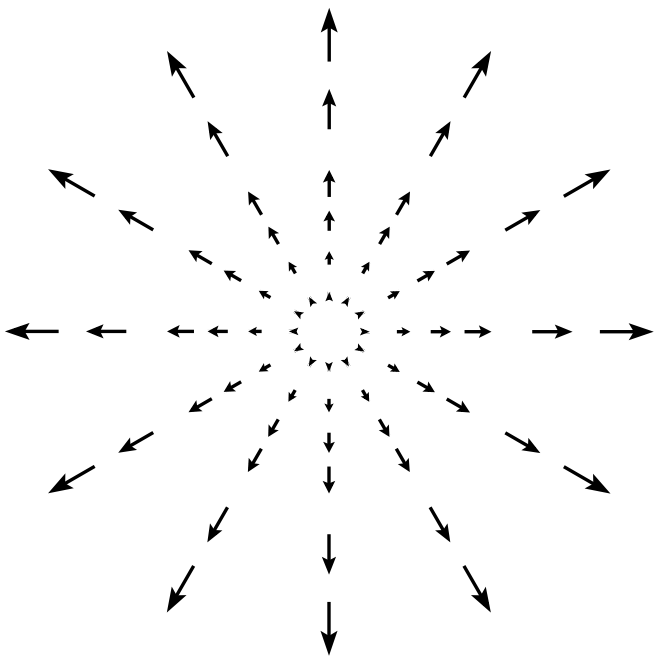
Д. И. Нагирнер

# Э Л Е М Е Н Т Ы
# К О С М О Л О Г И И



Санкт-Петербург
2001

Санкт-Петербургский государственный университет

Д. И. Нагирнер

# Э Л Е М Е Н Т Ы
# К О С М О Л О Г И И

*Учебное пособие*

Издательство С.-Петербургского университета
2001

УДК 523.12
ББК 22.632
Н16

Р е ц е н з е н т ы :
зав. сектором теоретической астрофизики Физ.-тех. ин-та
им. А. Ф. Иоффе РАН, академик *Д. А. Варшалович*
вед. науч. сотр. САО РАН, докт. физ.-мат. наук *В. К. Дубрович*

*Печатается по постановлению*
*Редакционно-издательского совета*
*С.-Петербургского государственного университета*

**Нагирнер Д. И.**

Н16 Элементы космологии: Учебное пособие. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001.
ISBN 5-288-02808-7

В учебном пособии кратко излагаются основные положения современной космологии как науки о глобальном строении Вселенной. Определены основные характеристики стандартной фридмановской модели: радиус кривизны, метрика пространства—времени, критическая плотность, космологическая постоянная, различные расстояния. Рассмотрены закономерности распространения излучения в искривленном пространстве, закон Хаббла разбегания галактик, свойства реликтового излучения, основные этапы физической эволюции Вселенной. Дается представление о теории инфляции, первичном нуклеосинтезе и образовании крупномасштабных структур Вселенной.

Пособие предназначено для студентов и аспирантов, специализирующихся по астрономии и теоретической физике.

**ББК 22.632**

© Д. И. Нагирнер, 2001
© Издательство
С.-Петербургского
университета, 2001

ISBN 5-288-02808-7

## Введение

Над космологическими проблемами человечество задумывалось с самого начала своего существования. Об этом говорят многочисленные космологические мифы различных народов. Научная космология началась с работ астрономов эпохи Возрождения: Николая Коперника (1473–1543), Иоганна Кеплера (1571–1630) и Галилео Галилея (1564–1642). Однако все они не шли дальше сферы неподвижных звезд, т. е. интересовались строением Солнечной системы. Математическую основу это направление приобрело после установления закона всемирного тяготения Исааком Ньютоном (1642–1727). Космогонические теории впервые предложили Пьер Симон Лаплас (1749–1827) и Иммануил Кант (1724–1804). Такие теории продолжают развиваться вплоть до настоящего времени на основе самых современных представлений физики, но не составляют содержание науки, называемой теперь космологией.

Мир звезд в Галактике изучался многими учеными, отметим вклад Вильяма Гершеля (1738–1822), построившего первую схему строения Галактики. После открытия многочисленных слабых туманностей возник спор, где они находятся: в нашей Галактике или за ее пределами. Спор продолжался до 20-х годов нашего века, пока не были разложены на звезды ближайшие галактики. Современная космология изучает мир галактик и скоплений галактик.

Теоретической основой общепринятой космологии сейчас является теория тяготения Альберта Эйнштейна (1879–1955), так называемая общая теория относительности (ОТО), и работы Александра Александровича Фридмана (1888–1925), получившего в 1922 году первые нестационарные решения уравнений тяготения Эйнштейна. Наблюдательный базис ее составляют открытое в 1929 году Эдвином Поуэллом Хабблом (1889–1953) явление разбегания галактик от нас со скоростями, пропорциональными расстояниям до них, а также существование и свойства реликтового фонового излучения, обнаруженного в 1964 году.

В этом учебном пособии кратко излагаются основные положения современной космологии как науки о глобальном строении Вселенной. Строятся однородные космологические модели с учетом и без учета давления вещества. Определены основные характеристики моделей. Рассмотрены закономерности распространения излучения в искривленном пространстве. Дается интерпретация соотношений Хаббла. Описываются способы выбора модели, соответствующей реальной Вселенной. Излагается история открытия реликтового излучения, и приводятся его характеристики. Дается описание основных эпох истории горячей модели Вселенной и основных физических процессов, происходящих в эти эпохи. Дается представление о теории инфляции, первичном нуклеосинтезе и образовании крупномасштабных структур Вселенной. Изложение в основном базируется на монографиях [1–3], но привлечены и другие источники, в том числе и новейшие данные наблюдений и теории.

## § 1. Ньютоновская теория

1. *Постановка задачи.* Как известно, теория тяготения Эйнштейна, опубликованная в 1915 году, впоследствии получила триумфальное обоснование, дав количественно правильное объяснение трем наблюдаемым фактам: смещению перигелия Меркурия (1915), отклонению луча в поле тяжести Солнца (1919) и гравитационному уменьшению частоты

излучения, исходящего от тяжелого тела (1961). Почти сразу после формулировки знаменитых уравнений тяготения А. Эйнштейн (1917) пытался получить на их основе выводы о строении Вселенной. Однако он искал стационарные решения своих уравнений. Как уже говорилось, первые адекватные решения были получены А. А. Фридманом. Они оказались нестационарными. С тех пор именно эти решения описывают основные модели Вселенной. Для краткости модели Вселенной будем называть вселенными (со строчной буквы).

Вместо того чтобы воспроизводить уравнения ОТО и процесс получения их решений, в курсах космологии обычно используется более простой путь, своего рода полуклассический метод [1]. Дело в том, что в 1934 году Эдуард Артур Милн (1896–1950) показал, что решения типа фридмановских можно получить исходя из закона тяготения Ньютона. Мы последуем по этому пути.

Введем галилееву систему отсчета с началом в произвольной точке. В ней определены пространственные координаты и обычное время. Пусть все пространство заполнено веществом с однородным и изотропным распределением плотности $\rho$, которая зависит только от времени. Это предположение называется космологическим принципом. Насколько оно выполняется, обсудим потом.

Рассмотрим некоторую точку на расстоянии $R$ от начала и поместим туда тело массой $m$. Используем известное свойство ньютоновского потенциала, заключающееся в том, что при сферически симметричном распределении плотности на наше тело воздействует только масса, находящаяся внутри сферы радиуса $R$. Поэтому вырежем из всего пространства такой шар и изучим его эволюцию.

2. *Уравнение движения и его следствия.* На выбранное тело действует ньютонова сила

$$F = G\frac{mM}{R^2}, \tag{1}$$

где $G = 6.67 \cdot 10^{-8}$ $см^3/с^2 г$ — постоянная тяготения, а

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \tag{2}$$

есть масса шара радиусом $R$, которая в ходе эволюции не меняется.

Вещество не испытывает вращения, и нет других сил, кроме направленной по радиусу силы (1). Кроме того, и скорость тела направлена по радиусу, т. е. движение должно быть прямолинейным. В соответствии с этим уравнение движения тела запишется в скалярном виде

$$m\ddot{R} = -F \qquad \text{или} \qquad \ddot{R} = -\frac{GM}{R^2}. \tag{3}$$

Уравнение (3) соответствует задаче двух тел в наиболее простом случае, когда относительное движение происходит по прямой. При этом несущественно, что вещество движется вместе с рассматриваемым телом. Можно считать, что вся масса $M$ сосредоточена в начале координат. Решается уравнение просто.

Как обычно в задаче двух тел, сначала, домножив уравнение (3) на $\dot{R}$ и проинтегрировав, запишем закон сохранения энергии

$$\frac{\dot{R}^2}{2} = \frac{GM}{R} - kE, \tag{4}$$

где $E > 0$ — величина полной (модуль суммы кинетической и потенциальной) энергии единицы массы тела, а $k$ — ее знак, т.е. $k$ может быть 1, $-1$ или 0 (полная энергия тела равна $kmE$). Ни величина энергии, ни ее знак не изменяются в ходе движения.

Разрешив соотношение (4) относительно производной, найдем

$$\frac{dR}{\sqrt{2(GM/R - kE)}} = dt. \tag{5}$$

Вид решения зависит от знака энергии $k$.

3. *Решения уравнений.* Рассмотрим сначала случай $k = 1$ и сделаем подстановку

$$R = \frac{GM}{E}\sin^2\frac{\eta}{2}, \quad dR = \frac{GM}{E}\sin\frac{\eta}{2}\cos\frac{\eta}{2}d\eta. \tag{6}$$

Тогда из уравнения (5) получим

$$dt = \frac{(GM/E)\sin(\eta/2)\cos(\eta/2)d\eta}{\sqrt{2E}\sqrt{1/\sin^2(\eta/2) - 1}} = \frac{GM}{(2E)^{3/2}}(1 - \cos\eta)d\eta, \tag{7}$$

так что при условии $\eta = 0$, когда $t = 0$,

$$t = \frac{GM}{(2E)^{3/2}}(\eta - \sin\eta). \tag{8}$$

Выражение скорости через ту же переменную имеет вид

$$\dot{R} = \sqrt{2E}\operatorname{ctg}\frac{\eta}{2}. \tag{9}$$

В случае $k = -1$ тригонометрические функции заменяются гиперболическими:

$$R = \frac{GM}{E}\operatorname{sh}^2\frac{\eta}{2}, \quad dR = \frac{GM}{E}\operatorname{sh}\frac{\eta}{2}\operatorname{ch}\frac{\eta}{2}d\eta, \tag{10}$$

так что

$$dt = \frac{(GM/E)\operatorname{sh}(\eta/2)\operatorname{ch}(\eta/2)d\eta}{\sqrt{2E}\sqrt{1/\operatorname{sh}^2(\eta/2) + 1}} = \frac{GM}{(2E)^{3/2}}(\operatorname{ch}\eta - 1)d\eta, \tag{11}$$

и при том же условии $\eta = 0$, когда $t = 0$,

$$t = \frac{GM}{(2E)^{3/2}}(\operatorname{sh}\eta - \eta), \tag{12}$$

а

$$\dot{R} = \sqrt{2E}\operatorname{cth}\frac{\eta}{2}. \tag{13}$$

Случай нулевой энергии, когда $k = 0$ и значение величины $E$ несущественно, допускает явное решение

$$\frac{\sqrt{R}dR}{\sqrt{2GM}} = dt, \quad R = \left(\frac{9GM}{2}\right)^{1/3}t^{2/3}, \quad \dot{R} = \left(\frac{4GM}{3}\right)^{1/3}t^{-1/3}. \tag{14}$$

Однако мы запишем его в виде, аналогичном двум предыдущим:

$$R = \frac{GM}{E}\frac{\eta^2}{4}, \quad t = \frac{GM}{(2E)^{3/2}}\frac{\eta^3}{6}, \quad \dot{R} = \sqrt{2E}\,\frac{2}{\eta}. \tag{15}$$

4. *Свойства решений.* Выведенные формулы в параметрической форме описывают прямолинейное движение тела в поле тяжести некоторой массы. Иначе можно считать, что они характеризуют изменение масштаба пространственной длины со временем.

