

X Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Теоретический тур. Решения задач

г. Курск,
4-10 апреля 2003 г.

8 класс.

1. Марсианские звездчѣты (*М.Г. Гаврилов, 1999*).

Очевидно, что первые измерения расстояний, как до планет Солнечной системы, так и до ближайших звѣзд проводились методом измерения параллакса. При измерении таким методом важным параметром, который не зависит от уровня развития цивилизации, является "база", то есть расстояние между двумя точками, из которых могут вестись наблюдения за планетами и звѣздами.

При измерении расстояний в Солнечной системе используется горизонтальный (суточный) параллакс, максимальной базой для которого может быть экваториальный диаметр планеты. У марсиан он меньше, поэтому и измерения расстояний в Солнечной системе у них будут менее точными.

А при измерении расстояний до звѣзд используется годичный параллакс, максимальной базой для которого может быть диаметр орбиты планеты. У марсиан он в полтора раза больше, поэтому измерения расстояний до ближайших звѣзд марсиане могут проводить с точностью, в полтора раза большей, чем земляне.

2. Астрономические сумерки. (*М.Г. Гаврилов, 1988*).

Очевидно, что речь идёт о северном полушарии, поскольку в южном тоже есть такая территория, только граница у неё – северная. В наинижем положении Солнце оказывается во время его нижней кульминации, высота светила в этот момент определяется формулой

$$h = -(90^\circ - \varphi) + \delta,$$

где δ – склонение светила.

Очевидно, что на наименьшее угловое расстояние во время нижней кульминации Солнце опускается под горизонт тогда, когда склонение Солнца максимально и равно $\delta = \varepsilon = 23^\circ 26'$, то есть во время летнего солнцестояния.

Соответственно, широта южной границы территории, в пределах которой хотя бы одну ночь в году (ночь летнего солнцестояния) не прекращаются астрономические сумерки, определяется из написанной выше формулы, если подставить $h = -18^\circ$ и $\delta = 23^\circ 26'$.

$$\varphi = h + 90^\circ - \delta = -18^\circ + 90^\circ - 23^\circ 26' = 48^\circ 34'.$$

Это широта городов Волгоград, Луганск, Днепропетровск, Братислава, Вена...

3. XX век. Начало. (*М.Г. Гаврилов, 2000, редакция март 2003*).

Для того чтобы сравнить приведѣнные значения, переведѣм каждое из значений в знакомую нам систему СИ.

$$420000000 \text{ арш/с} = 420000000 \times 0,7112 \text{ м/с} = 298704 \text{ км/с}.$$

Из таблицы констант находим, что скорость света с большой точностью равна 299792 км/с. Поэтому, ошибка составляет

$$(299792 \text{ км/с} - 298704 \text{ км/с}) / 299792 \text{ км/с} = 0,0036 = 0,36 \text{ \%}.$$

Далее

$$1,2 \text{ фнт/врш}^3 = 1,2 \times 0,4095 / (0,7112)^3 \text{ кг/м}^3 = 5595 \text{ кг/м}^3.$$

Из таблицы Солнечной системы находим, что средняя плотность Земли равна 5515 кг/м³. Поэтому ошибка составляет

X Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

$$(5595 \text{ кг/м}^3 - 5515 \text{ кг/м}^3) / 5515 \text{ кг/м}^3 = 0,0145 = 1,45 \%$$

И, наконец,

$$4 \text{ млрд. вёрст} = 4000000000 \times 0,7112 \times 3 \times 500 \text{ м} = 4,2672 \text{ млрд. км.}$$

Среднее расстояние от Земли до планеты, очевидно, равно среднему расстоянию от Солнца до этой планеты. Из таблицы Солнечной системы находим, что расстояние до... А вот до чего? Если до Плутона, то 5,8689 млрд. км, и ошибка составляет 27 %. Что-то очень много по сравнению с двумя предыдущими ошибками. Но вспомним, что Плутон был открыт в 1930 году, а брошюра издавалась в самом начале прошлого века, то есть, тогда, когда самой далёкой известной планетой Солнечной системы был Нептун. Среднее расстояние до него - 4,4911 млрд. км, ошибка составляет

$$(4,4911 \text{ млрд.км} - 4,2672 \text{ млрд.км}) / 4,4911 \text{ млрд.км} = 0,05 = 5 \%$$

Как видим, в брошюре были приведены достаточно точные данные.

4. Тропический год. (В.В. Порфирьев, март 2003, обработка – М.Г. Гаврилов).

Истинные солнечные сутки – это промежуток времени между двумя последовательными верхними кульминациями Солнца. Из-за неравномерности движения Земли по орбите их длительность не одинакова (летом они короче). Средние сутки равны средней продолжительности истинных суток за год. Поэтому в тропическом году равное количество средних и истинных суток (365,2422). Звёздных суток примерно на 1 больше. Кстати, почему "примерно", а не точно?

