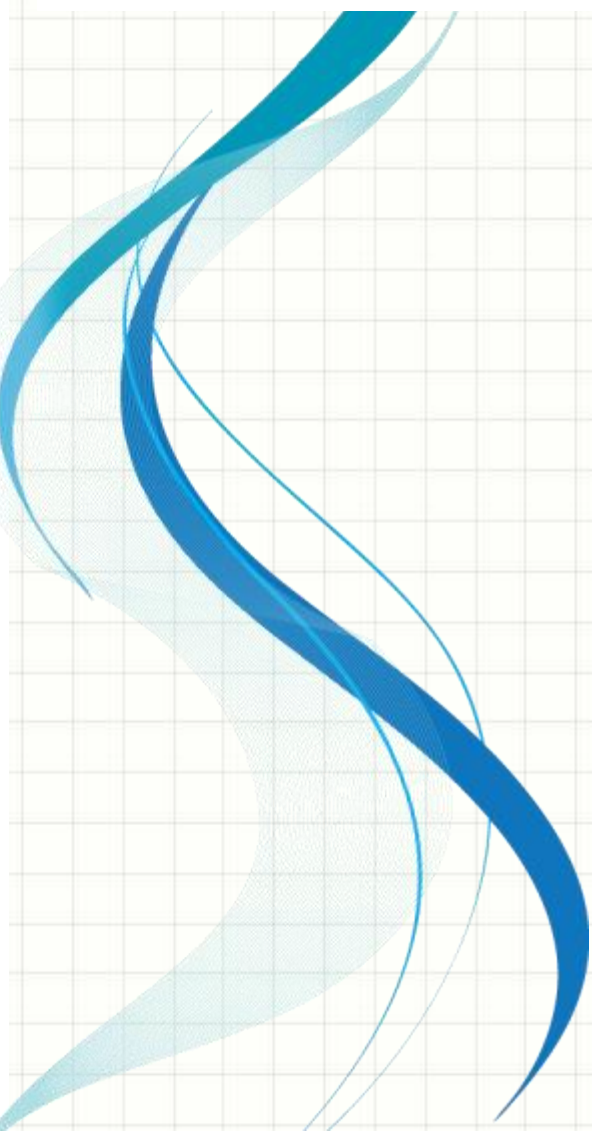


Assessment of degree-2 order-1 gravitational changes from GRACE and GRACE Follow-on, Earth rotation, satellite laser ranging, and models

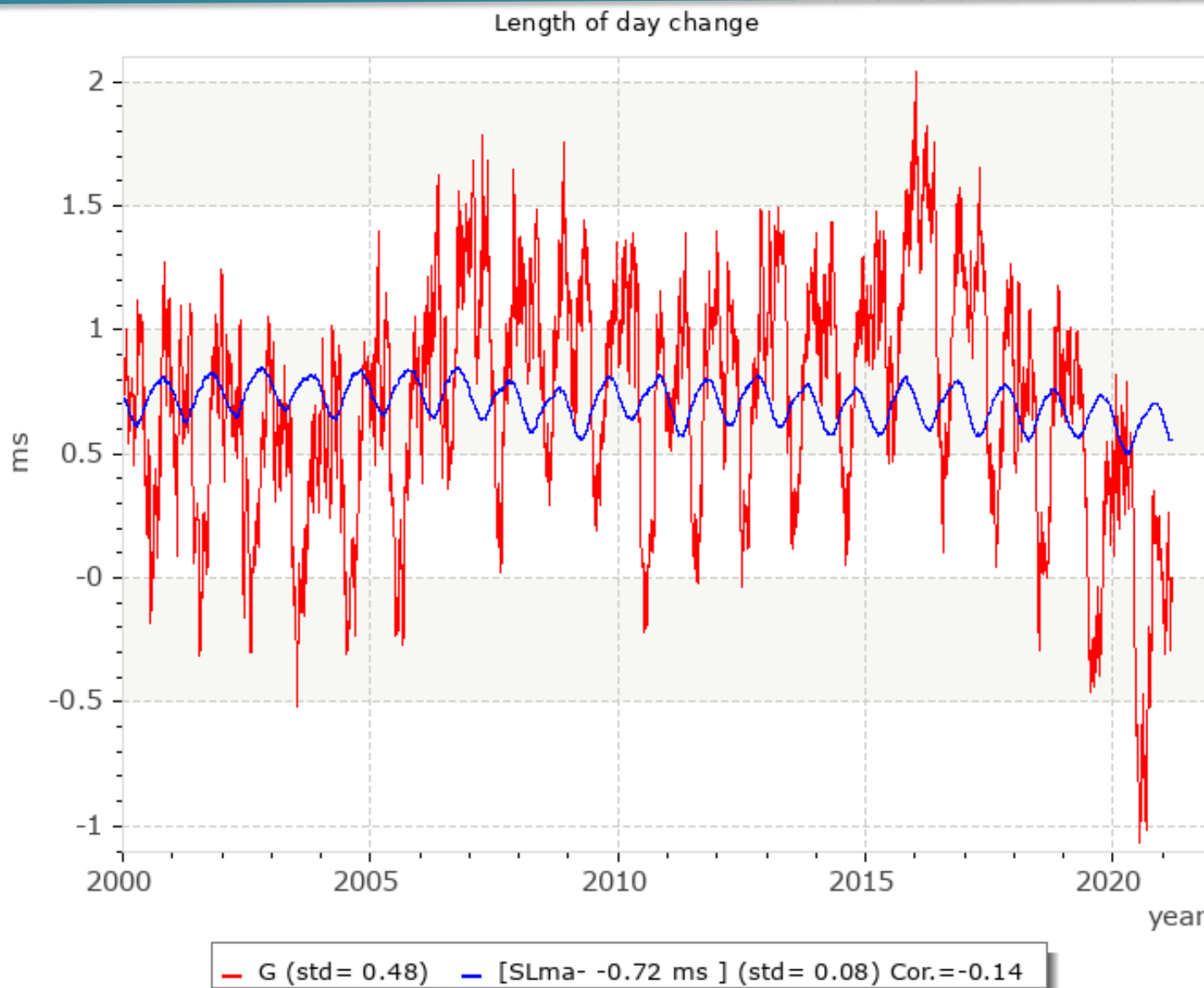
Jianli Chen¹  · John C. Ries¹ · Byron D. Tapley¹

term EAM series provided by GFZ to compute hydrological and barystatic contributions to ΔC_{21} and ΔS_{21} variations via Eq. (1). The hydrological and barystatic excitations are taken from the EAM hydrological angular momentum (HAM) and barystatic sea-level angular momentum (SLAM) (Dobslaw and Dill 2018). The latter is used to account for mass conservation in the global water cycle.

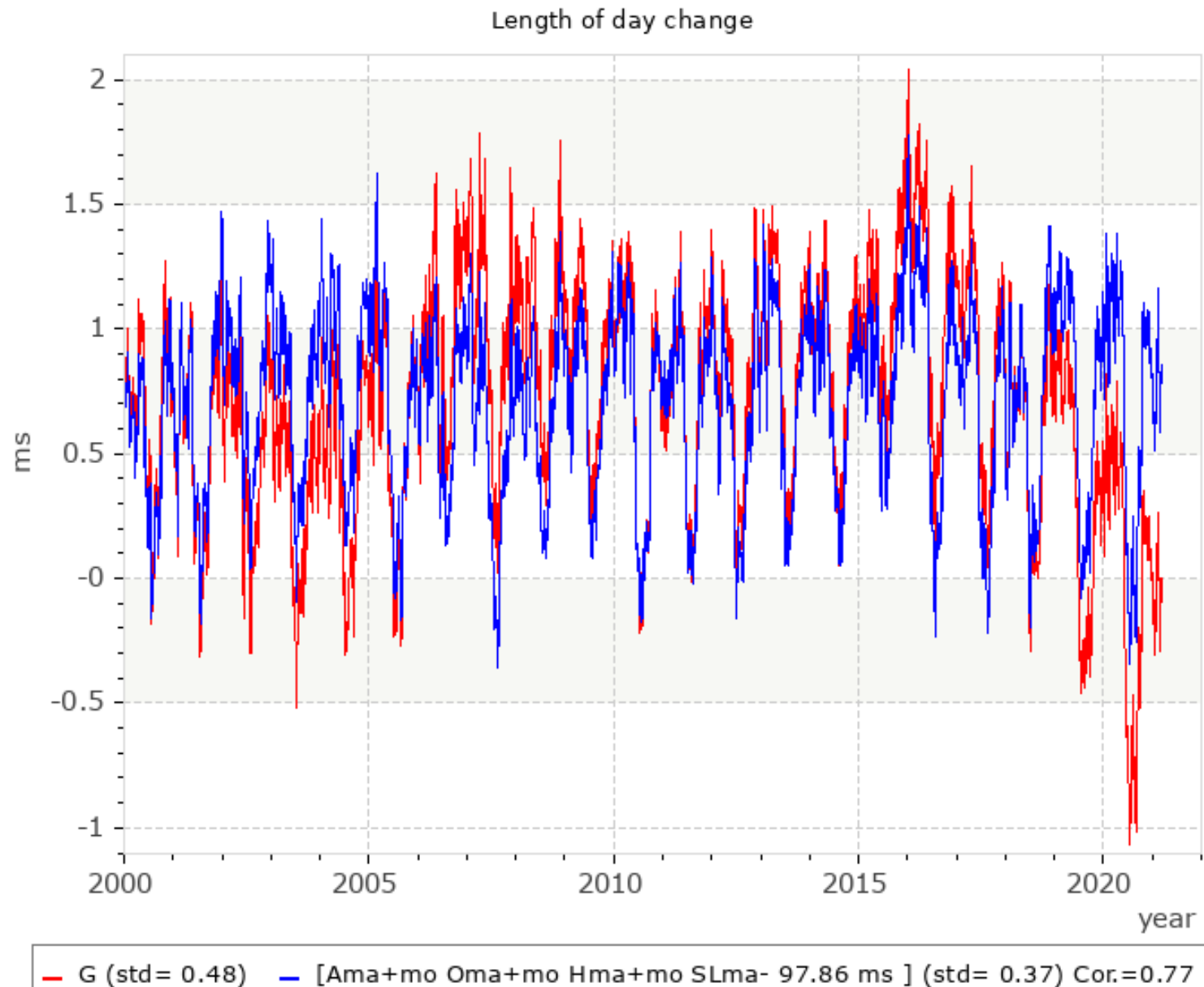
In the latest version of the EAM products, SLAM is determined by solving a sea level equation that considers gravitational self-attraction and loading (instead of adding a uniform layer of water to the global ocean negating the total TWS change over land) from LSDM. The self-attraction and loading impact are minor and mostly negligible (accounting for only ~2% of the signal at seasonal scales) (see EAM Description Document at <http://rz-vm115.gfz-potsdam.de:8080/repository/>). The daily EAM HAM and SLAM series are averaged into monthly intervals and resampled at the GRACE epochs. The sum of the GAC and LSDM ΔC_{21}