Все решения имеют некоторые общие черты. При $t = 0$, когда и $\eta = 0$, радиус $R = 0$. Скорость же в начальный момент $\dot{R} = +\infty$. Это объясняется бесконечностью потенциальной энергии в начале координат, которая должна компенсироваться кинетической энергией, чтобы полная энергия была конечной (неважно, какой она имеет знак или равна 0).

Как явствует из формулы (6), движение при $k = 1$ финитно, т. е. с ростом времени сначала $R$ растет от 0 до максимума, а затем убывает снова до 0 и т. д. График зависимости $R$ от $t$ изображается циклоидой. При $k = -1$ и при $k = 0$ расстояние $R$ при $t \to \infty$ увеличивается до $\infty$. В последнем случае при этом скорость стремится к 0, а при $k = -1$ остается конечной. Движения при $k = 1,\ -1,\ 0$ аналогичны движениям по эллипсу, гиперболе и параболе в задаче двух тел с начальной скоростью, направленной не по прямой, проходящей через центр притяжения.

При $\eta \to 0$ решения с ненулевой энергией описываются теми же формулами, что и решение с нулевой энергией при всех $\eta$. Следовательно, на ранних этапах эволюции все три решения неразличимы.

5. *Эволюция плотности.* Получим дополнительные уравнения, из которых можно будет, в частности, найти эволюцию плотности. Введем новую переменную, называемую в космологии "постоянной" Хаббла, хотя она зависит от времени (но как и плотность, постоянна во всем пространстве в каждый момент времени):

$$H = \frac{\dot{R}}{R}\,. \tag{16}$$

Из уравнения движения (3) нетрудно получить уравнение, связывающее $H$ с плотностью. Действительно,

$$\ddot{R} = \frac{d\dot{R}}{dt} = \frac{dRH}{dt} = \dot{R}H + R\dot{H} = R(H^2 + \dot{H}) = -\frac{GM}{R^2} = -G\frac{(4/3)\pi R^3}{R^2}\rho = -G\frac{4}{3}\pi R\rho. \tag{17}$$

Отсюда

$$\dot{H} = -H^2 - \frac{4}{3}\pi G\rho. \tag{18}$$

В свою очередь через $H$ выражается производная от плотности, что следует из выражения для массы (2):

$$\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{M}{(4/3)\pi R^3} = -3\frac{M}{(4/3)\pi R^3}\frac{\dot{R}}{R}, \quad \dot{\rho} = -3\rho H. \tag{19}$$

Два уравнения (18) и (19) составляют независимую систему уравнений для $H$ и $\rho$. В нее входят только эти величины и постоянные.

Теперь перейдем к ОТО.

## § 2. Интерпретация решений по ОТО

1. *Переход к решениям Фридмана.* Возвратимся к исходной модели пространства, заполненного однородным веществом с ненулевой средней плотностью. Строго говоря, к такой модели теория Ньютона неприменима, так как согласно ей ньютоновский потенциал обратился бы в каждой точке в бесконечность. Поэтому при нахождении ньютоновских решений пришлось из бесконечного пространства вырезать конечный шар. Между тем основным предположением фридмановской теории является именно однородное распределение вещества и изотропность пространства (космологический принцип). ОТО справляется с этой трудностью. (Отметим высказываемое иногда мнение, что обращение потенциала в бесконечность не является фатальным недостатком, так как сам по себе потенциал не нужен, используются только производные от него.)

Здесь будет подробно изложен один из вариантов космологической теории, при котором считается, что так называемая космологическая постоянная Эйнштейна равна нулю, а вещество, заполняющее пространство, имеет характер пыли и не оказывает давления.

Если провести строгое решение уравнений тяготения Эйнштейна при постоянной плотности вещества без давления, то результат получается совпадающим по форме с ньютоновским, но с другой интерпретацией. Как в полуклассическом методе квантовой механики, надо классические величины заменить на новые, в данном случае релятивистские, возникающие в теории Эйнштейна.

В этой теории $R > 0$ обозначает не радиус некоторого шара (или какой-то масштаб), а радиус кривизны трехмерного пространства. Кривизна эта согласно Эйнштейну вызывается наличием тяжелых масс и при равномерном распределении плотности также не зависит от места в пространстве. Если $k = 0$, то значение радиуса кривизны несущественно (в плоском пространстве он бесконечен), тогда $R$ действительно некоторый масштаб. В общем случае кривизна пространства равна $k/R^2$. Классическое финитное (эллиптическое) движение соответствует пространству постоянной положительной, а гиперболическое — постоянной отрицательной кривизны.

Далее, величина $E$ должна быть заменена по формуле $E = c^2/2$, а произведение $GM = R_{\mathrm{m}}c^2$. Следовательно, $R_{\mathrm{m}}$ — это расстояние, на котором ньютоновская потенциальная энергия тела по отношению к притягивающему центру равна энергии покоя тела:

$$R_{\mathrm{m}} = \frac{GM}{c^2}, \quad G\frac{mM}{R_{\mathrm{m}}} = mc^2. \tag{20}$$

Заметим, что удвоенное значение этого расстояния $R_{\mathrm{g}} = 2R_{\mathrm{m}}$ называется гравитационным радиусом. На расстоянии гравитационного радиуса скорость убегания от тела (вторая космическая) как раз равна скорости света.

Нетривиальность замены ньютоновской величины — классической энергии $E$ — на $c^2/2$ показывает, что упрощенное изложение Милна позволяет найти форму решений задачи, но не подменяет общей теории относительности. Только ОТО правильно учитывает метрику пространства—времени. Кроме того, милновский подход возможен лишь при простых моделях.

В результате указанных замен классический закон сохранения энергии примет форму

$$\frac{\dot{R}^2}{2} = \frac{c^2}{2}\left(\frac{2R_{\mathrm{m}}}{R} - k\right), \tag{21}$$

из которой следует, что амплитуда изменения радиуса кривизны в закрытой модели равна $2R_{\rm m}$.

Наконец, под временем $t$ подразумевается собственное время каждой точки пространства, что соответствует выбору сопутствующей системы отсчета в каждой точке. Синхронизовать часы можно по значению плотности вещества, которая в данный момент одинакова во всем пространстве. В результате оказывается, что в каждый момент времени метрика пространства, т. е. зависимость расстояний от координат одинакова во всех точках и по всем направлениям, а система координат движется вместе с веществом, как приклеенная к нему. Начало координат можно выбрать в любой точке, сопоставив этой точке координату $r = 0$.

Заметим, что уравнения (18) и (19) не изменяют своего вида и смысла.

2. *Фридмановские решения.* Перепишем полученные нерелятивистские решения в релятивистских обозначениях и приведем их в двух таблицах.

Из последнего столбца табл. 1 следует, что скорость изменения радиуса кривизны может быть сколь угодно большой. Это не противоречит принципу теории относительности, так как никакой передачи сигналов здесь не происходит.

Данные предпоследнего столбца в табл. 2 получены с помощью уравнения (18). О величине, помещенной в последнем столбце, скажем ниже.

Т а б л и ц а 1. Эволюция радиуса кривизны

| $k$ | Время $t$ | Радиус кривизны $R$ | Скорость $\dot R$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\dfrac{R_{\rm m}}{c}(\eta - \sin\eta)$ | $2R_{\rm m}\sin^2(\eta/2)$ | $c\,\mathrm{ctg}(\eta/2)$ |
| 0 | $\dfrac{R_{\rm m}}{c}\dfrac{\eta^3}{6}$ | $\dfrac{R_{\rm m}\eta^2}{2} = \left(\dfrac{9R_{\rm m}c^2t^2}{2}\right)^{1/3}$ | $\dfrac{2c}{\eta}$ |
| $-1$ | $\dfrac{R_{\rm m}}{c}(\mathrm{sh}\,\eta - \eta)$ | $2R_{\rm m}\,\mathrm{sh}^2(\eta/2)$ | $c\,\mathrm{cth}(\eta/2)$ |

Т а б л и ц а 2. Эволюция плотности и постоянной Хаббла

| $k$ | $H$ | $\rho$ | $\Omega = \rho/\rho_{\rm c}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\dfrac{c}{2R_{\rm m}}\dfrac{\cos(\eta/2)}{\sin^3(\eta/2)}$ | $\dfrac{3}{8\pi G}\dfrac{c^2}{4R_{\rm m}^2}\dfrac{1}{\sin^6(\eta/2)}$ | $\dfrac{1}{\cos^2(\eta/2)}$ |
| 0 | $\dfrac{c}{R_{\rm m}}\dfrac{4}{\eta^3} = \dfrac{2}{3}\dfrac{1}{t}$ | $\dfrac{3}{8\pi G}\dfrac{c^2}{4R_{\rm m}^2}\dfrac{64}{\eta^6}$ | 1 |
| $-1$ | $\dfrac{c}{2R_{\rm m}}\dfrac{\mathrm{ch}(\eta/2)}{\mathrm{sh}^3(\eta/2)}$ | $\dfrac{3}{8\pi G}\dfrac{c^2}{4R_{\rm m}^2}\dfrac{1}{\mathrm{sh}^6(\eta/2)}$ | $\dfrac{1}{\mathrm{ch}^2(\eta/2)}$ |

3. *Метрика замкнутого трехмерного пространства.* Рассмотрим сначала случай $k = 1$. Радиус кривизны растет от 0 при $t = 0$ до максимального значения $2R_{\rm m}$ при

$\eta = \pi$, $t = \pi R_{\rm m}/c$. Затем рост сменяется уменьшением снова до 0 при $\eta = 2\pi$, $t = 2\pi R_{\rm m}/c$. Пространство имеет постоянную положительную кривизну. Проще всего понять структуру такого пространства исходя из четырехмерной модели.

В четырехмерном евклидовом пространстве можно представить трехмерное пространство постоянной положительной кривизны в виде гиперсферы, определяемой уравнением

$$r^2 + u^2 = R^2, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \tag{22}$$

где $R$ — радиус сферы. Тогда ввиду того что $\mathbf{r}^2 = r^2$,

$$xdx + ydy + zdz = \mathbf{r}d\mathbf{r} = rdr = -udu, \quad du = -\frac{rdr}{u}. \tag{23}$$

Дифференциал интервала в четырехмерном евклидовом пространстве определяется, как обычно, в виде суммы квадратов дифференциалов четырех декартовых координат. Запишем его в сферических координатах

$$dl^2 = dr^2 + r^2 d\omega^2 + du^2, \quad d\omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2. \tag{24}$$

При переходе в трехмерную гиперсферу получим

$$dl^2 = dr^2 + r^2 d\omega^2 + \frac{r^2 dr^2}{R^2 - r^2} = \frac{dr^2}{1 - r^2/R^2} + r^2 d\omega^2. \tag{25}$$

Сделаем подстановку $r = R\sin\chi$. Тогда $u = R\cos\chi$, а

$$dl^2 = R^2(d\chi^2 + \sin^2\chi d\omega^2). \tag{26}$$

Ясно, что $0 \le \chi \le \pi$, $0 \le r \le R$.