Конкретный календарный год (текущий 2003-й, например) по определению содержит целое число средних солнечных суток. В обычном году их 365. Для согласования длин тропического и календарного годов раз в 4 года вставляется лишний день (29 февраля). Такой год называется «високосным». Если точнее, то 3 раза за 400 лет правило «раз в 4 года» нарушается, високосный год как бы пропускается. То есть, в Григорианском календаре, которым мы пользуемся, в течение каждых 400 лет високосными являются 97. Таким образом, средняя продолжительность календарного года оказывается равной $365 + 97/400 = 365,2425$ суток. Ошибка в 1 день накапливается примерно за 3000 лет.

5. Искусственный спутник. (В.В. Порфирьев, март 2003, обработка и дополнения – М.Г. Гаврилов).

Рисунок сделан небрежно. Траектории снаряда не являются эллипсами. Условно ещё можно считать правильными траектории 1 и 2, поскольку по этому небольшому пути спутников трудно судить о правильности траекторий. Но у траекторий 3 и 4 большие полуоси овалов явно не проходят через центр Земли. У траектории 3 движение спутника происходит параллельно земной поверхности и в момент выстрела, и примерно через 90° , что невозможно. Траектория 4: «залетать» за точку, противоположную точке выстрела, снаряд не может. Если его скорость больше скорости, при которой снаряд попадает в эту точку, то снаряд выходит на замкнутую орбиту и возвращается к точке вылета.

6. Видимость планет. (О.С. Угольников, март 2003).

Находясь в наибольшей восточной элонгации, Меркурий движется по небу прямым движением (с запада на восток) со скоростью, равной скорости видимого движения Солнца (около 1 градуса в сутки). Юпитер, находясь недалеко от Солнца (рядом с Меркурием), тоже движется в прямом направлении, но с намного меньшей скоростью, то есть относительно Меркурия он движется с востока на запад. После соединения Юпитер находится к западу от Меркурия. Соединение Венеры и Меркурия происходит через сутки после соединения Меркурия и Юпитера, а Венеры и Юпитера - через двое суток. Значит, сначала Венера находилась на небе восточнее и Меркурия, и Юпитера, однако вскоре последовательно вступила с ними в соединения. Получаем, что скорость Венеры относительно Меркурия

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

примерно в два раза больше скорости Юпитера относительно Меркурия. Из этого можно сделать вывод, что Венера двигалась по небу попятно, приближаясь с востока к точке нижнего соединения с Солнцем, которое произойдет менее чем через месяц. Меркурий и Юпитер также исчезнут с вечернего неба уже через 1-2 недели. Следовательно, из этих трёх планет на вечернем небе через месяц не останется ни одной.

X Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Теоретический тур. Решения задач

г. Курск,
4-10 апреля 2003 г.

9 класс.

1. Марсианские звездчѣты (М.Г. Гаврилов, 1999).

Очевидно, что первые измерения расстояний, как до планет Солнечной системы, так и до ближайших звѣзд проводились методом измерения параллакса. При измерении таким методом важным параметром, который не зависит от уровня развития цивилизации, является "база", то есть расстояние между двумя точками, из которых могут вестись наблюдения за планетами и звѣздами.

При измерении расстояний в Солнечной системе используется горизонтальный (суточный) параллакс, максимальной базой для которого может быть экваториальный диаметр планеты. У марсиан он меньше, поэтому и измерения расстояний в Солнечной системе у них будут менее точными.

А при измерении расстояний до звѣзд используется годичный параллакс, максимальной базой для которого может быть диаметр орбиты планеты. У марсиан он в полтора раза больше, поэтому измерения расстояний до ближайших звѣзд марсиане могут проводить с точностью, в полтора раза большей, чем земляне.

2. Астрономические сумерки. (М.Г. Гаврилов, 1988).

Очевидно, что речь идёт о северном полушарии, поскольку в южном тоже есть такая территория, только граница у неё – северная. В наинижем положении Солнце оказывается во время его нижней кульминации, высота светила в этот момент определяется формулой

$$h = -(90^\circ - \varphi) + \delta,$$

где δ – склонение светила.

Очевидно, что на наименьшее угловое расстояние во время нижней кульминации Солнце опускается под горизонт тогда, когда склонение Солнца максимально и равно $\delta = \varepsilon = 23^\circ 26'$, то есть во время летнего солнцестояния.

Соответственно, широта южной границы территории, в пределах которой хотя бы одну ночь в году (ночь летнего солнцестояния) не прекращаются астрономические сумерки, определяется из написанной выше формулы, если подставить $h = -18^\circ$ и $\delta = 23^\circ 26'$.

$$\varphi = h + 90^\circ - \delta = -18^\circ + 90^\circ - 23^\circ 26' = 48^\circ 34'.$$

Это широта городов Волгоград, Луганск, Днепропетровск, Братислава, Вена...