Вклад изменений уровня моря LSDM в LOD

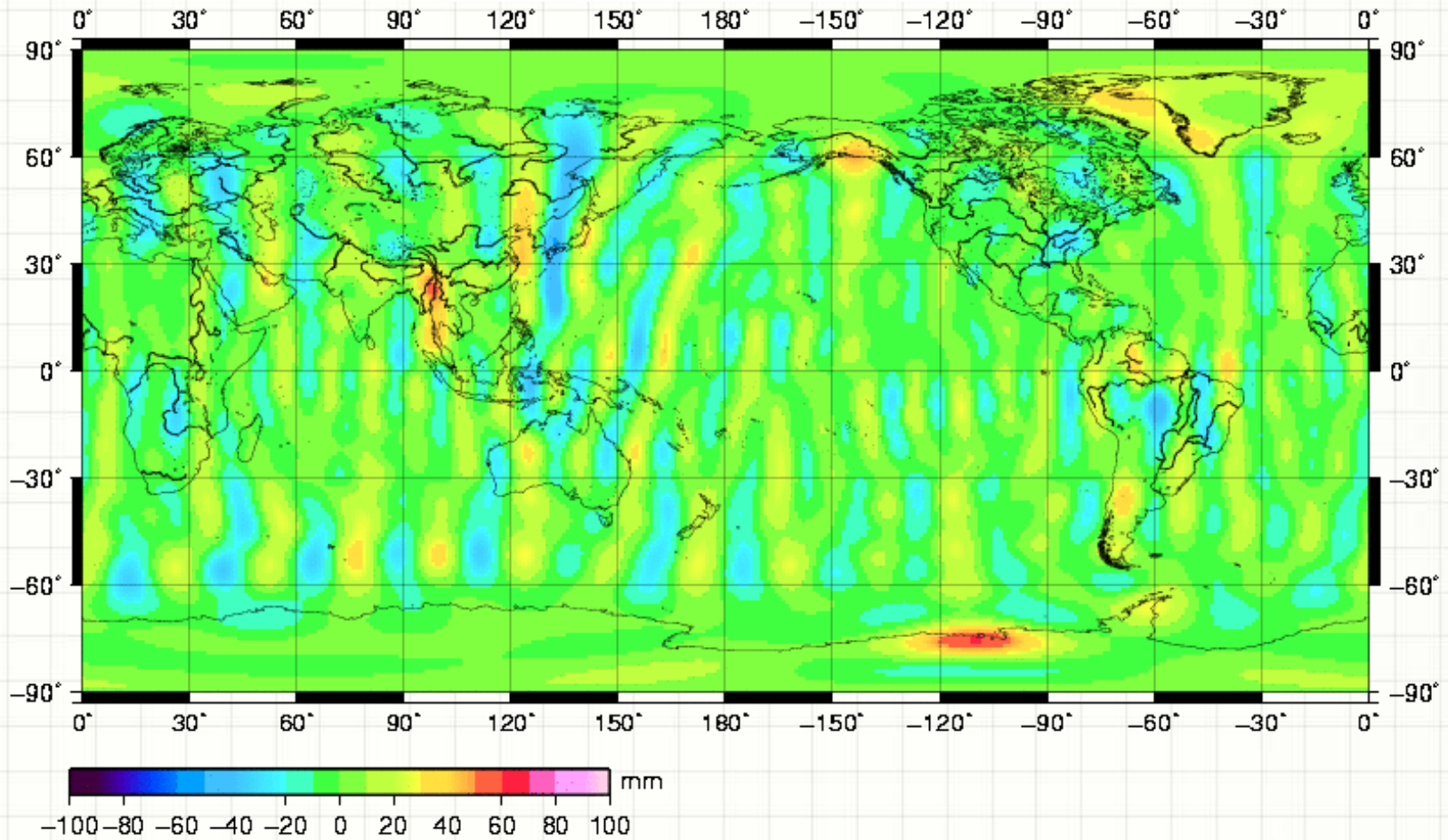


Суммарный вклад ОАМ и ААМ в изменения скорости вращения Земли



Ежемесячные исходные данные GRACE по гравитационному полю

init 8/2002



Model GGM02C is subtracted

Тренд изменений гравитационного поля по данным GRACE

2017-2003

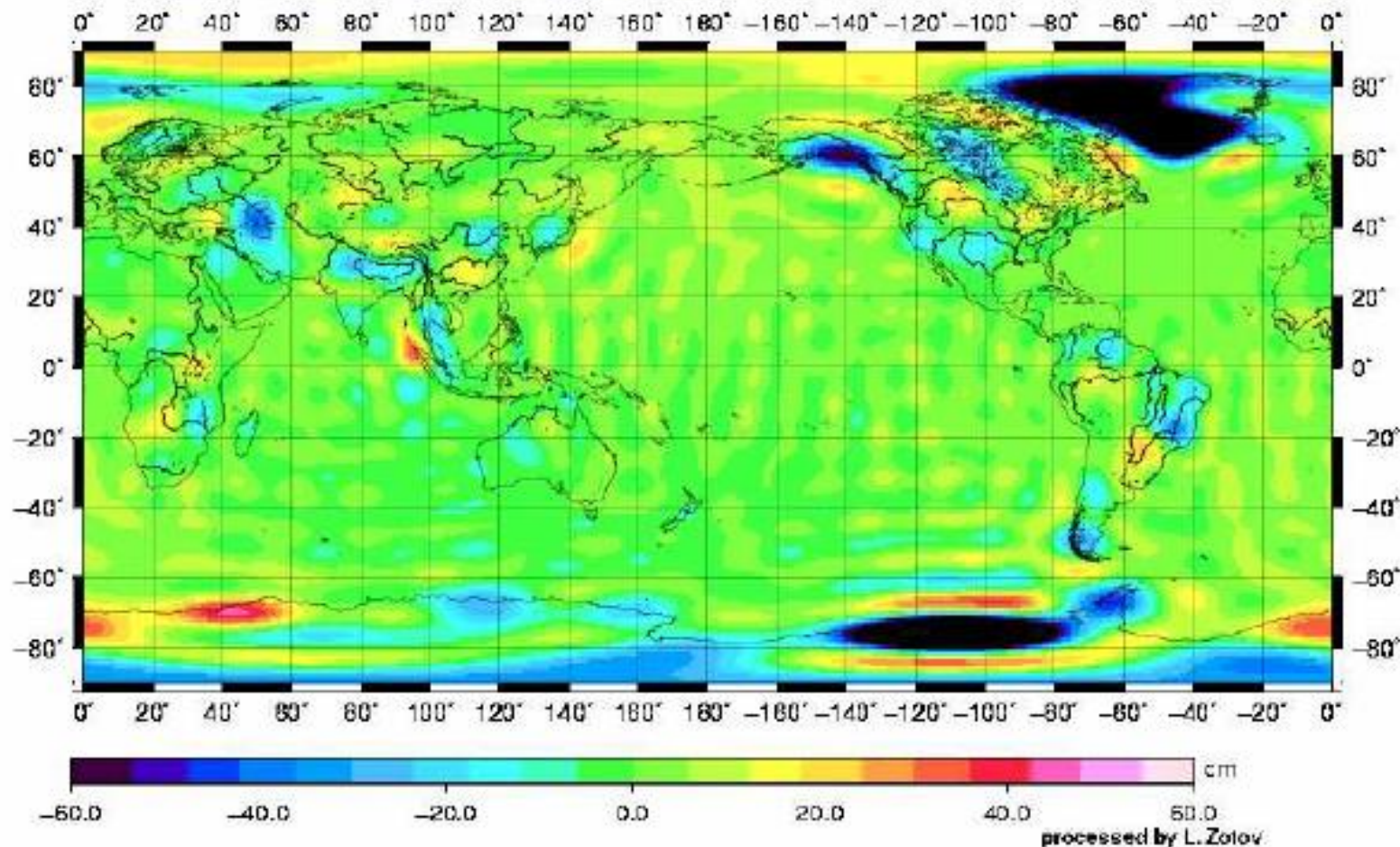
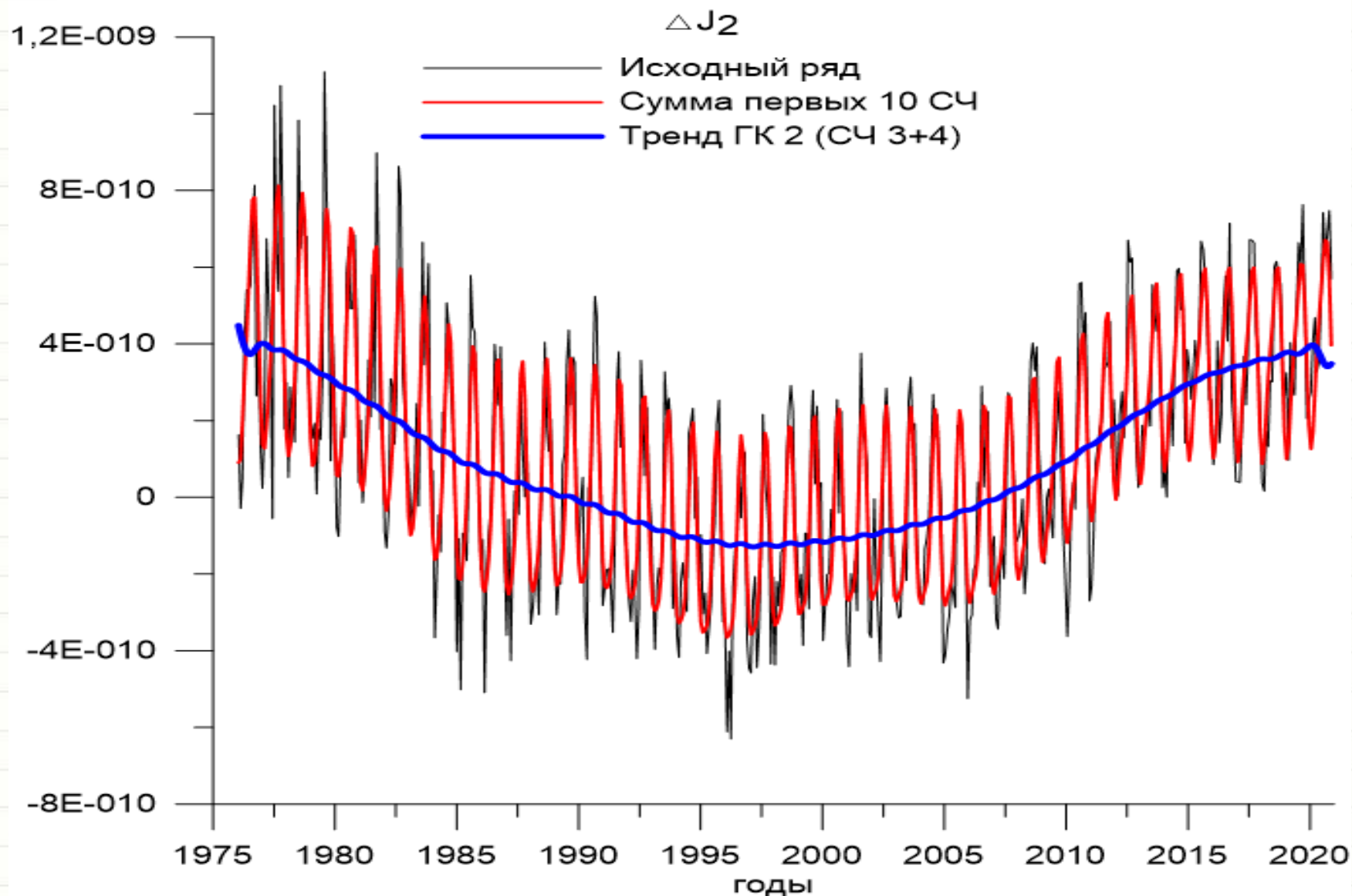


Рис. 9.10: Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по всей Земле.