Квадрат элемента длины определяет всю геометрию пространства. Например, можно найти элемент его объема в разных формах:

$$d^3 r = \frac{dr}{\sqrt{1 - r^2/R^2}} r^2 d^2\omega = R^3 d\chi \sin^2\chi d^2\omega, \quad d^2\omega = \sin\theta d\theta d\varphi. \tag{27}$$

Возьмем две точки в пространстве с координатами $\chi = 0$ и $\chi = \chi_0$. Соответствующие координаты $r$ будут 0 и $r_0 = R\sin\chi_0$. Пусть в первой точке находится наблюдатель, вторую назовем пробной. Соединим эти точки лучом, исходящим от наблюдателя. Вдоль луча значения углов $\theta$ и $\varphi$ будут постоянными, а элемент расстояния будет $dl = Rd\chi$, так что растояние от наблюдателя до пробной точки $l_0 = R\chi_0$. Элемент площади поверхности сферы на этом расстоянии $r_0^2 d^2\omega = R^2 \sin^2\chi_0 \sin\theta d\theta d\varphi$. Элемент $d^2\omega$ относится к единичной сфере, поэтому $r_0$ — это радиус сферы, проходящей через пробную точку. В пространстве постоянной положительной кривизны радиус $r_0$ меньше расстояния от наблюдателя до поверхности сферы $r_0 = R\sin\chi_0 < l_0 = R\chi_0$, наблюдатель не находится в центре этой сферы, который вообще не помещается в реальном пространстве, а является точкой четырехмерного пространства. Площадь поверхности сферы радиуса $r = r_0$ вычисляется сразу, так как интеграл по сферическим углам равен $4\pi$: она равна $4\pi r_0^2 = 4\pi R^2 \sin^2\chi_0$. Легко находится и длина экватора этой сферы, определяемого условиями $r = r_0$, $\theta = \pi/2$:

$l_{\rm eq} = 2\pi R \sin\chi_0$. Обе эти величины с ростом $\chi_0$ сначала растут до максимума, а затем убывают и обращаются в нуль при $\chi_0 = \pi$, причем объем, заключенный внутри сферы, с увеличением координаты $\chi_0$, как и расстояние $l_0$, монотонно растет:

$$V(\chi_0) = 4\pi \int\limits_0^{r_0} \frac{r^2 dr}{\sqrt{1-r^2/R^2}} = 4\pi R^3 \int\limits_0^{\chi_0} \sin^2\chi d\chi = 2\pi R^3 \left(\chi_0 - \frac{1}{2}\sin 2\chi_0\right). \qquad (28)$$

Полный объем пространства в данном случае конечен: $V(\pi) = 2\pi^2 R^3$. Поэтому такое пространство называется замкнутым (или закрытым). Оно аналогично поверхности трехмерной сферы.

Действительно, отличие заключается в том, что в двумерном случае нет координаты $z$. Уравнение сферы имеет вид (22), но $r^2 = x^2 + y^2$. Во всех остальных равенствах также надо опустить $z$ (положить $z = 0$ или считать, что угол $\theta = \pi/2$). Тогда $d\omega = d\varphi$ и элемент двумерного объема (площади на сфере) $d^2 r = R^2 \sin\chi d\chi d\varphi$. Объем такого пространства, естественно, равен площади поверхности сферы $4\pi R^2$. В случае двумерной сферы в трехмерном пространстве очевидно, что расстояние до окружности, проведенной на этой сфере, больше, чем ее радиус, а центр окружности находится не на сфере, а внутри нее. Очевидно также, что радиус окружности (параллели) и ее длина с удалением от фиксированной точки (полюса) сначала растут, а затем уменьшаются.

4. *Метрика открытых пространств.* Случай $k = -1$ не допускает столь наглядной интерпретации: надо рассматривать сразу четырехмерное пространство Лобачевского. Его описание отличается от приведенного выше заменой некоторых плюсов на минусы. Вместо гиперсферы надо рассматривать другую гиперповерхность: верхнюю часть двуполостного гиперболоида вращения при индефинитной метрике, т. е.

$$r^2 - u^2 = -R^2, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad dl^2 = dr^2 + r^2 d\omega^2 - du^2. \qquad (29)$$

Следствием этого будет замена тригонометрических функций на гиперболические, как при классическом рассмотрении в предыдущем параграфе. Например:

$$r = R\,{\rm sh}\,\chi,\ dl^2 = R^2(d\chi^2 + {\rm sh}^2\,\chi d\omega^2),\ d^3 r = R^3\,{\rm sh}^2\,\chi d\chi d^2\omega. \qquad (30)$$

Трехмерное пространство тоже оказывается пространством Лобачевского и имеет бесконечные протяженность и объем. Оно называется гиперболическим, или открытым. В нем, как легко заметить, радиус сферы, все точки которой находятся на одном расстоянии от наблюдателя, больше этого расстояния: $R\,{\rm sh}\,\chi > R\chi$.

Случай $k = 0$ соответствует трехмерному евклидову пространству, которое также бесконечно по объему.

Многие соотношения можно записать для трех случаев единым образом. Например, формулы (25) и (27) переписываются так:

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2/R^2} + r^2 d\omega^2,\ d^3 r = \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2/R^2}} r^2 d^2\omega. \qquad (31)$$

При $k = -1$ и $\chi$ и $r$ изменяются от 0 до $\infty$.

Можно сделать другую замену радиальной переменной

$$r = fr_1, \quad f = \frac{1}{1 + kr_1^2/4R^2} = \frac{1 + \sqrt{1 - kr^2/R^2}}{2}. \tag{32}$$

Тогда квадрат элемента (31) перепишется в виде выражения, пропорционального евклидову, каковым он и является при малых расстояниях $r \sim r_1$:

$$dl^2 = f^2(dr_1^2 + r_1^2 d\omega^2). \tag{33}$$

Переменную $r_1$ также можно выразить через параметр $\chi$:

$$r_1 = 2R \begin{cases} \operatorname{tg}(\chi/2), & \text{при} \quad k = 1, \\ \chi/2, & \text{при} \quad k = 0, \\ \operatorname{th}(\chi/2), & \text{при} \quad k = -1. \end{cases} \tag{34}$$

Эта переменная обращается в бесконечность в случае замкнутого (при $\chi = \pi$) и плоского пространств, но, напротив, остается конечной при $k = -1$: $0 \le r_1 \le 2R$.

Если ввести общее обозначение для тригонометрического и гиперболического синуса и их предельного значения:

$$\mathrm{a}_k(\chi) = \begin{cases} \sin\chi, & \text{при} \quad k = 1, \\ \chi, & \text{при} \quad k = 0, \\ \operatorname{sh}\chi, & \text{при} \quad k = -1, \end{cases} \qquad d\,\mathrm{a}_k(\chi) = \sqrt{1 - k\,\mathrm{a}_k^2(\chi)}\,d\chi, \tag{35}$$

то при $k = 1,\ 0,\ -1$ будет $r = R\,\mathrm{a}_k(\chi)$ и

$$dl^2 = R^2 \left[ d\chi^2 + \mathrm{a}_k^2(\chi) d\omega^2 \right]. \tag{36}$$

Элемент объема также можно представить в виде, справедливом для всех случаев:

$$d^3r = R^3(\eta) d\chi\, \mathrm{a}_k^2(\chi) d^2\omega = f^3 dr_1 r_1^2 d^2\omega. \tag{37}$$

5. *Метрика четырехмерного пространства—времени.* Все рассуждения предыдущего пункта относились к фиксированному моменту времени. Но Вселенная должна рассматриваться как пространственно-временное многообразие, т. е. четырехмерное пространство. Это пространство—время не имеет ничего общего с рассмотренными выше фиктивными (вспомогательными) четырехмерными пространствами. Его геометрия определяется, как и в обычной (специальной) теории относительности, выражением для интервала, которое для однородного пространства и выбранной системы отсчета имеет вид

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2, \tag{38}$$

где $dl^2$ дается одной из приведенных выше формул. Наиболее удобная форма — (36) (ее частные виды — равенства (26) и (30)).

Поскольку $R$ зависит только от времени, можно сделать замену

$$cdt = R(\eta) d\eta. \tag{39}$$

Легко убедиться, что новая переменная $\eta$ совпадает с использованной в предыдущем параграфе, а

$$ds^2 = R^2(\eta)[d\eta^2 - d\chi^2 - \mathrm{a}_k^2(\chi)d\omega^2]. \tag{40}$$

Координата $\eta$ определяет ход времени и изменение радиуса кривизны согласно данным табл. 1, а координата $\chi$ определяет расстояние.

Заключить, что величина $R$ является радиусом кривизны, проще всего исходя именно из квадрата интервала в форме (40), что и делается в книге [4]. Модель с $k = 0$ соответствует эвклидову пространству в каждый заданный момент и называется вселенной Эйнштейна—де Ситтера.

6. *Альтернативные и более сложные модели.* В космологии рассматриваются и более сложные модели, учитывающие дополнительные эффекты. Один из них — давление вещества. До сих пор мы считали, что давление отсутствует. Такое предположение отвечает современному состоянию материи, когда излучение играет незначительную роль, а вещество не оказывает давления. Условно такое вещество называют пылью.

Однако, как мы увидим в дальнейшем, на более ранних стадиях истории Вселенной излучение играло большу́ю и даже преобладающую роль. Тогда давлением пренебрегать нельзя и условие постоянства массы (2) перестает выполняться. Вместо него принимается предположение, что расширение происходит адиабатически, и привлекается термодинамическое соотношение между энергией объема $V$ и работой его расширения, т. е. $d(\rho c^2 V) = -PdV$. Из него следует, что

$$\frac{d\rho}{\rho + P/c^2} = -\frac{dV}{V} = -3\frac{dR}{R}, \tag{41}$$

так как объем пропорционален кубу радиуса кривизны. Если известно соотношение между плотностью $\rho$ и давлением $P$, то уравнение (41) легко проинтегрировать. При высоких температурах частицы становятся ультрарелятивистскими, и для них выполняется $P = (1/3)\rho c^2$. Такое же соотношение справедливо и для равновесного излучения.

Из уравнений Эйнштейна с учетом влияния давления выводятся независимые уравнения:

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} R \left(\rho + 3\frac{P}{c^2}\right), \tag{42}$$

$$\dot{R}^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho R^2 = -kc^2. \tag{43}$$

Эти уравнения совместны только в том случае, если считать выполненными соотношения (41).

Поскольку на ранних стадиях расширения вещество горячее, имеет особый смысл рассмотреть ультрарелятивистский предел, т. е. движение при $P = (1/3)\rho c^2$. В этом случае, как следует из соотношения (41), константой движения остается

$$W = 4\pi\rho R^4, \tag{44}$$

а аналог уравнения движения (3), вытекающий из уравнения Эйнштейна (43), принимает вид

$$\ddot{R} = -\frac{2GW}{3R^3}. \tag{45}$$

Это уравнение допускает интеграл, аналогичный выраженному равенством (4), где надо сделать замены, как при переходе от него к соотношению (21):

$$\frac{\dot{R}^2}{2} = \frac{GW}{3R^2} - k\frac{c^2}{2}. \tag{46}$$

Разрешая выведенное соотношение относительно производной и интегрируя, получим табл. 3 и 4, аналогичные табл. 1 и 2.