3. XX век. Начало. (М.Г. Гаврилов, 2000, редакция март 2003).

Для того чтобы сравнить приведѣнные значения, переведѣм каждое из значений в знакомую нам систему СИ.

$$420000000 \text{ арш/с} = 420000000 \times 0,7112 \text{ м/с} = 298704 \text{ км/с}.$$

Из таблицы констант находим, что скорость света с большой точностью равна 299792 км/с. Поэтому, ошибка составляет

$$(299792 \text{ км/с} - 298704 \text{ км/с}) / 299792 \text{ км/с} = 0,0036 = 0,36 \text{ \%}.$$

Далее

$$1,2 \text{ фнт/врш}^3 = 1,2 \times 0,4095 / (0,7112)^3 \text{ кг/м}^3 = 5595 \text{ кг/м}^3.$$

Из таблицы Солнечной системы находим, что средняя плотность Земли равна 5515 кг/м³. Поэтому ошибка составляет

X Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

$$(5595 \text{ кг/м}^3 - 5515 \text{ кг/м}^3) / 5515 \text{ кг/м}^3 = 0,0145 = 1,45 \%$$

И, наконец,

$$4 \text{ млрд. вёрст} = 4000000000 \times 0,7112 \times 3 \times 500 \text{ м} = 4,2672 \text{ млрд. км.}$$

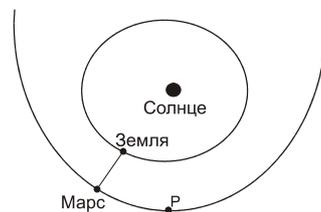
Среднее расстояние от Земли до планеты, очевидно, равно среднему расстоянию от Солнца до этой планеты. Из таблицы Солнечной системы находим, что расстояние до... А вот до чего? Если до Плутона, то 5,8689 млрд. км, и ошибка составляет 27 %. Что-то очень много по сравнению с двумя предыдущими ошибками. Но вспомним, что Плутон был открыт в 1930 году, а брошюра издавалась в самом начале прошлого века, то есть, тогда, когда самой далёкой известной планетой Солнечной системы был Нептун. Среднее расстояние до него - 4,4911 млрд. км, ошибка составляет

$$(4,4911 \text{ млрд.км} - 4,2672 \text{ млрд.км}) / 4,4911 \text{ млрд.км} = 0,05 = 5 \%$$

Как видим, в брошюре были приведены достаточно точные данные.

4. Великое противостояние. (О.С. Угольников, март 2003).

Для решения задачи необходимо вспомнить, что орбита Земли, как и орбита Марса, является эллиптической, и в конце августа Земля будет двигаться от точки афелия (начало июля) к точке перигелия (начало января). Из рисунка, на котором эксцентриситеты орбит Земли и Марса нарочно преувеличены, видно, что максимальное сближение двух планет может произойти, если противостояние Марса наступит несколько раньше прохождения этой планетой точки перигелия (точка Р на рисунке). Так оно и есть на самом деле: Марс пройдет перигелий через 2 дня после противостояния, 30 августа.



5. Блеск Луны. (А.К. Муртазов, февраль 2003, обработка и дополнения – М.Г. Гаврилов).

Приближённый расчёт "в целых числах" абсолютной звёздной величины (М) Луны можно провести, сравнив его с блеском в полнолуние (по таблице Солнечной системы $m = -12,7^m$). Освещаться Луна будет с того же расстояния 1 а. е., а вот наблюдатель удалится в (также находим это по таблице Солнечной системы) $1 / 0,00257 \approx 400$ раз. Следовательно, световой поток уменьшится примерно в $400^2 = 160000$ раз.

$$160000 = 16 \times 100 \times 100 \approx 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 100 \times 100.$$

Это эквивалентно изменению звёздной величины на $1+1+1+5+5=13$.

Абсолютная звёздная величина Луны $M \approx -12,7^m + 13^m = +0,3^m$, с точностью до целого числа - "нулевая звёздная величина".

Более точный расчёт можно провести по формуле Погсона, считая что сумма расстояний Солнце-Земля (r) и Земля-Луна (R) практически равна 1 а. е. и зная, что видимая звёздная величина Луны в полнолуние составляет (по таблице Солнечной системы) $m=-12,7$. Величины r и R также можно взять из таблицы Солнечной системы.

Из формулы Погсона

$$m - M = -2,5 \cdot \lg(R/r)^2 = 5 \cdot \lg(r/R) = 5 \lg(0,00257) = -12,95^m \approx -13^m.$$

$$M = -12,7^m + 13^m$$

(Заметим, что и здесь проще взять не r и R по отдельности, а соотношение r/R.)

6. Видимость планет. (О.С. Угольников, март 2003).

Находясь в наибольшей восточной элонгации, Меркурий движется по небу прямым движением (с запада на восток) со скоростью, равной скорости видимого движения Солнца (около 1 градуса в сутки). Юпитер, находясь недалеко от Солнца (рядом с Меркурием), тоже движется в прямом направлении, но с намного меньшей скоростью, то есть относительно Меркурия он движется с востока на запад. После соединения Юпитер находится к западу от

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Меркурия. Соединение Венеры и Меркурия происходит через сутки после соединения Меркурия и Юпитера, а Венеры и Юпитера – через двое суток. Значит, сначала Венера находилась на небе восточнее и Меркурия, и Юпитера, однако вскоре последовательно вступила с ними в соединения. Получаем, что скорость Венеры относительно Меркурия примерно в два раза больше скорости Юпитера относительно Меркурия. Из этого можно сделать вывод, что Венера двигалась по небу попятно, приближаясь с востока к точке нижнего соединения с Солнцем, которое произойдет менее чем через месяц. Меркурий и Юпитер также исчезнут с вечернего неба уже через 1-2 недели. Следовательно, из этих трёх планет на вечернем небе через месяц не останется ни одной.