Изменения сжатия Земли по данным лазерной локации спутников



Вклад первых коэффициентов гравитационного поля в возбуждающие функции

$$\chi_1 = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}(1+k'_2)} \frac{1.098R^2M}{C-A} \Delta\bar{C}_{21}$$

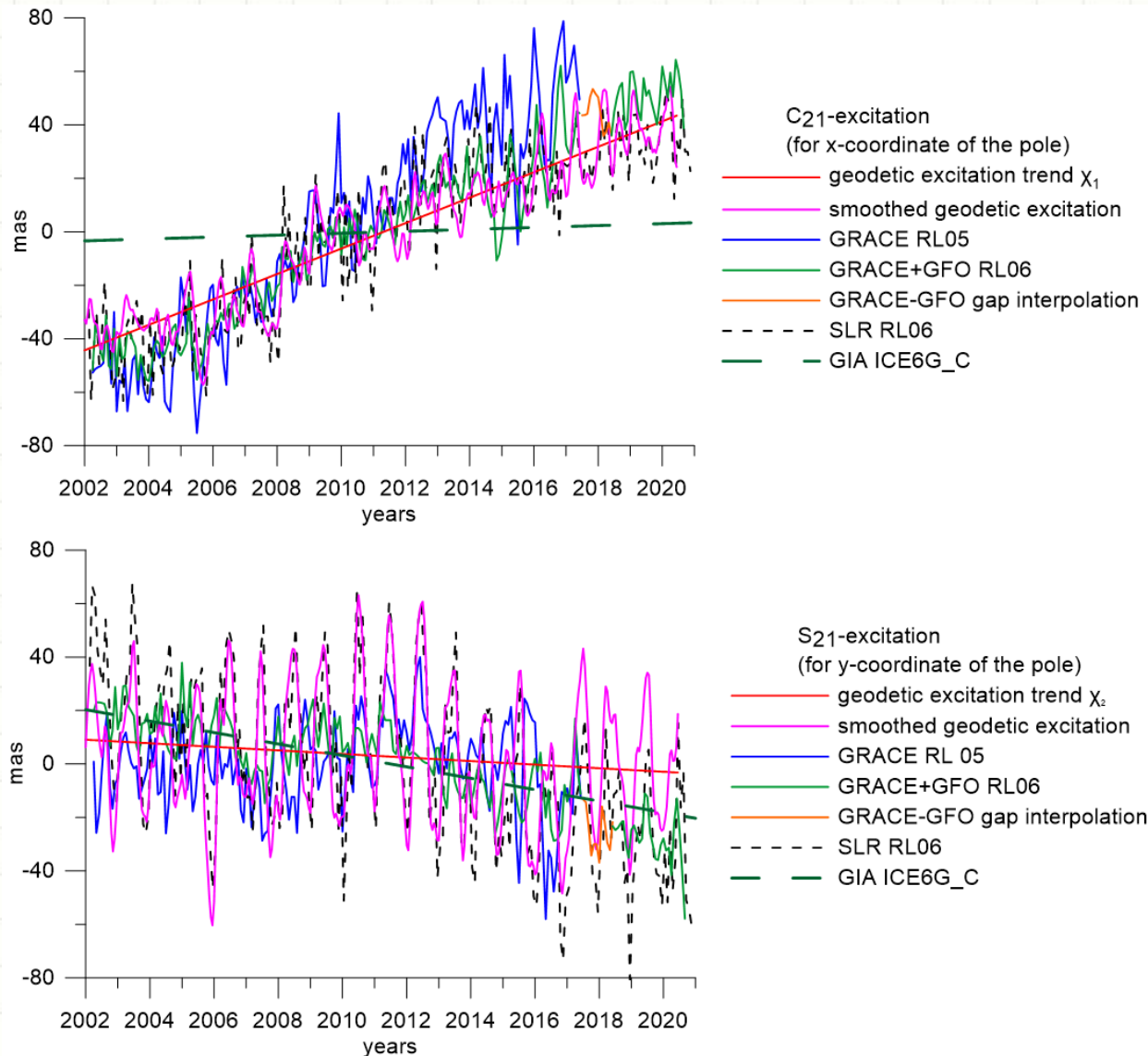
$$\chi_2 = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}(1+k'_2)} \frac{1.098R^2M}{C-A} \Delta\bar{S}_{21}$$

$$\chi_3 = -\frac{2\sqrt{5}}{3(1+k'_2)} \frac{0.753R^2M}{C_m} \Delta\bar{C}_{20}$$