Т а б л и ц а 3. Эволюция радиуса кривизны с учетом давления

| $k$ | Время $t$ | Радиус кривизны $R$ | Скорость $\dot{R}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{2R_\mathrm{m}}{c}(1-\cos\eta)$ | $2R_\mathrm{m}\sin\eta$ | $c\operatorname{ctg}\eta$ |
| 0 | $\frac{2R_\mathrm{m}}{c}\frac{\eta^2}{2}$ | $2R_\mathrm{m}\eta = (4R_\mathrm{m}ct)^{1/2}$ | $\frac{c}{\eta}$ |
| $-1$ | $\frac{2R_\mathrm{m}}{c}(\operatorname{ch}\eta-1)$ | $2R_\mathrm{m}\operatorname{sh}\eta$ | $c\operatorname{cth}\eta$ |

Т а б л и ц а 4. Эволюция плотности и постоянной Хаббла с учетом давления

| $k$ | $H$ | $\rho$ | $\Omega = \rho/\rho_\mathrm{c}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{c}{2R_\mathrm{m}}\frac{\cos\eta}{\sin^2\eta}$ | $\frac{3}{16\pi G}\frac{c^2}{R_\mathrm{m}^2}\frac{1}{\sin^4\eta}$ | $\frac{1}{\cos^2\eta}$ |
| 0 | $\frac{c}{2R_\mathrm{m}}\frac{1}{\eta^2} = \frac{1}{2t}$ | $\frac{3}{16\pi G}\frac{c^2}{R_\mathrm{m}^2}\frac{1}{\eta^4}$ | 1 |
| $-1$ | $\frac{c}{2R_\mathrm{m}}\frac{\operatorname{ch}\eta}{\operatorname{sh}^2\eta}$ | $\frac{3}{16\pi G}\frac{c^2}{R_\mathrm{m}^2}\frac{1}{\operatorname{sh}^4\eta}$ | $\frac{1}{\operatorname{ch}^2\eta}$ |

В табл. 3 и 4 введены обозначения, близкие к использованным в табл. 1 и 2, хотя величина $R_\mathrm{m}$ (в закрытой модели это полуамплитуда радиуса кривизны) определяется по-другому:

$$R_\mathrm{m} = \sqrt{\frac{GW}{6E}} \tag{47}$$

Качественно приведенные решения ведут себя так же, как и при отсутствии давления, однако в закрытой модели параметр $\eta$ изменяется от 0 до $\pi$ (а не до $2\pi$). Различаются и масштабы изменения времени.

Модели Вселенной могут быть еще более усложнены добавлением в правую часть уравнения движения так называемого космологического слагаемого. Это слагаемое первоначально было введено А. Эйнштейном для того, чтобы привести уравнения к виду, допускающему стационарные решения, путем компенсации тормозящего действия притяжения. При этом в уравнении (42) к отрицательному ускорению вещества $-(4\pi/3)GR(\rho + 3P/c^2)$

(замедлению) добавлялось ускорение $(\Lambda c^2/3)R$. Если это ускорение записать в той же форме, что и для вещества $-(4\pi/3)GR(\rho_\Lambda + 3P_\Lambda/c^2) > 0$, то это равносильно добавлению постоянной плотности массы $\rho_\Lambda$ некоторой субстанции с отрицательным давлением:

$$\rho_\Lambda = c^2\Lambda/8\pi G, \quad P_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2. \tag{48}$$

В результате уравнение (42) преобразовывалось (если $P = 0$) в

$$\ddot{R} = -\frac{GM}{R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}R. \tag{49}$$

Параметр $\Lambda$ называется космологической постоянной.

Потом, после открытия расширения Вселенной и тем самым ее нестационарности, А. Эйнштейн отказался от этого слагаемого, назвав его введение самой большой своей ошибкой. Действительно, компенсация достигается только при определенном значении $R$ и вообще не нужна. В разные периоды развития космологии космологическое слагаемое добавляли и отбрасывали, так что вопрос о нем оставался открытым.

Можно получить решения уравнения (49), не приписывая определенного значения параметру $\Lambda$, а пытаясь найти его из наблюдений. В последнее время наблюдения как будто указывают на то, что эта постоянная может быть отлична от 0. К этому мы еще вернемся.

Космологическое слагаемое, если оно необходимо, присутствует, когда материи (вещества и излучения) нет совсем. Поэтому оно приписывается воздействию на ход расширения вселенной физического вакуума. Интересно отметить, что такая модель без материи рассматривалась. В этом случае $\rho = 0$ и уравнение (49) приобретает простую форму

$$\ddot{R} = \frac{\Lambda c^2}{3}R. \tag{50}$$

Решением такого уравнения является растущая экспонента $R = R_* \exp(\sqrt{\Lambda/3}\, ct)$. В последнее время именно такое решение играет большую роль в так называемой теории инфляции, о которой скажем ниже. Рассматривались модели, учитывающие совместное влияние давления и вакуума (космологического слагаемого), а также неизотропные и неоднородные модели. В ближайших параграфах наши рассуждения будут относиться, в основном, к модели без давления и без вакуума.

7. *Критические величины.* Имеется несколько величин, которые являются критическими для теории, т. е. их значения определяют тип решения уравнений ОТО и характер геометрии пространства в прошлом и будущем.

Закрепим некоторый момент $t$. Запишем закон сохранения энергии в модели без давления для этого момента:

$$\frac{1}{2}H^2R^2 - G\frac{4\pi}{3}\rho R^2 = -kE. \tag{51}$$

Вынося множитель при плотности за скобку, получаем

$$G\frac{4\pi}{3}R^2(\rho_c - \rho) = -kE, \tag{52}$$

где введено обозначение

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}. \tag{53}$$

Величина $\rho_{\rm c}$, выражение для которой не содержит скорости света, называется критической плотностью. Она определяет знак (или равенство нулю) энергии единицы массы вещества $kE$ и тем самым характер движения его во вселенной. Отношение

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{\rm c}} \tag{54}$$

характеризует отклонение средней плотности от критической. Именно это отношение для моделей Вселенной без давления было помещено в последнем столбце табл. 2.

Другая критическая величина получается, если в уравнении (4) заменить $GM/R$ на $-R\ddot{R}$:

$$\frac{1}{2}\dot{R}^2 + R\ddot{R} = -kE. \tag{55}$$

Это же равенство можно записать иначе:

$$kE = \frac{1}{2}H^2R^2(2q-1), \quad q = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2}\,. \tag{56}$$

Безразмерная величина $q$ называется параметром замедления. Для закрытой модели Вселенной $q > 1/2$, для открытой $q < 1/2$, при параболическом движении $q = 1/2$. Вообще говоря, $q$, так же как и $\Omega$, меняется со временем с сохранением соответствующего неравенства. Только для плоской модели ($k = 0$) параметр замедления тождественно равен $1/2$, а $\Omega = 1$.

С помощью уравнения (3) и определений (16) и (53) получаем связь параметра ускорения с параметром (54):

$$q = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2} = \frac{4\pi G\rho R^2}{3\dot{R}^2} = \frac{4\pi G\rho}{3H^2} = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\rho_{\rm c}} = \frac{1}{2}\Omega. \tag{57}$$

Все величины, относящиеся к настоящему моменту, снабжаем ноликом: $H_0$, $R_0$, $\rho_0$, $\chi_0$, $\Omega_0$. Отметим, что уравнение (21) можно записать так, что в него в качестве параметров будут входить только величины, соответствующие данному моменту:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 = H_0^2\left[1 - \Omega_0 + \Omega_0\frac{R_0}{R}\right]. \tag{58}$$

В случае моделей с давлением и, в частности, с ультрарелятивистскими частицами (фотонами) критическая плотность, как можно показать исходя из уравнения (43), в заданный момент определяется точно той же формулой (53). Соотношение же между параметром замедления и величиной $\Omega$ содержит слагаемое с давлением

$$q = \frac{1}{2}\Omega + \frac{4\pi G}{c^2}\frac{P}{H^2} \tag{59}$$

и, конечно, переходит в более простое соотношение (57) при $P = 0$. Для ультрарелятивистского случая отношение $\Omega$ приведено в последнем столбце табл. 4.

Космологическое слагаемое согласно уравнению (49) добавляет к левой части соотношения (51) $-\Lambda c^2R^2/6$, что приводит к появлению двух критических величин $\Omega$. Одна

по-прежнему определяется веществом и дается формулой (54) (ее обозначают также $\Omega_{\rm M}$). Другая связана с параметром $\Lambda$: $\Omega_\Lambda = \Lambda c^2/3H^2$.

8. *Стандартная модель.* Прежде чем обсуждать выводы теории, доступные наблюдательной проверке, и данные наблюдений, скажем, что понимается под термином "стандартная модель Вселенной". Она определяется метрикой вида (40), называемой метрикой Робертсона—Уокера, которые впервые опубликовали ее в таком виде около 1935 года. Основные уравнения этой модели, как явствует из приведенных соотношений, если собрать их вместе, имеют вид

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho R^2 + \frac{\Lambda c^2}{3}R^2 - kc^2, \tag{60}$$

$$\dot{\rho} = -3\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right)H,\ H = \frac{\dot{R}}{R}. \tag{61}$$

К этим уравнениям необходимо добавить уравнение состояния, связывающее давление с плотностью материи.

Радиус кривизны $R$ можно находить в зависимости от времени $t$ или в параметрическом виде, как это предполагается в выражении для метрики (40). Тогда находятся функции $R(\eta)$ и $t(\eta)$ от параметра $\eta$, связанного со временем соотношением (39). Выбор модели применительно к объективно существующей Вселенной должен быть произведен исходя из наблюдений. После этого определяется и вид функции $\mathrm{a}_k(\chi)$ в выражении для пространственной координаты $r = R\,\mathrm{a}_k(\chi)$.

Основными параметрами моделей являются постоянная Хаббла $H$, отношение реальной плотности вещества к критической $\Omega$ (или параметр замедления $q$), а также величина космологической постоянной $\Lambda$. Для первых двух параметров достаточно определить современные их значения $H_0$, $\Omega_0$. Третий параметр — константа.

На рис. 1 приведены графики зависимостей радиуса кривизны (*а*), постоянной Хаббла (*б*), плотности (*в*) и отношения ее к критической (*г*) от времени $t$ при трех типах моделей для пылевидного вещества. Все величины даны в относительных единицах, т. е. приводятся $R(\eta)/R_{\rm m}$, $2R_{\rm m}H/c$ и логарифмы $\lg\rho_* = \lg[(8\pi G/3)(4R_{\rm m}^2/c^2)\rho]$, $\lg\Omega$. Время измеряется в единицах $R_{\rm m}/c$.

На рис. 2 приведены те же величины, что и на рис. 1, но для ультрарелятивистского вещества, т. е. соответственно отношения $R(\eta)/R_{\rm m}$, $2R_{\rm m}H/c$ и логарифмы $\lg\rho_* = \lg[(16\pi G/3)(4R_{\rm m}^2/c^2)\rho]$, $\lg\Omega$ как функции времени $t$, измеряемого в единицах $2R_{\rm m}/c$. Напомним, что значения $R_{\rm m}$ для моделей с пылевидным и релятивистским веществом различаются.

Отметим, что закрытые модели выделяются своим поведением. Согласно этим моделям при достижении максимума радиуса кривизны постоянная Хаббла и критическая плотность обращаются в нуль ($H$ меняет знак), а параметр $\Omega$ в бесконечность. Кривые, относящиеся к открытым и плоском моделям, не периодические и могут быть продолжены сколь угодно далеко.