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Теоретический тур. Решения задач

г. Курск,
4-10 апреля 2003 г.

10 класс.

1. Фотометрия Солнца. (В.В. Чичмарь, март 2003).

Предполагаемое решение.

Непосредственные измерения мощности излучения Солнца затруднены, т. к. требуют точного определения коэффициента прозрачности земной атмосферы. Проще наблюдать планеты, освещённые солнечными лучами, и сравнивать их с блеском стандартных звёзд. Отношение световых потоков от планет и от звёзд не зависит от прозрачности атмосферы. Кроме того, большая яркость Солнца требует использование более сложных приборов при прямом измерении его яркости.

2. Гидирование. (В.В. Чичмарь, март 2003, обработка и дополнения – М.Г. Гаврилов).

На положение звёзд с большими зенитными расстояниями влияет рефракция атмосферы. Рефракция атмосферы "приподнимает" звёзды на небесной сфере относительно их истинных координат (уменьшает зенитное расстояние). Причём, чем ближе к горизонту, тем дальше наблюдаемое положение звёзд от их истинных координат.

Будем считать, что на малых зенитных расстояниях (то есть, далеко от горизонта) рефракцией земной атмосферы можно пренебречь и часовой механизм полностью отрабатывает изменение видимого положения звезды от времени, в дополнительном гидировании нет нужды.

Однако, при наблюдении звёзд вблизи горизонта дополнительное гидирование необходимо, поскольку в этом случае видимое положение звёзд существенно отличается от их истинных координат на небесной сфере. Часовой механизм телескопа отрабатывает суточное вращение Земли, но не отрабатывает изменение влияния рефракции земной атмосферы.

В западном сегменте неба благодаря рефракции видимое положение заходящей звезды всё более отличается от истинного, причём вектор его углового ускорения направлен против суточного движения телескопа. Даже зашедшую звезду мы наблюдаем ещё некоторое время потому, что земная атмосфера "приподнимает" её над горизонтом. Поэтому микрометрический винт должен замедлять перемещение телескопа в его суточном движении, причём чем ближе к горизонту, тем больше должна быть скорость этого компенсирующего движения (то есть, график скорости движения микрометрического винта при компенсирующем гидировании не является линейным).

В восточном сегменте неба благодаря рефракции видимое положение звезды при её восходе сильно отличается от истинного положения, но постепенно угловое расстояние между этими точками уменьшается, поскольку видимое движение звезды медленнее истинного. Микрометрический винт должен замедлять перемещение телескопа относительно его собственного суточного движения до тех пор, пока видимые и истинные координаты звёзд не совпадут. Такое движение также не является линейным. Чем выше звезда над горизонтом, тем меньше величина такой компенсации и скорость компенсирующего движения.

Кроме того, во всех случаях наблюдения звёзд у горизонта требуется компенсация не только по прямому восхождению, но и по склонению. Для наблюдений в южном и северном сегментах неба величина компенсации по склонению может быть весьма значительной по абсолютной величине, но её изменение в течение времени фотографирования – мало, поскольку звезда перемещается по небу горизонтально.

Собственно от времени наблюдения (утро, вечер) компенсирующая скорость микрометрического винта не зависит. Однако, есть тонкий эффект, из-за которого по сути такая зависимость есть.

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Дело в том, что угловое расстояние между видимым и истинным положениями звёзд зависит от коэффициента рефракции земной атмосферы, который, в свою очередь, зависит от температуры. Температура нижних слоев тропосферы в утренние и вечерние часы наблюдений разная, коэффициенты рефракции тоже разные. Поэтому графики компенсирующих скоростей микрометрического винта также должны быть разными.

Чем ниже температура, тем больше коэффициент рефракции; чем выше температура, тем ниже коэффициент рефракции. Поэтому, в утреннее время наблюдений "компенсирующая скорость" микрометрического винта также должна быть выше, чем в вечернее.

3. Затмения. (О.С. Угольников, март 2003).

Кратеры Коперник и Кеплер находятся в северном полушарии Луны, а кратер Тихо – в южном полушарии. Данное затмение было частным теневым с фазой, не меньшей 0,3-0,4, при этом Луна задела южную часть тени Земли. Такое затмение может произойти, если Луна не дошла нескольких градусов (около 5-6) до восходящего узла, или прошла на столько же далее нисходящего узла своей орбиты. Но, так как синодический полупериод обращения Луны (около 14,8 сут) больше, чем драконический (около 13,6 сут), то во втором из перечисленных случаев в ближайшее новолуние Луна уйдёт более чем на 18 градусов от восходящего узла орбиты, и солнечного затмения быть не может (оно уже произошло до лунного).