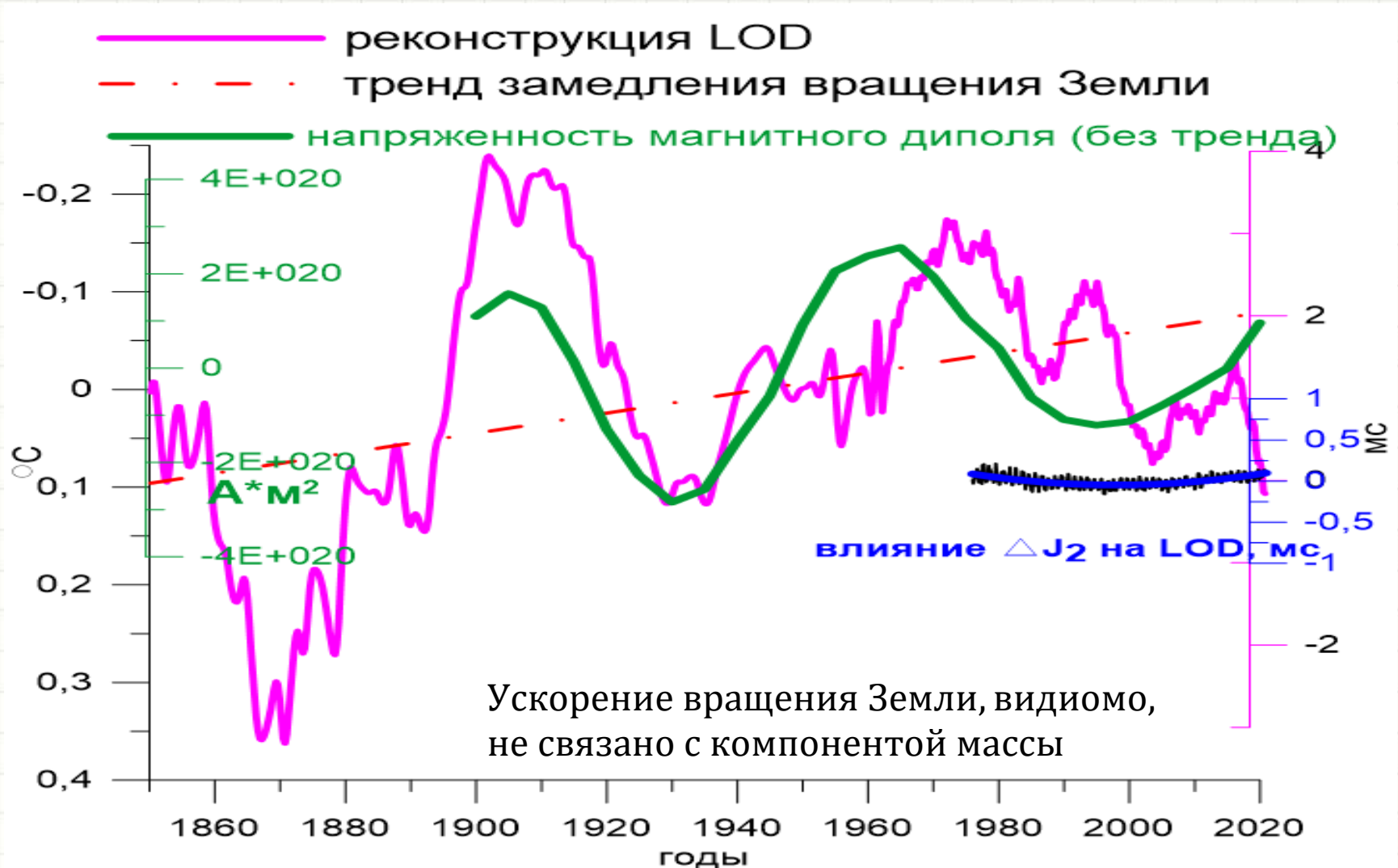
Чтобы обеспечить наблюдаемое ускорение вращения Земли потребовалось бы переместить $2.8 \cdot 10^{16}$ кг с экватора на полюс,

масса океана $1.4 \cdot 10^{21}$ кг масса льдов Антарктиды 10^{19} кг ,
Гренландия теряет $2 \cdot 10^{14}$ кг в год

Вклад изменений C_{21} S_{21} и тренды движения полюса



Вклад изменений сжатия Земли в долговременные изменения LOD



Простейшие оценки для компоненты Z

Осевой момент инерции Земли

$$C = 8.01 \cdot 10^{37} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$$

Момент инерции ядра радиусом 3486 км
средней плотности 12 г/см³

$$C_r = 9.13 \cdot 10^{36} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$$

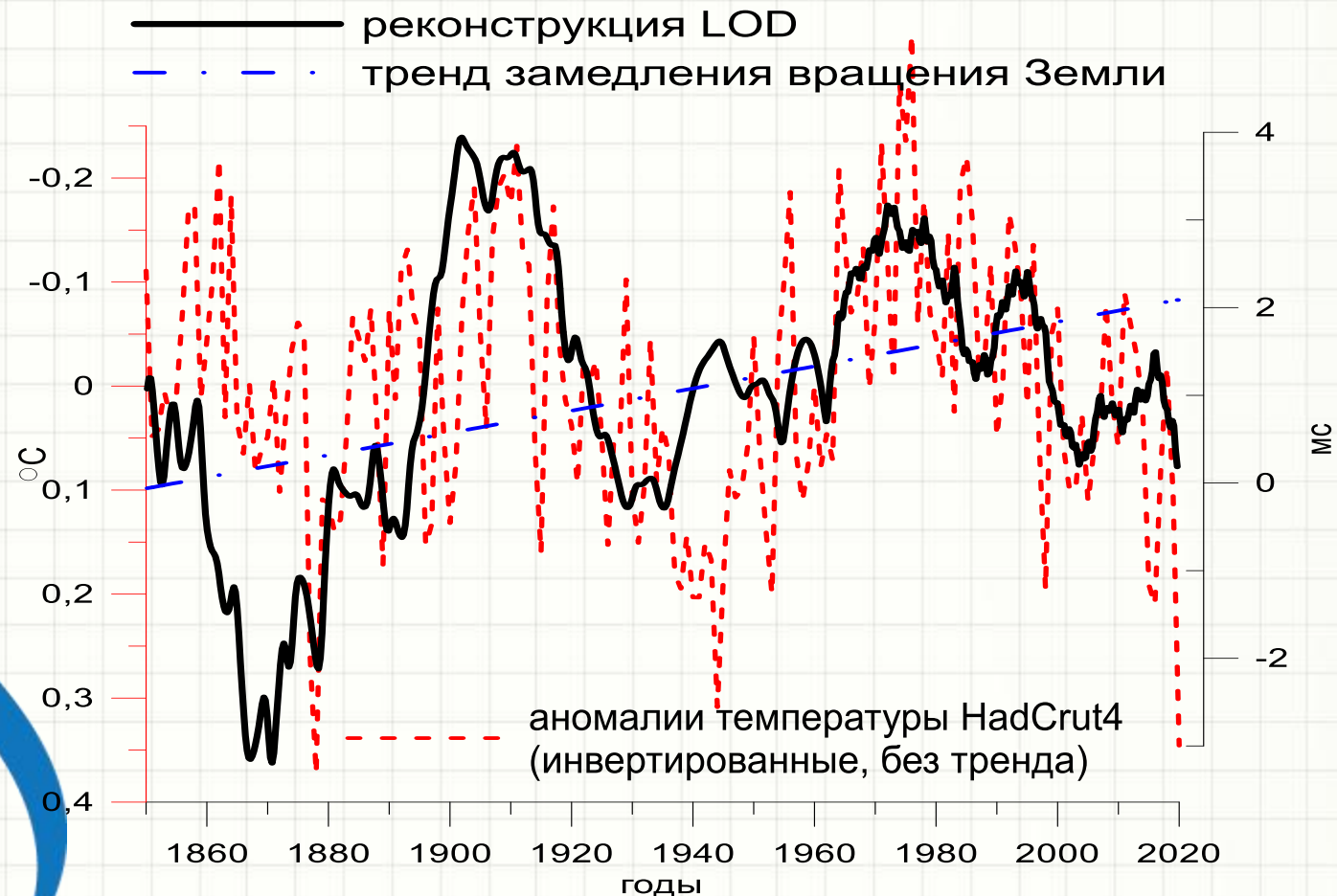
масса ядра около $M_r = 2 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

для того, чтобы мантия ускорила свое вращение на 0.3 мс в год
вращение ядра должно замедлиться на порядок существеннее