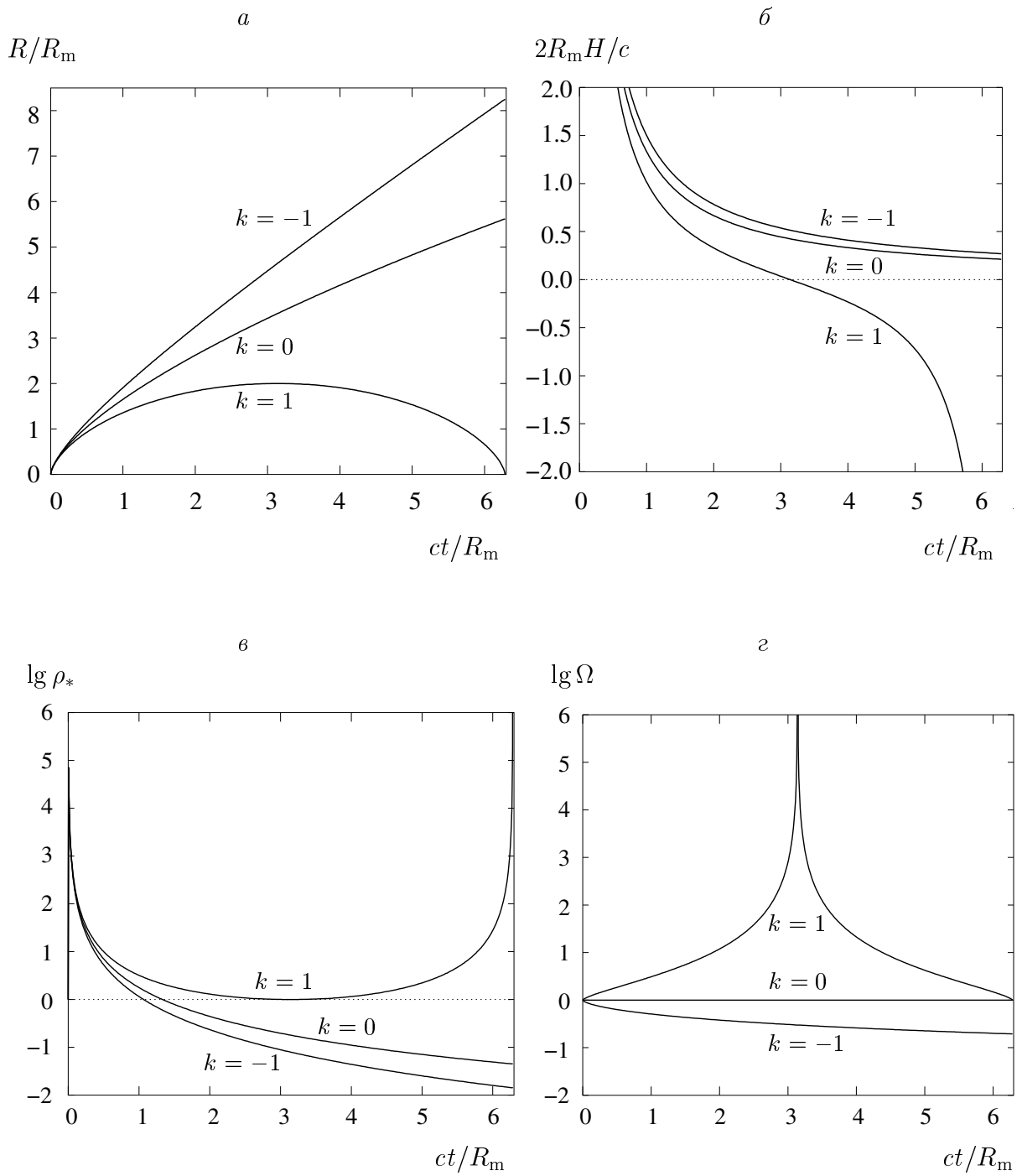



**Рис. 1.** Эволюция радиуса кривизны $R$ ($а$), постоянной $H$ ($б$), плотности $\rho$ ($в$) и отношения $\Omega$ ($г$) для моделей без давления.

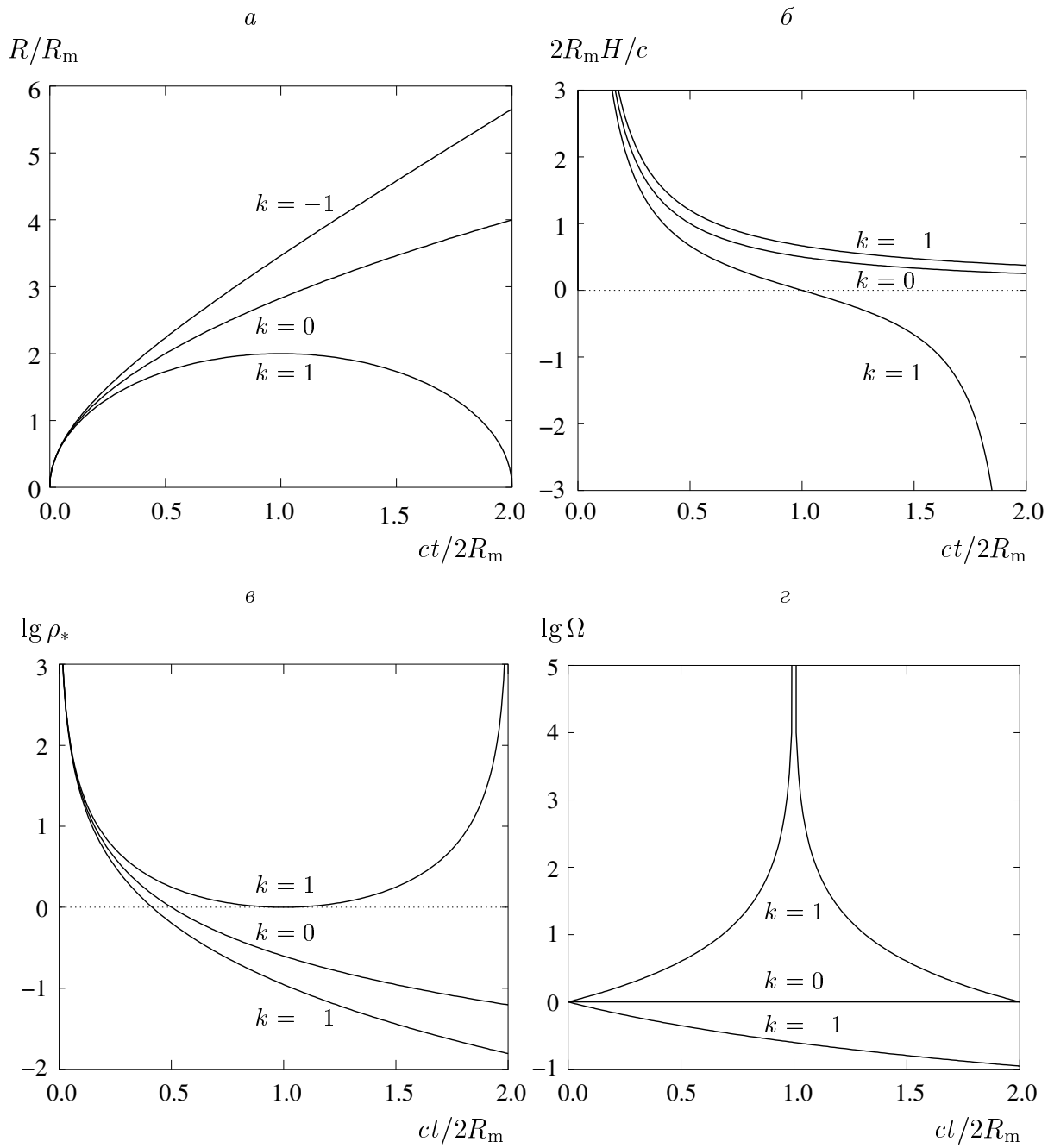



**Рис. 2.** Эволюция радиуса кривизны $R$ (*а*), постоянной $H$ (*б*), плотности $\rho$ (*в*) и отношения $\Omega$ (*г*) для моделей с излучением.

## § 3. Распространение излучения

1. *Распространение излучения и горизонт.* В этом параграфе рассмотрим эффекты, связанные с распространением излучения в искривленном пространстве—времени. Траектория фотона в трехмерном пространстве определяется, как и в обычной теории относительности, тем, что вдоль нее $ds = 0$ ($ds$ берем в виде (40)).

Пусть фотон в трехмерном пространстве летит по лучу, исходящему из точки, где находится наблюдатель. Поместим в нее начало координат. Луч задается тем, что вдоль него постоянны углы $\theta$ и $\varphi$, т.е. $d\theta = d\varphi = 0$. Следовательно, для такого фотона $d\eta^2 = d\chi^2$ и уравнение его траектории в принятых координатах

$$\theta = \theta_0, \ \varphi = \varphi_0, \ \chi = \pm\eta + \text{const}. \tag{62}$$

Знак плюс отвечает фотону, удаляющемуся от начала координат, а минус — движущемуся к началу.

Если фотон доходит до наблюдателя, где $r = 0$, $\chi = 0$, в момент $t_0 = t(\eta_0)$, то распространение такого фотона определяется уравнением $\chi = \eta_0 - \eta$. Этот фотон был испущен в некоторый момент $\eta_{\rm e}$, $0 \le \eta_{\rm e} \le \eta_0$, в точке пространства, имеющей координату $\chi_{\rm e} = \eta_0 - \eta_{\rm e}$. Мы видим прошлое Вселенной, тем более отдаленное по времени от настоящего момента, чем дальше смотрим. Ясно, что $\chi_{\rm e} \le \eta_0$ и расстояние от места возникновения фотона не может отстоять от точки наблюдения сколь угодно далеко. Фотон, излученный в начальный момент $\eta = 0$, может дойти в момент $t_0 = t(\eta_0)$ до наблюдателя, находящегося в точке $\chi = 0$, только с поверхности сферы, точки которой имели (в тот же начальный момент) координату $\chi_0 = \eta_0$. Поскольку координата $\chi$ точек пространства при его расширении не изменяется, то в каждый момент времени $t(\eta_0)$ существует сфера, ограничивающая область пространства, из которой доходит излучение в данную точку, находящуюся на одинаковом расстоянии от точек этой сферы. Эта сфера называется в космологии горизонтом. Вся остальная часть Вселенной наблюдениям принципиально недоступна. Вывод о существовании горизонта не зависит от вида метрики пространства. Видимая в данный момент часть пространства есть сечение четырехмерного пространства световым конусом, обращенным в прошлое. Такое сечение всегда имеет конечный объем (см. подробнее ниже). С течением времени горизонт расширяется.

Для фотона, излученного вдоль луча, который исходит из данной точки, имеем $\chi = \eta - \eta_{\rm e}$, где опять $t_{\rm e} = t(\eta_{\rm e})$ — момент испускания. Длина пути, пройденного фотоном к моменту $t = t(\eta)$:

$$l_{\rm ph}(\eta) = \int\limits_0^\chi R(\chi + \eta_{\rm e})d\chi = \int\limits_{\eta_{\rm e}}^\eta R(\eta)d\eta = c\int\limits_{t_{\rm e}}^t dt = c[t(\eta) - t(\eta_{\rm e})], \tag{63}$$

непрерывно возрастает. Расстояние же от места фотона в момент $t(\eta)$ до начала координат

$$l(\eta) = R(\eta)(\eta - \eta_{\rm e}) \tag{64}$$

монотонно растет только для открытых пространств. Радиус кривизны замкнутого пространства после $\eta = \pi$ убывает, и с некоторого момента фотон начинает приближаться к месту своего возникновения.