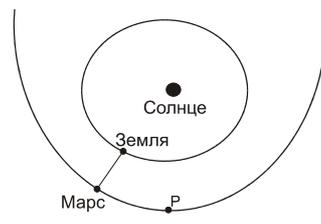


В первом же случае солнечное затмение произойдёт, и при этом Луна уже пройдёт нисходящий узел орбиты и окажется южнее эклиптики (см. рисунок). Данное затмение будет видно в южном полушарии Земли и не будет видно в северном полушарии, то есть, не будет видно и в России. (*)

Примечание (*): С той поправкой, что, конечно, затмение можно будет наблюдать с российских полярных станций в Антарктиде.

4. Великое противостояние. (О.С. Угольников, март 2003).

Для решения задачи необходимо вспомнить, что орбита Земли, как и орбита Марса, является эллиптической, и в конце августа Земля будет двигаться от точки афелия (начало июля) к точке перигелия (начало января). Из рисунка, на котором эксцентриситеты орбит Земли и Марса нарочно преувеличены, видно, что максимальное сближение двух планет может произойти, если противостояние Марса наступит несколько раньше прохождения этой планетой точки перигелия (точка Р на рисунке). Так оно и есть на самом деле: Марс пройдет перигелий через 2 дня после противостояния, 30 августа.



5. Блеск Луны. (А.К. Муртазов, февраль 2003, обработка и дополнения – М.Г. Гаврилов).

Приближённый расчёт "в целых числах" абсолютной звёздной величины (М) Луны можно провести, сравнив его с блеском в полнолуние (по таблице Солнечной системы $m = -12,7^m$). Освещаться Луна будет с того же расстояния 1 а. е., а вот наблюдатель удалится в (также находим это по таблице Солнечной системы) $1 / 0,00257 \approx 400$ раз. Следовательно световой поток уменьшится примерно в $400^2 = 160000$ раз.

$$160000 = 16 \times 100 \times 100 \approx 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 100 \times 100.$$

Это эквивалентно изменению звёздной величины на $1+1+1+5+5=13$.

Абсолютная звёздная величина Луны $M \approx -12,7^m + 13^m = +0,3^m$, с точностью до целого числа - "нулевая звёздная величина".

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Более точный расчёт можно провести по формуле Погсона, считая что сумма расстояний Солнце-Земля (r) и Земля-Луна (R) практически равна 1 а. е. и зная, что видимая звёздная величина Луны в полнолуние составляет (по таблице Солнечной системы) $m = -12,7$. Величины r и R также можно взять из таблицы Солнечной системы.

Из формулы Погсона

$$m - M = -2,5 \cdot \lg(R/r)^2 = 5 \cdot \lg(r/R) = 5 \lg(0,00257) = -12,95^m \approx -13^m.$$

$$M = -12,7^m + 13^m$$

(Заметим, что и здесь проще взять не r и R по отдельности, а соотношение r/R .)

6. Похищение Луны. (Е.С.Божурова, М.Г.Гаврилов, март 2003).

Заметим, что во время лунного затмения Луна находится за Землей по отношению к Солнцу, это означает, что Земля расположена в этот момент ближе к Солнцу, чем центр масс системы Земля-Луна, а иными словами – ближе, чем на среднем расстоянии от Солнца. Кроме того, Луна движется относительно Земли в том же направлении, что и система Земля-Луна вокруг Солнца. Это означает, что Земля движется в обратном направлении относительно центра масс системы Земля-Луна. Следовательно, относительно Солнца скорость Земли в этот момент меньше, чем средняя (круговая).

Рассматривая любой из двух указанных факторов (то, что Земля в момент похищения Луны расположена ближе к Солнцу, и то, что её скорость – меньше средней), даже не учитывая другой, можно прийти к выводу, что новая орбита будет иметь меньшую полуось, а период обращения уменьшится. Действительно:

1. Уменьшилось расстояние до Солнца – если скорость не изменилась, то для нового положения она будет уже меньше круговой. То есть, Земля находится в афелии новой орбиты – большая полуось новой орбиты меньше, чем старой.

2. Уменьшилась скорость относительно Солнца – если расстояние не изменилось, то новая скорость будет меньше круговой. Земля находится в афелии новой орбиты – большая полуось новой орбиты меньше, чем старой.

Учитывая оба этих фактора, тем более получаем, что скорость Земли в момент похищения Луны, меньше круговой для той точки, где находится Земля. То есть, она находится в афелии новой орбиты. Таким образом, среднее расстояние от Земли до Солнца уменьшится и период обращения тоже уменьшится.

Примечание: количественно решение довольно сложно, ответы:

$$r_1 = 0,9991 \text{ а.е.} = 149,4 \text{ млн.км.}$$

$$T_1 = 364,8 \text{ суток.}$$

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Теоретический тур. Решения задач

г. Курск,
4-10 апреля 2003 г.

11 класс.

1. Фотометрия Солнца. (В.В. Чичмарь, март 2003).

Предполагаемое решение.