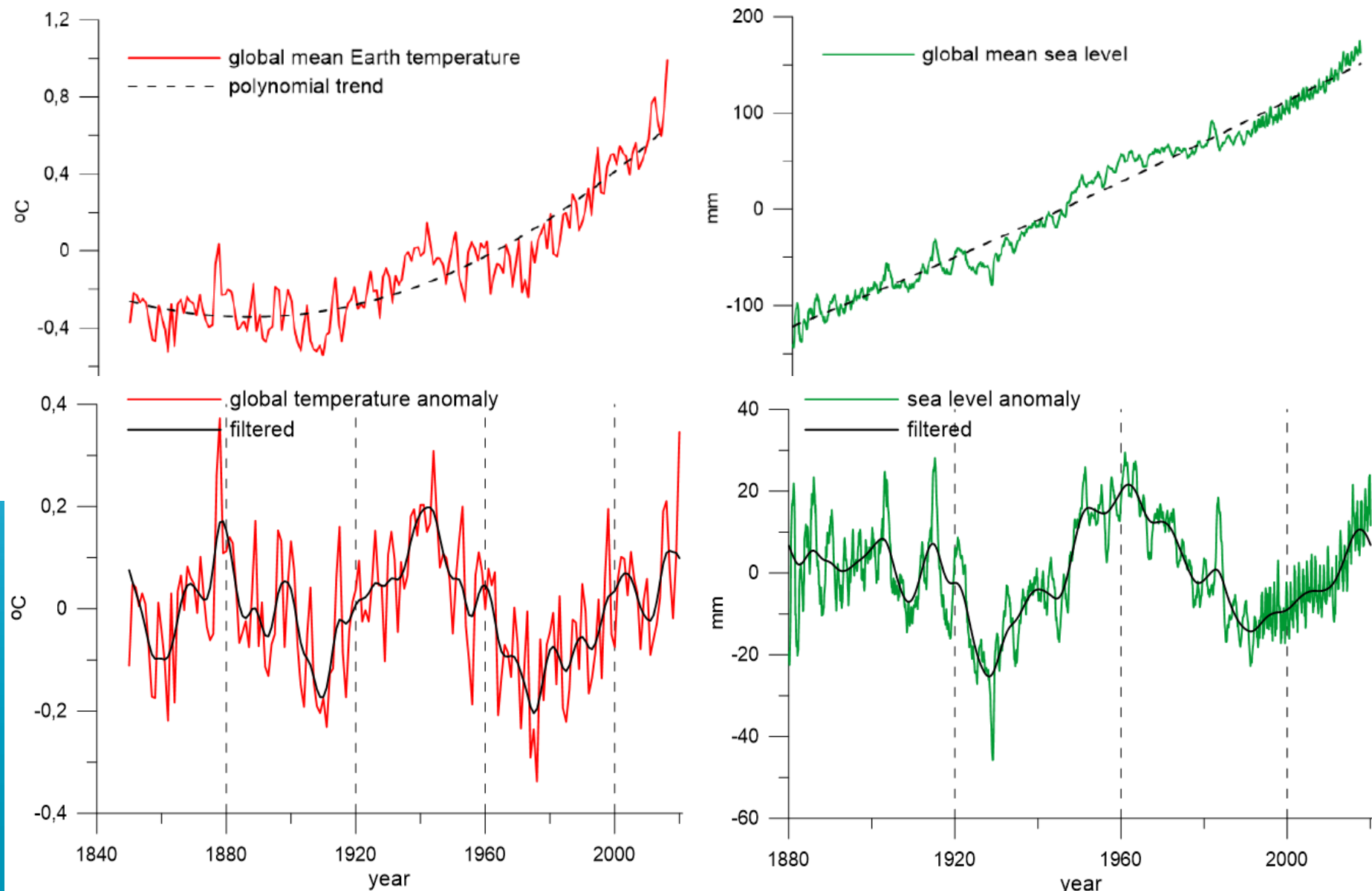
поскольку 1 мс времени это линейный размер на экваторе Земли – около 45 см,
а на радиусе ядра – в 1.8 раз меньше – 25 см

полагая, что длительность суток для ядра снизилась на 2 мс, за год оно должно
дифференциально отстать от мантии на $365 \cdot 0.25 = 91$ метр

Долговременные изменения LOD и многолетнее атлантическое колебание AMO



Изменения температуры на Земле и уровня моря



Простейшие энергетические оценки

Энергия вращения $E = \frac{1}{2} (A\omega_x^2 + B\omega_y^2 + C\omega_z^2)$

Энергия, требующаяся на ускорение Земли на 1 мс LOD составляет

$$C \cdot \omega_z \cdot \Delta\omega_z = 8.01 \cdot 10^{37} \cdot 7.3 \cdot 10^{-5} \cdot 8.4 \cdot 10^{-13} = 4.9 \cdot 10^{21} \text{ Дж (кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2) = 4.9 \cdot 10^{27} \text{ Эрг}$$

$$1 \text{ Мт тротилового эквивалента} \quad 4 \cdot 10^{22} \text{ Эрг}$$

Энергия Чандлеровского колебания - 0.2 угловой секунды в год

$$A \cdot \omega_x \cdot \Delta\omega_x + B \cdot \omega_y \cdot \Delta\omega_y = 8.02 \cdot 10^{37} \cdot 7.3 \cdot 10^{-5} \cdot 1.13 \cdot 10^{-11} = 6.5 \cdot 10^{22} \text{ Дж}$$
$$6.5 \cdot 10^{29} \text{ Эрг}$$

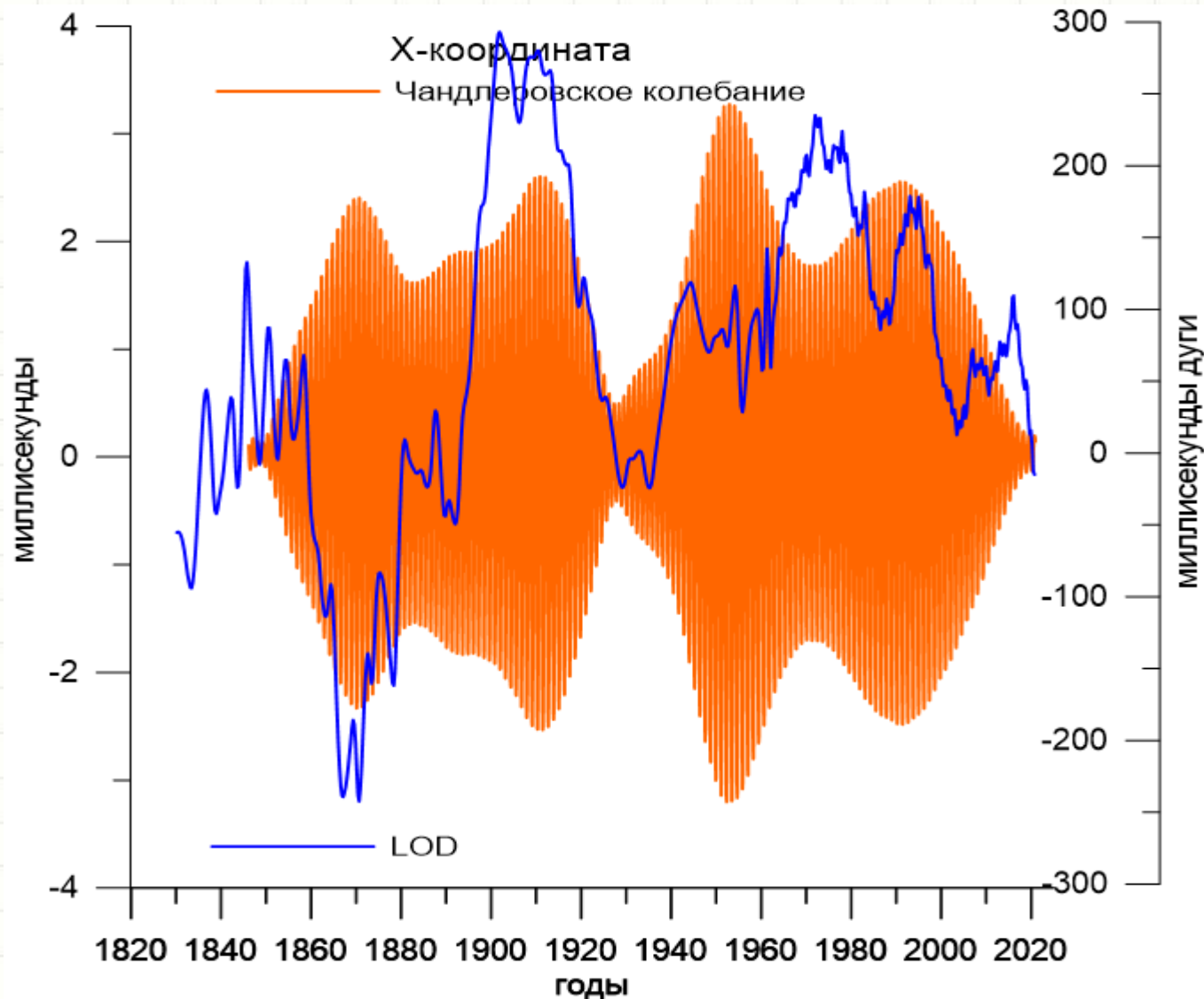
На нагрев верхнего 700-метрового слоя океана на 0.1 градус за 50 лет ушло