Проследим изменение со временем радиуса сферы, на которой располагается в момент $t(\eta)$ рассматриваемый фотон. Этот радиус равен $R_{\rm ph}(\eta) = R(\eta)|\,{\rm a}_k(\eta-\eta_{\rm e})|$. При $k=-1$ и $k=0$ с ростом времени $\eta$ радиус $R_{\rm ph}(\eta)$ увеличивается неограниченно. При $k=1$, т. е. в закрытой модели, поведение этого радиуса из-за немонотонного изменения радиуса кривизны и координаты $r$ более сложно. Действительно, в закрытой модели

$$R_{\rm ph}(\eta) = R_{\rm m}(1-\cos\eta)|\sin(\eta-\eta_{\rm e})|. \tag{65}$$

Здесь величина $\eta$ ограничена снизу моментом испускания фотона $\eta \geq \eta_{\rm e}$, а сверху значением $2\pi$, при котором обращается в 0 множитель $1-\cos\eta$, т. е. радиус кривизны. Поведение последнего множителя существенно зависит от начального значения $\eta_{\rm e}$. Если $\eta_{\rm e} \leq \pi$, то при изменении $\eta$ от $\eta_{\rm e}$ до $(2/3)(\eta_{\rm e}+\pi)$ с ней растет и радиус $R_{\rm ph}(\eta)$ от 0 до своего максимального значения $R_{1\,\max} = R_{\rm m}[1-\cos(2(\eta_{\rm e}+\pi)/3)]\sin(2\pi/3-\eta_{\rm e}/3)$. При дальнейшем росте $\eta$ этот радиус убывает и при $\eta=\eta_{\rm e}+\pi$ обращается в 0. Затем фотон переходит с направления $\theta=\theta_0$, $\varphi=\varphi_0$ на противоположное направление $\theta=\pi-\theta_0$, $\varphi=\varphi_0\pm\pi$. На этом направлении параметр $\chi$ изменяется от $\pi$ до $\eta_{\rm e}$ по закону $\chi=2\pi+\eta_{\rm e}-\eta$: фотон приближается к точке, из которой вышел. При $\eta_{\rm e}+\pi \leq \eta \leq 2(\eta_{\rm e}+2\pi)/3$ радиус $R_{\rm ph}(\eta)$ опять растет до максимума $R_{2\max}=R_{\rm m}[1-\cos(2(\eta_{\rm e}+2\pi)/3)]\sin(\pi/3+\eta_{\rm e}/3)$ и обращается в 0 при $\eta=2\pi$. Значения $R_{\rm ph}(\eta)$ для фотона, вышедшего из начала в момент $\eta_{\rm e}+\pi \geq \pi$, и для фотона, стартовавшего оттуда же в момент $\eta_{\rm e} \leq \pi$, при одних и тех же $\eta \geq \eta_{\rm e}+\pi$ одинаковы, хотя $\sin(\eta-\eta_{\rm e})$ и $\sin(\eta-\pi-\eta_{\rm e})$ имеют противоположные знаки.

Если опять для наглядности трехмерное пространство моделировать двумерной поверхностью в трехмерном пространстве, формально полагая координату $z=0$, то для пространства с отрицательной энергией вместо уравнения гиперсферы (22) получается уравнение трехмерной сферы $u = \pm\sqrt{R^2-x^2-y^2}$, а в случае положительной энергии соответствующее уравнение будет $u = \sqrt{x^2+y^2+R^2}$, но при неопределенной метрике, когда квадраты расстояний по оси $u$ берутся с минусом в согласии с формулами (29). Делаются обычные для полярной системы координат подстановки $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $r = R\,{\rm a}_k(\chi)$, после чего метрика таких пространств принимает вид

$$dl^2 = R^2[d\chi^2 + {\rm a}_k^2(\chi)d\varphi^2]. \tag{66}$$

По сравнению с точной эта метрика игнорирует угол $\theta$ (формально $\theta=\pi/2$). Таким образом, в замкнутой космологической модели пространство изображается сферой, в открытой — верхней частью двуполостного гиперболоида, а в плоской — их общим пределом при $R\to\infty$, т. е. плоскостью $u=R$ в трехмерном пространстве. Начало координат во всех трех случаях находится в точке $x=y=0$, $u=R$. Путь фотона, вышедшего из начала, изображается кривой на поверхности при постоянном угле $\varphi$. На сфере это большой круг, выходящий из полюса (меридиан), на гиперболоиде — ветвь гиперболы, проходящая через вершину параболоида и лежащая в той же плоскости, что и ось $u$. Вдоль указанной ветви гиперболы $r = R\,{\rm sh}\,\chi$, $u = R\,{\rm ch}\,\chi$, $\varphi=\varphi_0$, $l = R\chi < r$. В плоской модели путь фотона — луч на плоскости $u=R$.

Пусть фотоны, вышедшие одновременно из начала координат реального пространства в разных направлениях, дошли по своим траекториям до некоторой сферы. Эта сфера моделируется окружностью в сечении модельной поверхности плоскостью, параллельной плоскости $x, y$. Расстояние их $r$ до оси $u$ соответствует радиусу указанной сферы, а длина

дуги, пройденной фотонами — расстоянию их от начала координат. В случае модели с нулевой энергией все происходит на плоскости и $l(\eta) = R_{\rm m}(\eta^3 - \eta_{\rm e}^3)/6$, $l_{\rm ph}(\eta) = R_{\rm ph}(\eta) = R_{\rm m}\eta^2(\eta - \eta_{\rm e})/2$.

На рис. 3 представлена схема движения фотонов в замкнутой

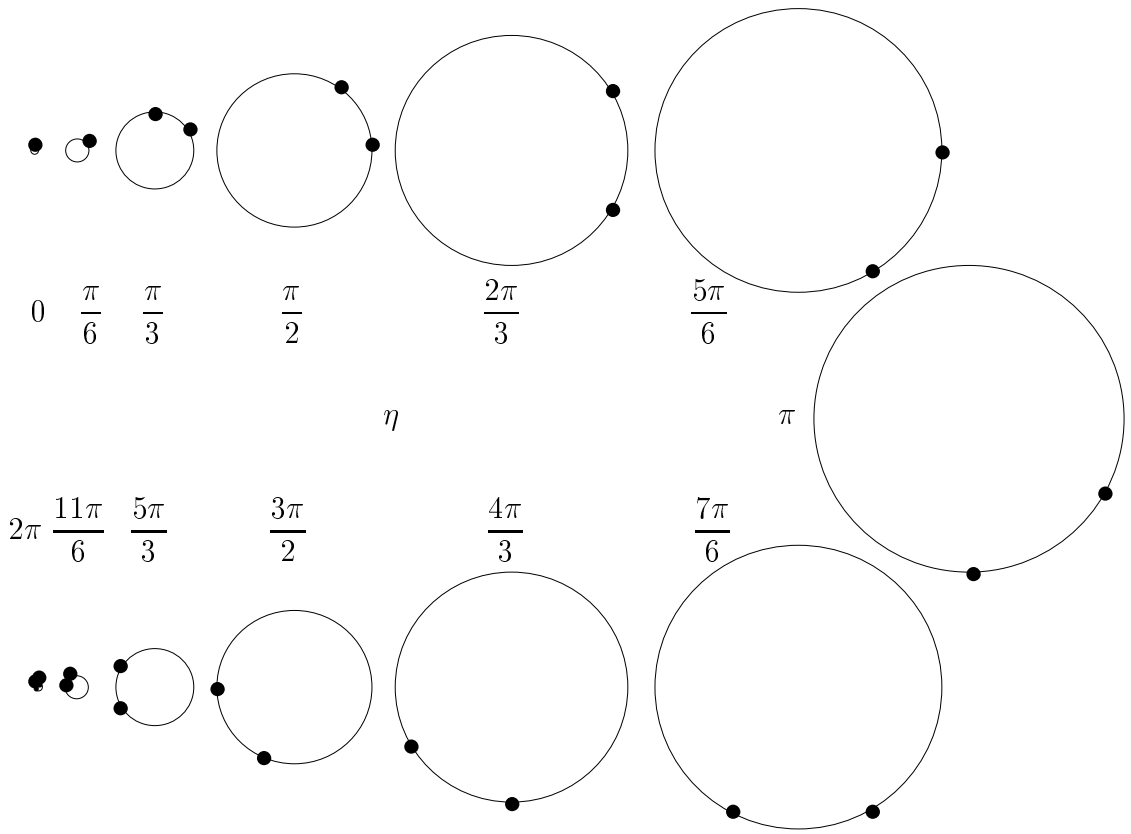



**Рис. 3.** Последовательные положения фотонов, вышедших из точки $\chi_{\rm e} = 0$ в моменты $\eta_{\rm e} = 0$ и $\pi/3$, в замкнутой модели.

модели с пылевидным веществом. Радиус сферы сначала растет, а потом уменьшается. Точка $\chi = 0$ совпадает с верхней точкой сферы. Изображено сечение сферы, содержащее траектории фотонов. Фотоны, вышедшие из начала $\chi = 0$, все время удаляются от исходной точки, но с уменьшением радиуса кривизны само пространство тянет их к началу. Фотон, вышедший в момент $\eta_{\rm e} = 0$, указывает на положение горизонта, так как до наблюдателя в момент $\eta_0$ доходят фотоны, вышедшие из точки с координатой $\eta_0$ в начальный момент.

На рис. 4,*а*, 4,*б* и 4,*в* даны пройденные пути, расстояния до исходной точки и радиусы сфер, до которых дошли фотоны, вышедшие в разные моменты $\eta_{\rm e}$ из начала координат $\chi_{\rm e} = 0$, в зависимости от $\eta$ в замкнутой модели с пылевидным веществом. Для сравнения на рис. 4,*г* приведены те же величины, что и на рис. 4,*в*, но для открытой модели с пылевидным веществом.

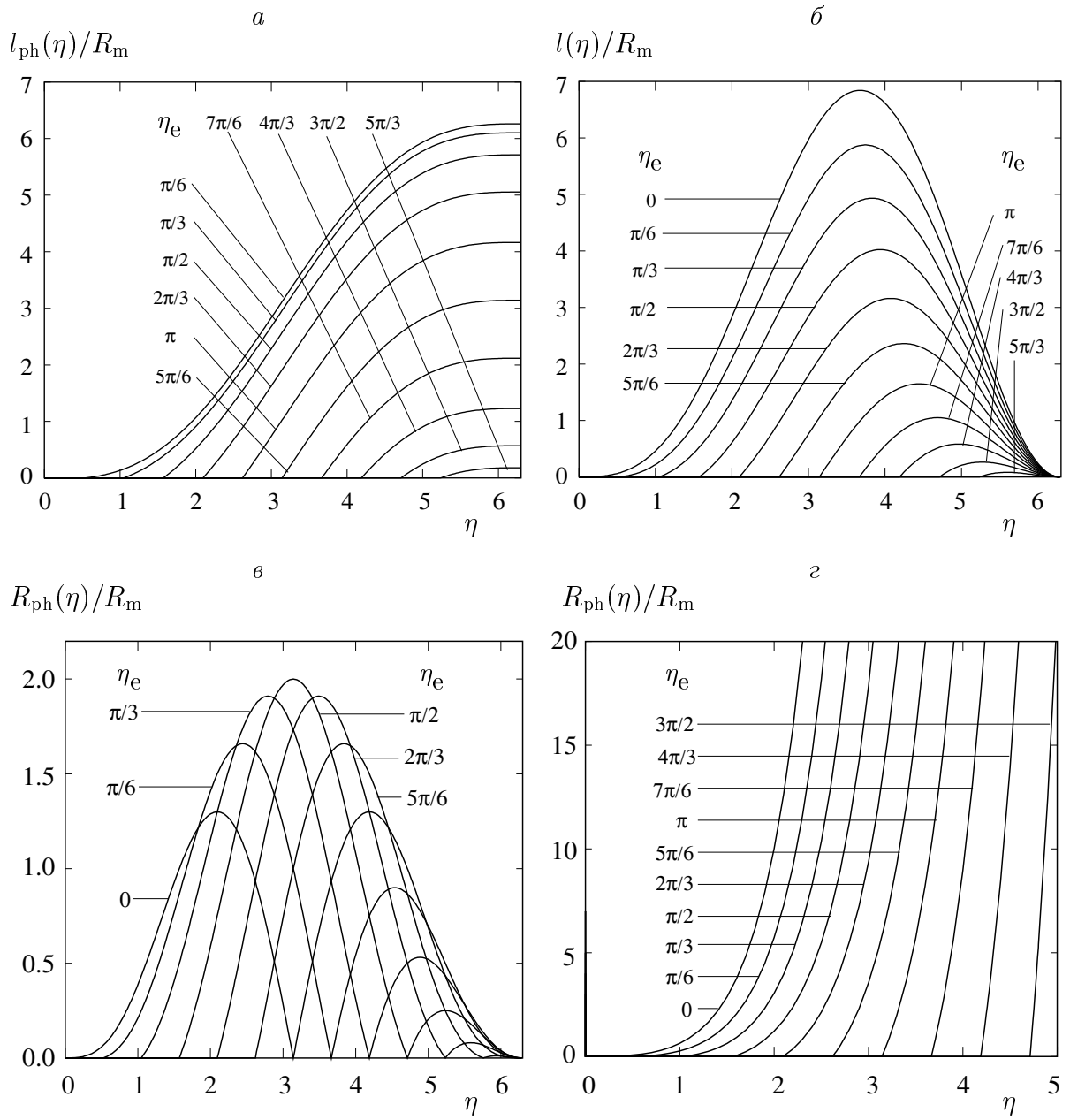



**Рис. 4.** Пути, пройденные фотонами, вышедшими из начала координат в разные моменты времени в замкнутой модели (*а*), и расстояния до этих фотонов от места их старта (*б*).