Непосредственные измерения мощности излучения Солнца затруднены, т. к. требуют точного определения коэффициента прозрачности земной атмосферы. Проще наблюдать планеты, освещённые солнечными лучами, и сравнивать их с блеском стандартных звёзд. Отношение световых потоков от планет и от звёзд не зависит от прозрачности атмосферы. Кроме того, большая яркость Солнца требует использование более сложных приборов при прямом измерении его яркости.

2. Гидирование. (В.В. Чичмарь, март 2003, обработка и дополнения – М.Г. Гаврилов).

На положение звёзд с большими зенитными расстояниями влияет рефракция атмосферы. Рефракция атмосферы "приподнимает" звёзды на небесной сфере относительно их истинных координат (уменьшает зенитное расстояние). Причём, чем ближе к горизонту, тем дальше наблюдаемое положение звёзд от их истинных координат.

Будем считать, что на малых зенитных расстояниях (то есть, далеко от горизонта) рефракцией земной атмосферы можно пренебречь и часовой механизм полностью отрабатывает изменение видимого положения звезды от времени, в дополнительном гидировании нет нужды.

Однако, при наблюдении звёзд вблизи горизонта дополнительное гидирование необходимо, поскольку в этом случае видимое положение звёзд существенно отличается от их истинных координат на небесной сфере. Часовой механизм телескопа отрабатывает суточное вращение Земли, но не отрабатывает изменение влияния рефракции земной атмосферы.

В западном сегменте неба благодаря рефракции видимое положение заходящей звезды всё более отличается от истинного, причём вектор его углового ускорения направлен против суточного движения телескопа. Даже зашедшую звезду мы наблюдаем ещё некоторое время потому, что земная атмосфера "приподнимает" её над горизонтом. Поэтому микрометрический винт должен замедлять перемещение телескопа в его суточном движении, причём чем ближе к горизонту, тем больше должна быть скорость этого компенсирующего движения (то есть, график скорости движения микрометрического винта при компенсирующем гидировании не является линейным).

В восточном сегменте неба благодаря рефракции видимое положение звезды при её восходе сильно отличается от истинного положения, но постепенно угловое расстояние между этими точками уменьшается, поскольку видимое движение звезды медленнее истинного. Микрометрический винт должен замедлять перемещение телескопа относительно его собственного суточного движения до тех пор, пока видимые и истинные координаты звёзд не совпадут. Такое движение также не является линейным. Чем выше звезда над горизонтом, тем меньше величина такой компенсации и скорость компенсирующего движения.

Кроме того, во всех случаях наблюдения звёзд у горизонта требуется компенсация не только по прямому восхождению, но и по склонению. Для наблюдений в южном и северном сегментах неба величина компенсации по склонению может быть весьма значительной по абсолютной величине, но её изменение в течение времени фотографирования – мало, поскольку звезда перемещается по небу горизонтально.

Собственно от времени наблюдения (утро, вечер) компенсирующая скорость микрометрического винта не зависит. Однако, есть тонкий эффект, из-за которого по сути такая зависимость есть.

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Дело в том, что угловое расстояние между видимым и истинным положениями звёзд зависит от коэффициента рефракции земной атмосферы, который, в свою очередь, зависит от температуры. Температура нижних слоев тропосферы в утренние и вечерние часы наблюдений разная, коэффициенты рефракции тоже разные. Поэтому графики компенсирующих скоростей микрометрического винта также должны быть разными.

Чем ниже температура, тем больше коэффициент рефракции; чем выше температура, тем ниже коэффициент рефракции. Поэтому, в утреннее время наблюдений "компенсирующая скорость" микрометрического винта также должна быть выше, чем в вечернее.

3. Затмения. (О.С. Угольников, март 2003).

Кратеры Коперник и Кеплер находятся в северном полушарии Луны, а кратер Тихо – в южном полушарии. Данное затмение было частным теневым с фазой, не меньшей 0,3-0,4, при этом Луна задела южную часть тени Земли. Такое затмение может произойти, если Луна не дошла нескольких градусов (около 5-6) до восходящего узла, или прошла на столько же далее нисходящего узла своей орбиты. Но, так как синодический полупериод обращения Луны (около 14,8 сут) больше, чем драконический (около 13,6 сут), то во втором из перечисленных случаев в ближайшее новолуние Луна уйдёт более чем на 18 градусов от восходящего узла орбиты, и солнечного затмения быть не может (оно уже произошло до лунного).



В первом же случае солнечное затмение произойдёт, и при этом Луна уже пройдёт нисходящий узел орбиты и окажется южнее эклиптики (см. рисунок). Данное затмение будет видно в южном полушарии Земли и не будет видно в северном полушарии, то есть, не будет видно и в России. (*)

Примечание (*): С той поправкой, что, конечно, затмение можно будет наблюдать с российских полярных станций в Антарктиде.

4. Внуки-путешественники. (Н.Н. Шахворостова, март 2003, обработка и дополнения – М.Г. Гаверилов).