$$10^{23} \text{ Дж или } 10^{30} \text{ Эрг}$$

Энергия приливного торможения Земли

$$3 \cdot 10^{25} \text{ Эрг в год}$$

Чандлеровское движение полюса и LOD

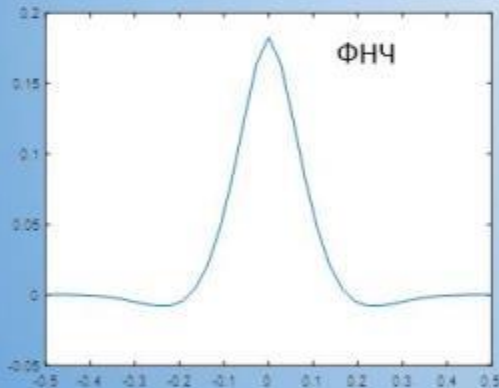


Фильтрация Пантелеева в Чандлеровском диапазоне

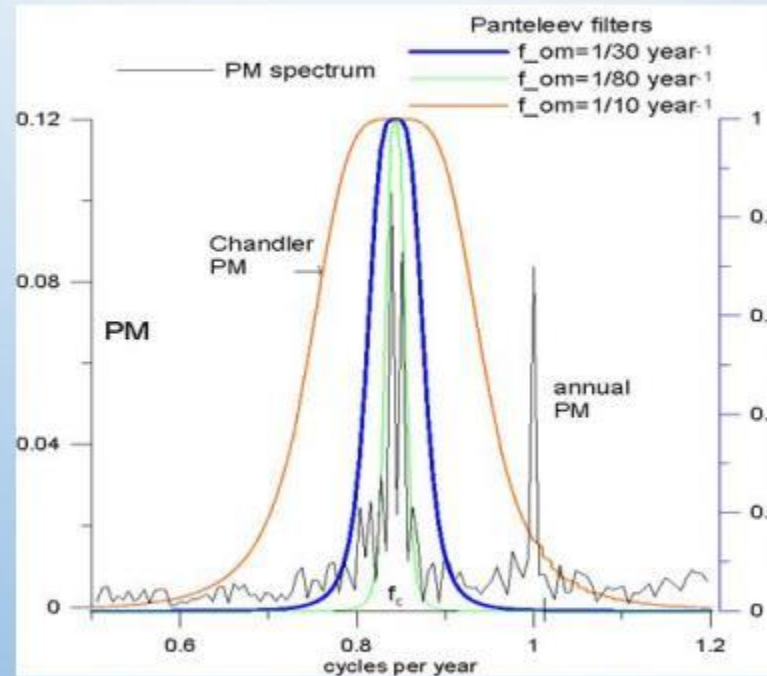


В.Л. Пантелеев

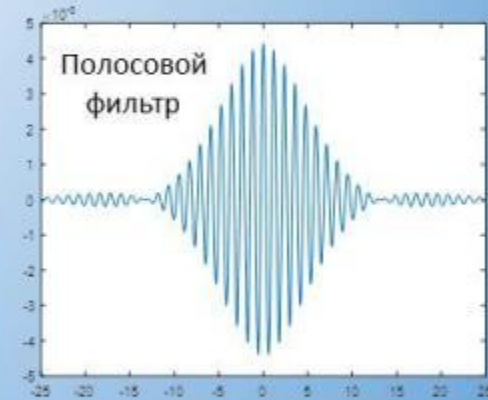
Спектр содержит информацию о мгновенных частоте и фазе Чандлеровского колебания



Фильтрация во временной области – свертка с весовой функцией (окном)



Фильтр Пантелеева для выделения ЧДП и его АЧХ



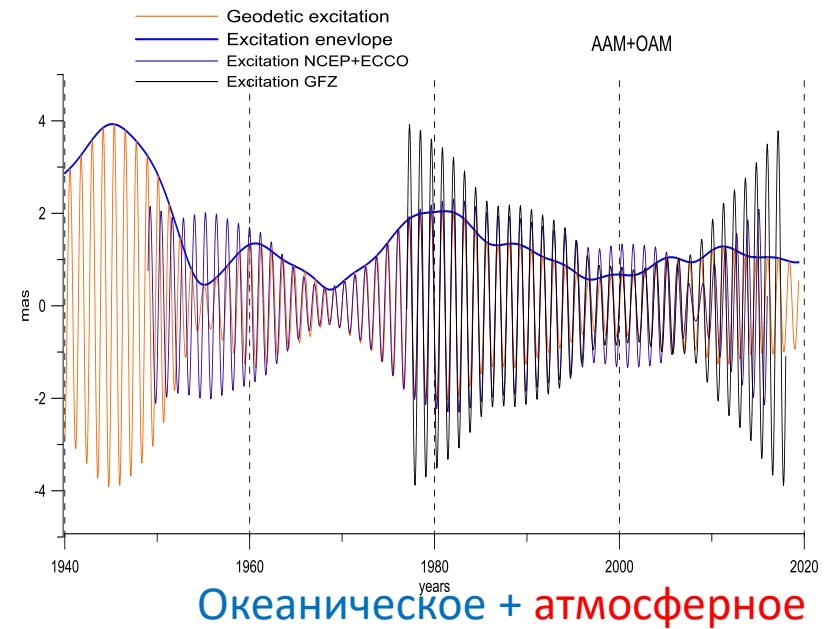
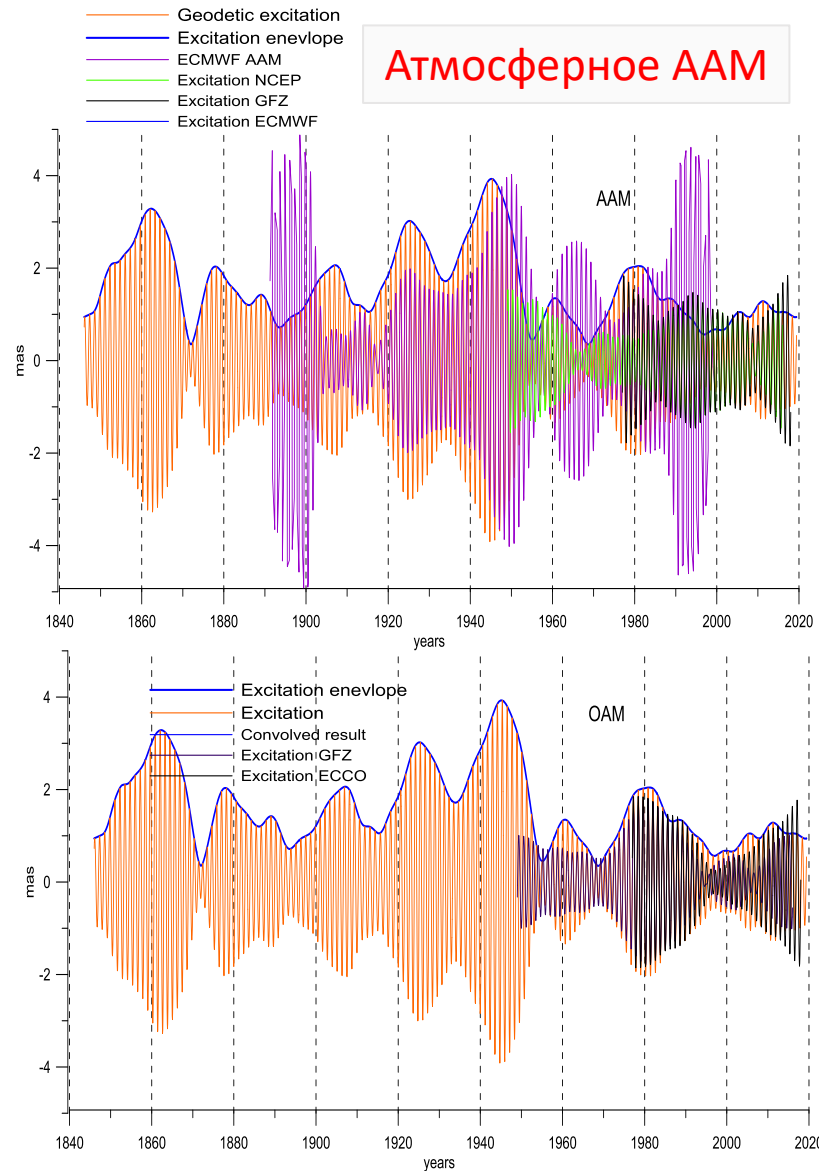
Фильтрация в частотной области – умножение спектров

$$h(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\left(\frac{\omega_0|t|}{\sqrt{2}} - i2\pi f_c t\right)} \left(\cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right),$$

$$L_h(f) = \frac{f_0^4}{(f - f_c)^4 + f_0^4} \cdot$$

$$\begin{aligned} f_c &= 0.8435 \text{ лет}^{-1} \\ f_0 &= 0.04 \text{ лет}^{-1} \end{aligned}$$