Радиусы сфер, до которых дошли фотоны, вышедшие из начала координат в разные моменты времени в замкнутой (*в*) и открытой (*г*) моделях.

Характер зависимости радиусов достигнутых фотонами сфер от координаты $\eta$ совершенно различный. В замкнутой модели радиусы ограничены, причем при $\eta_{\rm e} < \pi$ имеют два максимума, а при $\eta_{\rm e} > \pi$ их значения совпадают с ветвью со вторым максимумом. В открытой же модели эти радиусы растут экспоненциально.

2. *Видимая часть Вселенной.* Множество точек, из которых излучение вышло в момент $t(\eta_{\rm e}) = t(\eta_0 - \chi_{\rm e})$ и дошло до наблюдателя в начале координат в момент $t(\eta_0)$, образует во Вселенной в момент $t(\eta_{\rm e})$ сферу радиуса $R(\eta_{\rm e})\,{\rm a}_k(\chi_{\rm e})$. Ее площадь $4\pi R^2(\eta_0 - \chi_{\rm e})\,{\rm a}_k^2(\chi_{\rm e})$. Радиус сферы (а с ним и ее площадь) с удалением от наблюдателя, т. е. с ростом $\chi_{\rm e}$, сначала возрастает от нуля при $\chi_{\rm e} = 0$ (здесь ${\rm a}_k(0) = 0$) до максимума, равного $R(2\eta_0/3)\,{\rm a}_k(\eta_0/3)$, при $\chi_{\rm e} = \eta_0/3$, а затем снова спадает до 0 при $\chi_{\rm e} = \eta_0$ (здесь $R(0) = 0$). Упомянутое выше сечение обращенным в прошлое световым конусом, таким образом, замкнуто между точкой наблюдения и исходной точкой расширения, противоположной наблюдателю. Теоретически наблюдатель может видеть всю историю развития Вселенной (хотя не все составляющее ее пространство).

В частности, горизонт определяется фотонами, испущенными в момент $\eta_{\rm e} = 0$ и имеет координату $\chi_0 = \eta_0$. Расстояние до частицы, которая в момент $t_0 = t(\eta_0)$ находится на горизонте, равно $R(\eta_0)\eta_0$, радиус сферы, на которой располагаются частицы горизонта, $R(\eta_0)\,{\rm a}_k(\eta_0)$, а длина экватора есть $2\pi R(\eta_0)\,{\rm a}_k(\eta_0)$. Площадь такой сферы уже приводилась выше, она равна $4\pi R^2(\eta_0)\,{\rm a}_k^2(\eta_0)$. Наконец, объем доступного наблюдению пространства равен $V_0 = R^3(\eta_0)\pi|2\eta_0 - {\rm a}_k(2\eta_0)|$, а масса заключенного в нем вещества $\rho_0 V_0$, где $\rho_0 = \rho(\eta_0)$.

Приведенные рассуждения справедливы для всех моделей с пылевидным веществом. В замкнутой модели величина $\eta$ изменяется до $2\pi$, а координата $\chi$ только до $\pi$. Поэтому при $\eta_0 > \pi$ координата $\chi_{\rm e}$ будет пробегать значения в обратном порядке, что соответствует возврату лучей после прохождения ими наиболее удаленной точки сферы, ограничивающей вселенную. Соответственно и объем достигает своего предела при $\eta_0 = \pi$, а при дальнейшем увеличении координаты $\eta_0$ объем пространства будет учитываться повторно.

Хотя с точки зрения геометрии расширения можно увидеть все его этапы, на самом деле наблюдения электромагнитного излучения ранних этапов расширения Вселенной невозможны, ибо, как будет показано дальше, в начальный период вплоть до некоторого момента пространство заполнено веществом, которое непрозрачно для излучения и экранирует все возможные источники, действовавшие до этого момента.

Таким образом, в настоящее время мы можем видеть только конечную часть Вселенной, причем это ограничение вызвано не несовершенством наших приборов, а принципиальной невозможностью наблюдать часть Вселенной за горизонтом. Это заключение не зависит от того, конечен или бесконечен объем трехмерного пространства, так что различие между замкнутыми и открытыми моделями в этом смысле сглаживается. Однако, как будет ясно из дальнейшего, посредством других агентов, отличных от прямого излучения, можно заглянуть и в более ранние эпохи.

3. *Красное смещение.* Радиус кривизны, расстояние до горизонта и связанные с ними величины не могут быть непосредственно наблюдаемы. Поэтому особенный интерес представляют величины, доступные наблюдениям.

Одна из таких величин — красное смещение. Фотон, излученный в момент $t_{\rm e} = t(\eta_{\rm e})$ в точке с координатой $\chi_{\rm e}$, согласно (62) дойдет до наблюдателя в точке $\chi = 0$ в момент

$t_0 = t(\eta_0)$, где

$$\eta_0 = \eta_{\rm e} + \chi_{\rm e}. \tag{67}$$

Свяжем с моментом $t_{\rm e}$ произвольный гребень излучаемой электромагнитной волны. Пусть следующий гребень покидает точку излучения в момент $t_{\rm e} + \tau_{\rm e}$ и приходит к наблюдателю в момент $t_0 + \tau_0$, т. е. через периоды колебаний волны, соответствующие точкам излучения и наблюдения. Эти периоды на много порядков меньше характерного времени расширения пространства. Поэтому можно считать, что радиус кривизны за время, равное периоду волны, не меняется, так что $t_0 + \tau_0 = t(\eta_0 + d\eta_0) = t_0 + R(\eta_0)d\eta_0/c$ и $t_{\rm e} + \tau_{\rm e} = t(\eta_{\rm e} + d\eta_{\rm e}) = t_{\rm e} + R(\eta_{\rm e})d\eta_{\rm e}/c$. Так как точки излучения и наблюдения фиксированы, то $\chi_{\rm e} = {\rm const}$ и согласно (67) $d\eta_0 = d\eta_{\rm e}$. Поэтому

$$\frac{\tau_0}{\tau_{\rm e}} = \frac{\nu_{\rm e}}{\nu_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda_{\rm e}} = \frac{R(\eta_0)}{R(\eta_{\rm e})} = 1 + z. \tag{68}$$

Здесь наряду с соотношением для периодов написаны соотношения для частот ($\nu_{\rm e}$ и $\nu_0$) и длин волн ($\lambda_{\rm e}$ и $\lambda_0$) испущенного в точке с координатой $\chi_{\rm e}$ и наблюдаемого в начале координат фотона. Введена также величина $z \geq 0$, называемая красным смещением, так как в настоящее время происходит уменьшение частоты вследствие расширения пространства.

4. *Различные типы расстояния.* Понятие расстояния, очевидное в случае евклидовой геометрии пространства, допускает неоднозначное толкование в искривленном и расширяющемся пространстве. Приведем несколько типов расстояний, связанных с различными процедурами их измерения [5].

1) Самое простое понятие — это расстояние между двумя точками на одном луче зрения с координатами $\chi_1$ и $\chi_2 > \chi_1$ в один и тот же момент времени $t = t(\eta)$. Оно равно

$$l = R(\eta) \int\limits_{\chi_1}^{\chi_2} d\chi = R(\eta)(\chi_2 - \chi_1). \tag{69}$$

Таким образом, все масштабы в трехмерном пространстве в определенный момент времени пропорциональны радиусу кривизны в тот же момент.

Это основное, но не единственное понятие расстояния.

2) Расстояние по видимому размеру. Пусть к наблюдателю (в точку $r = 0$) приходят одновременно (в момент $t_0$) два фотона, испущенных в одно и то же время $t_{\rm e} = t(\eta_{\rm e})$ из бесконечно близких точек с одинаковыми координатами $\chi$. Расстояния до этих точек также будут одинаковыми. Квадрат элемента линейного расстояния между точками согласно формуле (36) при $d\chi = 0$

$$dD^2_{\rm ad} = R^2(\eta_{\rm e})\, {\rm a}_k^2(\chi) d\omega^2. \tag{70}$$

При движении фотонов их координаты $\theta$ и $\varphi$ не меняются, так что не меняется видимое угловое расстояние между точками испускания $d\omega$. Например, это может быть размер некоторого объекта. Расстояние же по этому видимому размеру (угловому диаметру)

$$l_{\rm ad} = R(\eta_{\rm e})\, {\rm a}_k(\chi). \tag{71}$$

3) Расстояние по параллаксу. Пусть теперь начало координат помещено в точку, из которой исходят два фотона, принимаемые на концах другого объекта, также расположенных по отношению к точке испускания с одной координатой $\chi$. Половина угла между

направлениями указанных фотонов называется параллаксом исходной точки. Например, суточный параллакс — это угол, под которым из данной точки виден радиус Земли, а годичный — радиус земной орбиты. Оба радиуса перпендикулярны одной из линий наблюдения.

Фотоны будут зарегистрированы в момент $t_0 = t(\eta_0)$. Рассуждая так же, как и выше, найдем, что

$$l_{\rm pl} = R(\eta_0)\,{\rm a}_k(\chi). \tag{72}$$

4) Расстояние по числу фотонов. Параллаксом определяется телесный угол, под которым фотоны испускаются точечным источником. Поэтому параллактическое расстояние определяет площадь сферы с центром в точке испускания, проходящей через точку наблюдения. Если число фотонов, испускаемых некоторым изотропным источником в единицу времени, равно $N_{\rm ph}$, то количество фотонов, приходящих на единицу поверхности в единицу времени к наблюдателю, будет

$$\tilde{N}_{\rm ph} = \frac{N_{\rm ph}}{4\pi l_{\rm pl}^2[R(\eta_0)/R(\eta_{\rm e})]} = \frac{N_{\rm ph}}{4\pi l_{\rm ph}^2}, \tag{73}$$

так как число фотонов, пересекающих эту сферу в единицу времени, уменьшается в $dt_0/dt_{\rm e}$ раз, что согласно соотношению (39) равно отношению соответствующих радиусов кривизны. Таким образом, расстояние по числу фотонов

$$l_{\rm ph} = l_{\rm pl}\sqrt{\frac{R(\eta_0)}{R(\eta_{\rm e})}}. \tag{74}$$

5) Расстояние по болометрической яркости. При распространении в расширяющемся пространстве все фотоны изменяют свои частоты: частоты их становятся в $R(\eta_0)/R(\eta_{\rm e})$ раз меньшими, чем исходные. Поэтому регистрируемая в точке наблюдения яркость объекта, т. е. часть его полной (болометрической) энергии, дошедшая до наблюдателя, окажется уменьшенной в $(dt_0/dt_{\rm e})^2$ раз, так что соответствующее расстояние

$$l_{\rm bb} = l_{\rm ph}\sqrt{\frac{R(\eta_0)}{R(\eta_{\rm e})}} = l_{\rm pl}\frac{R(\eta_0)}{R(\eta_{\rm e})} = l_{\rm ad}\left(\frac{R(\eta_0)}{R(\eta_{\rm e})}\right)^2. \tag{75}$$

В этой цепочке равенств каждое следующее расстояние меньше предыдущего.