Почему же опаздывает второй внук? Вероятно потому, что часы у него отстают. Почему же часы, шедшие абсолютно точно в течение многих десятилетий, вдруг стали отставать? Дело в том, что скорость хода маятниковых часов обратно пропорциональна периоду колебаний математического маятника, который является основным элементом таких часов. А период колебаний определяется формулой $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, где L – длина маятника, а g – ускорение свободного падения. Возможно, конечно, что разные температурные условия на полюсе и экваторе привели к изменению длины маятника, но скорее всё дело в разнице ускорений свободного падения.

Ускорение свободного падения на экваторе меньше, чем на полюсе, сразу по двум причинам.

Во-первых, ускорение свободного падения на экваторе будет меньше за счёт центробежного ускорения на величину $\Delta g_1 = v^2/R$, где v – скорость вращения точки экватора, равная $2\pi R/T = 465$ м/с. Это приводит к относительному уменьшению ускорения силы тяжести на экваторе на величину $v^2/Rg = v^2R/GM = 0,00345 = 1/290$.

Во-вторых, Земля имеет сжатие, равное $\eta = 0,00335 = 1/298$ (см. таблицу Солнечной системы), что также уменьшает ускорение свободного падения на экваторе. Численно оценить это довольно сложно, но можно сделать оценки. Оценка снизу – ноль, сверху эта величина Δg_2

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

не превосходит $\left(\frac{GM}{R_n^2} - \frac{GM}{R_a^2}\right) \approx \frac{2GM\eta}{R^2} \approx 0,007g_0$, где M , R_n , R_a и R – масса, полярный, экваториальный и средний радиусы Земли. Реально, величина Δg_2 составляет $0,0018g_0$.

В итоге, относительное уменьшение ускорение силы тяжести на экваторе меньше, чем на полюсе, примерно на $0,52\%$.

Поскольку, как мы выяснили, скорость хода маятниковых часов пропорциональна Δg , часы на полюсе быстрее пройдут свой год, в результате покоритель полюса и исследователь Белых Медведей к радости бабушки прибудет раньше намеченного срока. А вот часы этнографа будут отставать, в результате он будет считать, что время Нового Года ещё не наступило.

Количественно разница хода часов на полюсе и экваторе равна $\Delta g/2g_0 = 0,26\%$. За год это составит примерно $0,95$ суток или $22,8$ часа. (Если решать задачу, не учитывая сплюснутость Земли, то, соответственно, $\Delta g_1/2g_0 = 0,172\%$, за год это составит примерно $0,63$ суток или около 15 часов). Вот сколько бабушке придётся волноваться, что там случилось со вторым внуком в далёкой Африке.

Примечание 1. Предполагается, что полным решением участника Олимпиады является правильное вычисление Δg_1 и связанных с этим последствий упоминание про Δg_2 из-за сплюснутости Земли.

Примечание 2. Эта задача является продолжением сюжетной линии задач о животных на астрономических олимпиадах. Ведь полярник попутно изучал вопрос задачи «Звёздный Мир» №340 (Олимпиада ННЦ 1989 года), проверял, сколь раз на самом деле могут любоваться полной луной белые медведи. А этнограф смотрел за правильностью расстановки по экватору жирафов и сусликов (задача Олимпиады ННЦ 2003 года).

Примечание 3. Вообще, хочется, наверно, узнать не только разницу прихода внуков, но и насколько один пришёл раньше Нового Года, и насколько второй опоздал. Точный расчёт говорит, что разница ускорений между экватором и Курском составляет 62% от общей разницы, а разница между Курском и полюсом – 38% . Поэтому полярник пришёл домой на 83 часа раньше Нового года, а этнограф опоздал на 14 часов.

Примечание 4. М-да... Ну с полярником понятно, у них там то полярный день, то полярная ночь, за временем особо не нужно следить. Но этнограф... У него же часы больше, чем на час в месяц отставали, то есть, по его часам и восходы, и заходы солнца каждые 26 дней происходили на час раньше! В результате, в начале июня солнце всходило "в полночь", а заходило - "в полдень". А к концу декабря - удивительно, но солнце всходило уже в 16 часов, а заходило в 4 утра! "Вот какие чудеса творятся в Африке, ни за что не поверите", - спешил поведать этнограф бабушке и брату о своих открытиях.

5. Астероид. (Н.И.Перов, февраль 2003, редакция – М.Г.Гаврилов, март 2003).

При равенстве потоков энергии, поглощённой от Солнца и излученной астероидом (как абсолютно чёрным телом):

$$Q_{\text{погл}} \sim Q_{\text{излуч}}$$

При этом, $Q_{\text{погл}} \sim r^{-2}$, а $Q_{\text{излуч}} \sim T^4$. Здесь r – гелиоцентрическое расстояние астероида, T – его температура (абсолютная, в Кельвинах). Из этих соотношений следует, что $T \sim r^{-1/2}$. Для перигелия $R_p = a(1-e)$, а для афелия $R_a = a(1+e)$, где a – большая полуось орбиты астероида, e – её эксцентриситет.