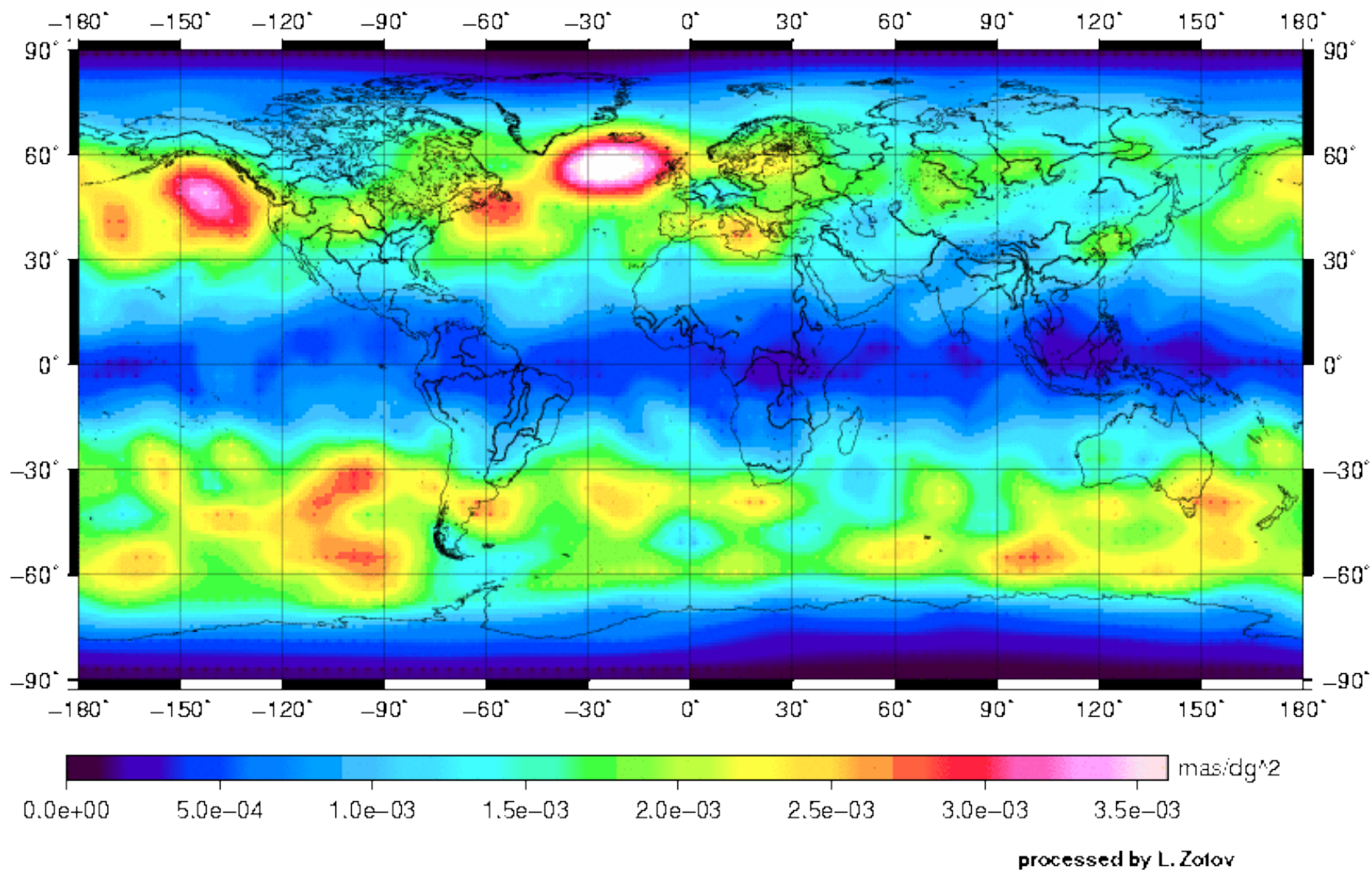
Возбуждение для Чандлеровской компоненты



Океаническое ОАМ

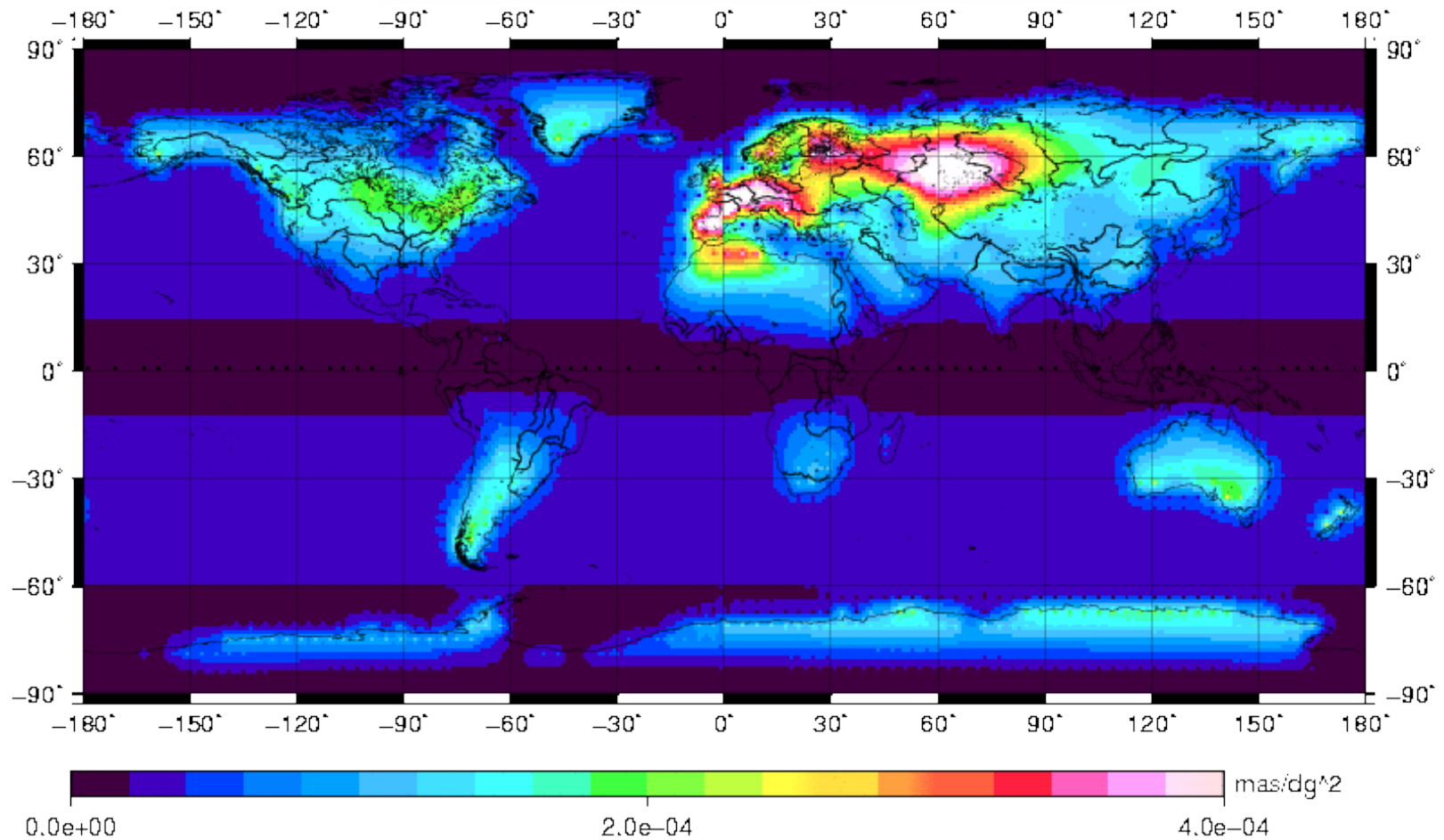
Модуль вклада ААМ ЕСМВФ ветра в чандлеровском диапазоне

motion Chandler



Модуль вклада ААМ ЕСМWF давления в чандлеровском диапазоне

mass Chandler



processed by L. Zotov

Моделирование и прогноз

Multidecadal and 6-year variations of LOD

To cite this article: Leonid Zotov et al 2020 *J. Phys.: Conf. Ser.* **1705** 012002

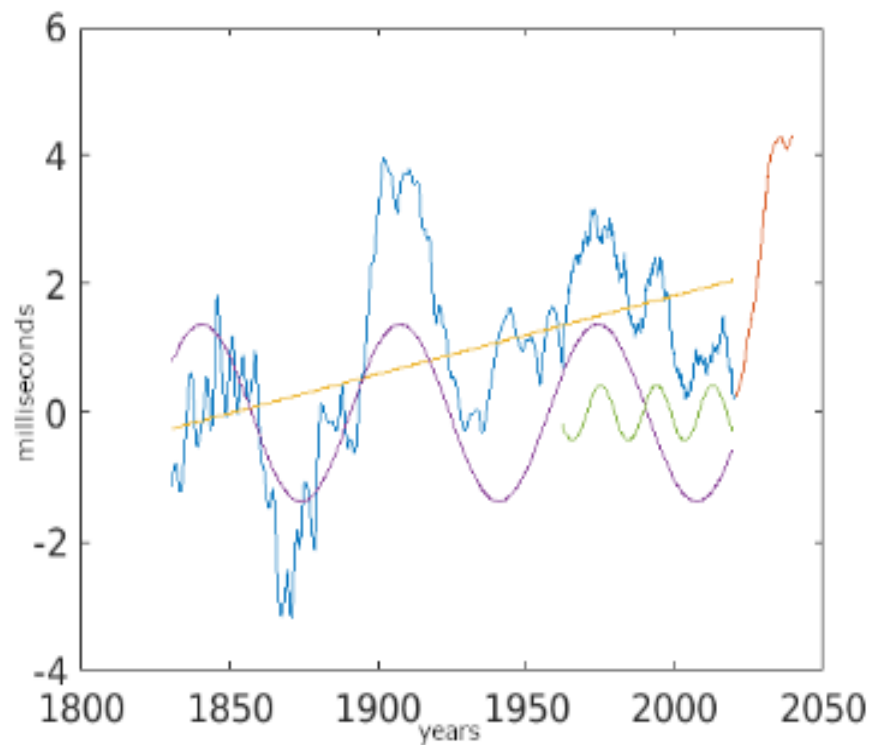


Figure 6. Adjustment for LOD. LOD C02 series in blue, linear trend yellow, 20-year harmonic green, 60-year harmonic purple.