По закону Вина

$$\lambda_a / \lambda_p = T_p / T_a.$$

Из приведенных соотношений вытекает, что

$$(\lambda_a / \lambda_p)^2 = (1+e)/(1-e).$$

X Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

Отсюда эксцентриситет равен

$$e = \frac{(\lambda_a / \lambda_n)^2 - 1}{(\lambda_a / \lambda_n)^2 + 1}$$

При $\lambda_a / \lambda_n = 3$, получаем

$$e = 0,8.$$

6. Похищение Луны. (Е.С.Божурова, М.Г.Гаврилов, февраль 2003, редакция – март 2003).

Вначале качественно поймём, увеличится или уменьшится большая полуось орбиты Земли и, соответственно, период её обращения вокруг Солнца. См. решение для 10 класса.

Для решения задачи количественно, кажется, что потребуется использовать довольно много величин, которые надо взять из таблицы Солнечной системы, а потом – много вычислять, используя эти данные. Однако, достаточно взять лишь три величины отношений, рекомендованные в условии, а именно, a , p и Y , чтобы получить относительные изменения для большой полуоси орбиты Земли и периода её обращения.

Обозначения:

$R_{зл}$ – среднее расстояние от Земли до Луны;

$R_0 = 149\,597\,870$ км – среднее расстояние от центра масс системы Земля-Луна до Солнца;

$a = R_{зл} / R_0 = 0,00257$ – отношение этих расстояний;

$p = M_{л} / M_{з} = 0,0123$ – отношение масс Луны и Земли;

$T_{л}$ – период обращения Луны вокруг Земли;

$T_0 = 365,256$ сут – период обращения системы Земля-Луна вокруг Солнца (звёздный год)

$Y = T_{л} / T_0 = 0,0748$ – отношение этих периодов;

V_0 – средняя орбитальная скорость системы Земля-Луна вокруг Солнца;

$V_{л}$ – орбитальная скорость Луны вокруг Земли;

G – гравитационная постоянная;

M_0 – масса Солнца;

$GM_0 = V_0^2 R_0$.

Произведём некоторые вычисления:

Поскольку $V_0 = 2\pi R_0 / T_0$ и $V_{л} = 2\pi R_{зл} / T_{л}$, получаем $V_{л} / V_0 = a / Y$, или

$$V_{л} = V_0 \cdot a/Y;$$

$V_{зл} = V_{л} p = V_0 (ap/Y)$ – скорость Земли относительно центра масс системы Земля-Луна;

$V_{зс} = V_0 - V_{зл} = V_0 \cdot (1 - ap/Y)$ – скорость Земли относительно Солнца в момент лунного затмения;

$R_{зс} = R_0 - pR_{зл} = R_0 \cdot (1 - ap)$ – расстояние от Земли до Солнца в тот же момент.

В тот момент, когда змей похищает Луну, полная удельная энергия Земли становится равной

$$E_3 = V_{зс}^2 / 2 - GM_0 / R_{зс}$$

С другой стороны, для любого тела, обращающегося по эллиптической орбите (независимо от величины эксцентриситета), полная удельная энергия (то есть, энергия на единицу массы) определяется формулой

$$E = V_{г}^2 / 2 - GM_0 / r_1 = -GM_0 / 2r_1;$$

где r_1 – большая полуось орбиты (в данном случае – новой орбиты Земли, после того, как змей исчезает с Луной), $V_{г} = (GM_0 / r_1)^{1/2}$ – круговая скорость для движения по орбитам с большой полуосью r_1 . Приравняв энергии E_3 и E , получаем:

$$V_{зс}^2 / 2 - GM_0 / R_{зс} = -GM_0 / 2r_1, \text{ откуда}$$

$$1/r_1 = 2/R_{зс} - V_{зс}^2 / GM_0.$$

Х Российская олимпиада школьников по астрономии и физике космоса

$$r_1 = 1 / (2/R_{зс} - V_{зс}^2 / V_o^2 R_o) = R_o / (2R_o / R_{зс} - V_{зс}^2 / V_o^2) = R_o / (2/(1 - ap) - (1-ap/Y)^2) = \\ = R_o / (2(1 + ap) / (1 - a^2p^2) - 1 + 2ap/Y - a^2p^2/Y^2)$$

Учитывая, что соотношения радиусов орбит и масс – параметры a и p , а также параметр ap/y – малы, пренебрегая вторыми порядками этих величин по сравнению с первыми, получаем:

$$r_1 = R_o / (2(1 + ap) - 1 + 2ap/y) = R_o / (1 - 2ap - 2ap/y) = R_o / (1 + 2ap(1 + 1/y))$$

Таким образом, большая полуось новой орбиты Земли будет равна:

$$r_1 = 0,99909 \text{ а.е.} = 149,46 \text{ млн.км.}$$

Новый орбитальный период Земли:

$$T_1 = 2\pi \cdot (r_1^3 / GM_o)^{1/2} = 364,76 \text{ суток.}$$

Таким образом, дракон съест не только Луну, но и полдня в году!

Кстати, возвращаясь к качественному решению. Величина $2ap$ в окончательном ответе связана с уменьшением расстояния до Солнца, а величина $2ap/y$ – с уменьшением скорости относительно Солнца.