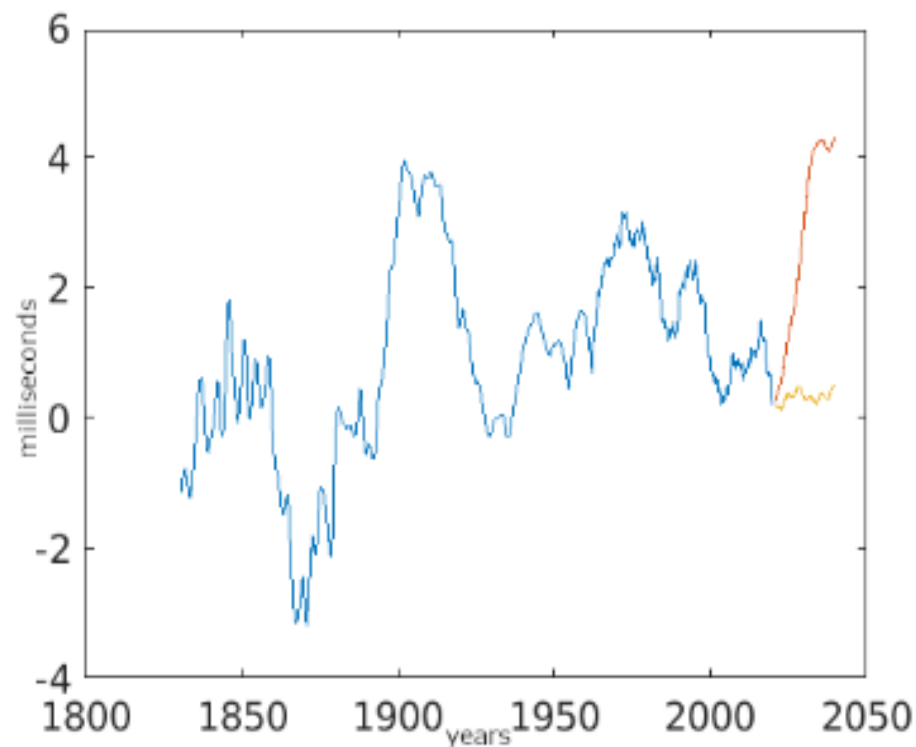


Figure 7. C02 LOD series and its prediction based on above model (orange) and neural network (yellow).

Выводы по докладу

1

- Угловые моменты атмосферы ААМ и океана ОАМ используются для объяснения изменений вращения Земли

2

- Земля вращается все быстрее с 2016 года, что не объясняется ОАМ и ААМ, гидрологией или уровнем моря. Данные космической гравиметрии не выявляют причину явления.

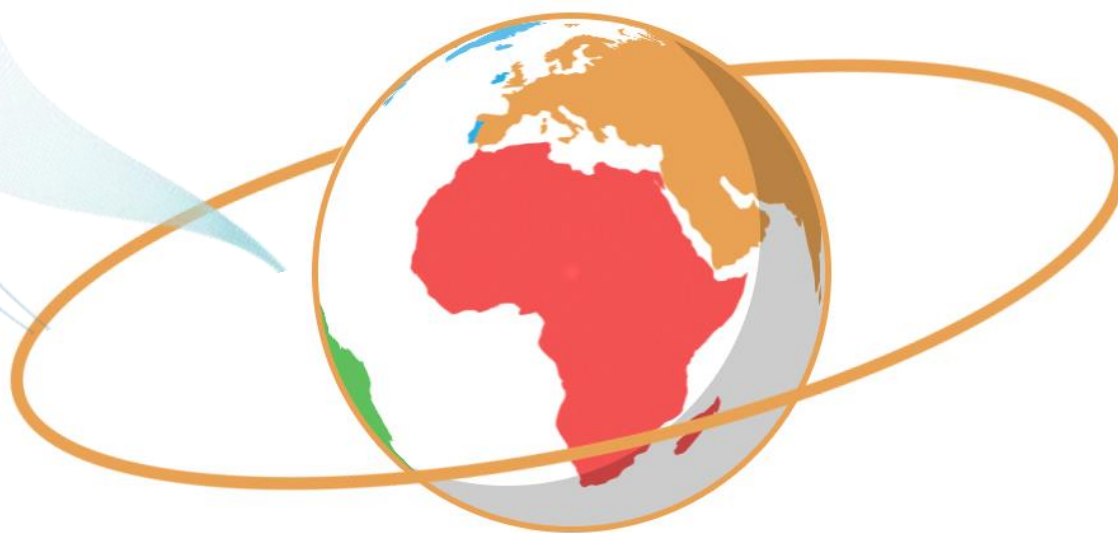
3

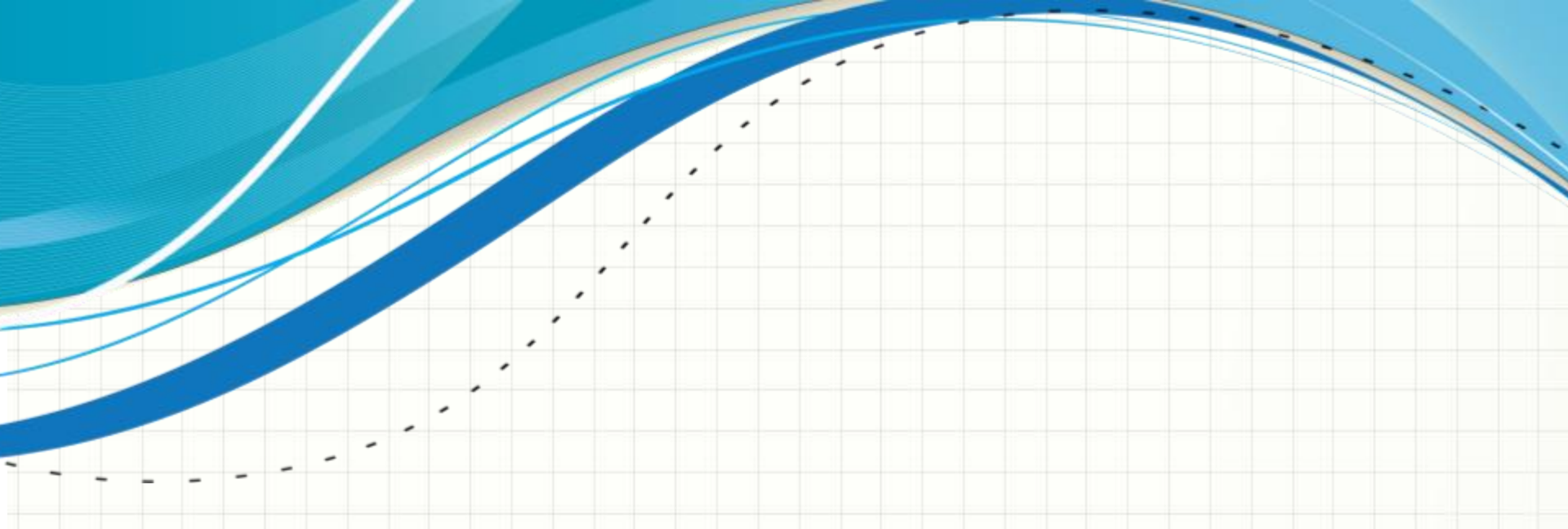
- Энергетика ускорения сходна с энергетикой затухания Чандлеровского колебания, нагрева океана и глобальных течений. Отсутствие свидетельств соответствующих изменений угловых моментов оболочек Земли заставляет искать причину в недрах.

Список литературы

- Диссертация Л.В Зотова Исследование взаимосвязей между вращением Земли и Геофизическими процессам
<<http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/disser/index.htm>>
- Зотов Л., Бизуар К., Почему Земля вращается неравномерно и как это влияет на счет времени, Природа, РАН, 2021 г, в печати
- Л.Зотов Земля из космоса - что видят современные космические миссии, Лекция в Архэ 6/10/2020
<https://www.youtube.com/watch?v=t0d_l7kBe04>
- L. Zotov, Ch. Bizouard, N. Sidorenkov, A. Ustinov, T. Ershova, Multidecadal and 6-year variations of LOD, Journal of Physics: Conference Series (JPCS), 1705 012002, IOP Proceedings of FAPM 2019, conference, 2020
< <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1705/1/012002> >

Спасибо за внимание!





Вопросы?