6) Расстояние по мгновенному объему. Его можно определить равенством

$$\frac{4\pi}{3}l_{\rm iv}^3 = 4\pi R^3(\eta_0)\int_0^\eta {\rm a}_k^2(\eta)d\eta = \pi R^3(\eta_0)\begin{cases} 2\eta - \sin(2\eta)\,\text{при}k=1, \\ 4\eta^3/3\ \text{при}\,k=0, \\ {\rm sh}(2\eta)-2\eta\,\text{при}\ k=-1. \end{cases} \tag{76}$$

Каждое из введенных здесь расстояний изменяется в соответствии с величиной, по которой оно определяется. Поскольку эти величины изменяются по-разному, соответствующие расстояния также различаются. Не все расстояния используются одинаково часто. Наиболее употребительны помещенные здесь под номерами 2), 3) и 5) наряду с основным 1), определенным равенством (69).

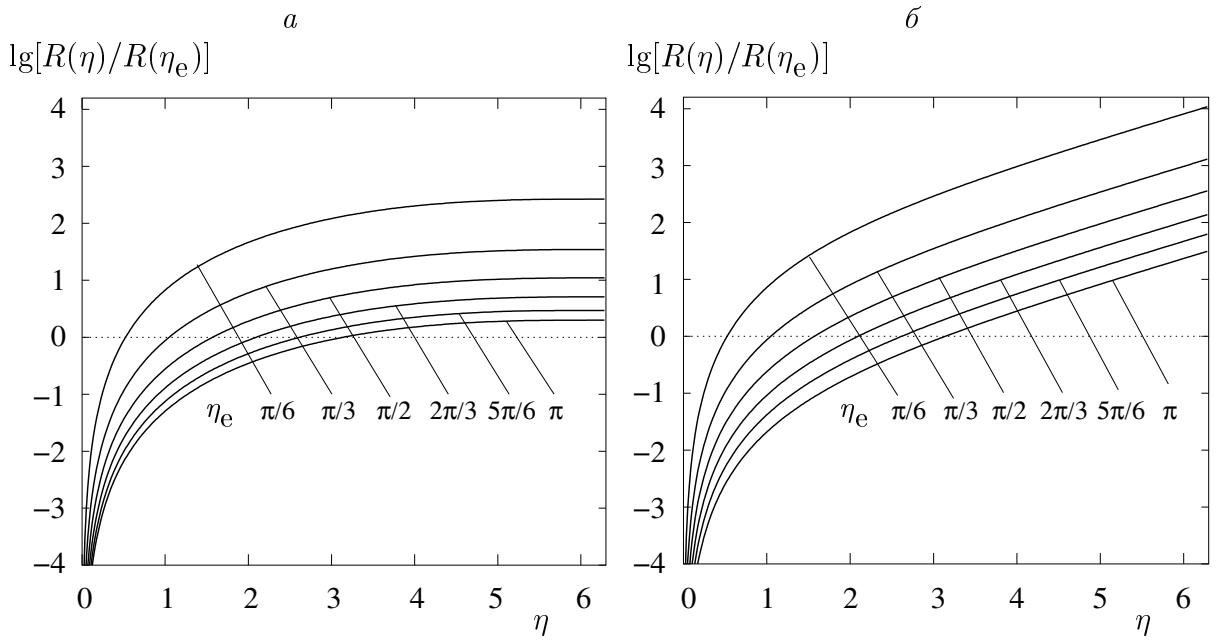



**Рис. 5.** Отношения $R(\eta)/R(\eta_{\rm e})$ для замкнутой (*а*) и открытой (*б*) моделей без давления.

На рис. 5 для случаев замкнутой ($k=1$, рис. 5,*а*) и открытой ($k=-1$, рис. 5,*б*) моделей с пылевидным веществом приведены отношения расстояний $R(\eta)/R(\eta_{\rm e})$ при различных $\eta_{\rm e}$ для $0\le\eta\le 2\pi$. На степени этих отношений при $\eta=\eta_0\ge\eta_{\rm e}$ отличаются расстояния 2)–5) согласно равенствам (75).

5. *Скорости изменения расстояний.* Скорость изменения расстояния (69) между двумя точками с закрепленными координатами, т. е. жестко связанными с веществом, выражается через постоянную Хаббла:

$$\frac{dl}{dt}=\dot R\,(\chi_2-\chi_1)=\frac{\dot R}{R}l=Hl. \tag{77}$$

Для получения этого равенства требуется только выполнение космологического принципа и дифференцируемость функции $R$.

Далее, для каждого из остальных расстояний, введенных в предыдущем пункте, можно также определить скорость удаления. Скорости находятся по формуле

$$v=\frac{dl}{dt_0}=\frac{\partial l}{\partial t_0}+\frac{\partial l}{\partial t}\frac{dt}{dt_0}=\frac{\partial l}{\partial t_0}+\frac{\partial l}{\partial t}\frac{R}{R_0}. \tag{78}$$

Результаты вычисления скоростей приводим в табл. 5 [5].

Т а б л и ц а 5. Скорости удаления

| Видим. размер | Паралл-лакс | Число фотонов | Болометр. яркость | Мгнов. объем |
|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{\dot R_{\rm e}}{R_0}l_{\rm ad}$ | $H_0 l_{\rm pl}$ | $\dfrac{3\dot R_0-\dot R_{\rm e}}{2R_0}l_{\rm ph}$ | $\dfrac{2\dot R_0-\dot R_{\rm e}}{R_0}l_{\rm bb}$ | $H_0 l_{\rm iv}$ |

Аналогично можно найти и ускорения удаления, но формулы получаются не наглядными и мы их не приводим.

## § 4. Соотношения Хаббла

1. *Открытие Хаббла.* Как уже говорилось выше, в 1929 году Э. Хаббл опубликовал свое открытие, заключавшееся в том, что красное смещение линий в спектрах внегалактических туманностей, на самом деле являющихся галактиками, пропорционально расстоянию до них, т. е.

$$z = \frac{H_0}{c} l. \tag{79}$$

Он использовал измерения $z$, произведенные по спектрам галактик, которые были получены Весто Мелвином Слайфером и Милтоном Хьюмасоном на 2.5-метровом телескопе обсерватории Маунт Вилсон. Наибольшее значение красного смещения в его данных было $z = 0.004$. Расстояния до галактик Хаббл определил в несколько этапов. До ближайших галактик расстояния Хабблу удалось найти, обнаружив в них несколько цефеид. В этих же ближайших галактиках были определены светимости других, более ярких объектов — шаровых скоплений, которые видны также в галактиках близкого к нам скопления Девы. Относительные расстояния до далеких (по понятиям тех времен) скоплений Хаббл определял, считая, что пятые по яркости галактики в скоплении имеют одинаковую светимость. Тем самым удалось построить шкалу расстояний. В результате было найдено, что $H_0 \approx 500$ *км/(с Мпк)*, где 1 *Мпк* (мегапарсек) $= 3.086 \cdot 10^{24}$ *см*.

Техника измерений красных смещений, т. е. положений смещенных линий в спектрах далеких галактик, отработана хорошо, проблема только в получении спектров слабых объектов и убедительном отождествлении линий. За последнее время технологический прогресс позволил измерять красные смещения до $z = 2 \div 3$ и даже до $z = 5$. В ближайшие годы наблюдатели обещают дойти до $z = 10$. Правда, пока наибольшие $z$ определяются не по спектральным линиям, а по фотометрическим наблюдениям галактик в нескольких фильтрах.

Для определения значения $H_0$ необходимо знать расстояния до галактик. Их получение — очень серьезная проблема. Существует процедура установления масштаба расстояний в части Вселенной, доступной наблюдениям и называемой Метагалактикой. Опишем ее кратко.

2. *Определение расстояний в Метагалактике.* Измерения тригонометрических параллаксов возможно только по отношению к ближайшим звездам. Поэтому для определения расстояний до звезд используется соотношение между периодом и средней светимостью пульсирующих звезд — цефеид. Однако самые близкие цефеиды находятся довольно далеко, и их параллаксы были недоступны измерениям до последнего времени.

Ключевую роль в определении промежуточных расстояний играют рассеянные звездные скопления, в первую очередь Гиады. Можно принять, что все звезды этого скопления имеют одинаковую пространственную скорость. На небесной сфере они движутся в одном направлении к фиктивной точке — радианту ("падающие звезды" метеорных потоков, напротив, все исходят из радианта). Обозначим угол между направлениями на радиант и некоторую звезду через $\alpha$. Этот угол легко измерить. Можно измерить также лучевую скорость звезды $v_\mathrm{r}$. Тогда ее полная скорость $v = v_\mathrm{r}/\cos\alpha$, а тангенциальная $v_\mathrm{t} = v_\mathrm{r} \operatorname{tg}\alpha$. Скопление Гиады находится достаточно близко, так что собственные движения его звезд,

т. е. угловое перемещение их в единицу времени, поддаются измерению. Пусть у выбранной звезды оно равно $v_{\text{т}}/l_*$. Отсюда находим расстояние $l_*$ до этой звезды. Оказалось, что расстояния до звезд Гиад $l_*$ лежат в пределах от 27 до 47 *пк*.

Следующий шаг в этом направлении — определение групповых параллаксов входящих в скопления звезд одинакового цвета, т. е. располагающихся в одном месте на диаграмме Герцшпрунга—Рессела "спектр—светимость" и, следовательно, имеющих примерно одинаковый возраст и светимость.

В ряде рассеянных скоплений имеются цефеиды. По ним устанавливается нуль-пункт соотношения период—светимость для цефеид. Проблема эта сложная, нуль-пункт несколько раз пересматривался. По цефеидам находят, как уже говорилось, расстояния до шаровых звездных скоплений и ближайших галактик.

Потом получают связь найденных по цефеидам расстояний с определяемыми по самым ярким звездам и шаровым скоплениям в галактиках, а затем и самым ярким галактикам в скоплениях галактик. Самыми яркими звездами могут считаться сверхновые или сверхгиганты. Самые яркие галактики — гигантские эллиптические галактики. Предполагается, что светимости этих "самых ярких" близки и они могут быть приняты в качестве эталонов (стандартных свечей).

Во всей этой процедуре имеются неопределенности и допущения. Один из источников неопределенностей — отсутствие теории эволюции наблюдаемых объектов, ведь наблюдая далекие объекты, мы смотрим в прошлое. Приходится делать какие-то предположения.

История определения расстояний пережила несколько раз изменения их масштаба. После введения в строй 5-метрового телескопа обсерватории Маунт Паломар оказалось, что цефеиды, использовавшиеся Хабблом, в 4 раза ярче, чем считалось. Еще одна ошибка заключалась в смешении звезд и шаровых скоплений с яркими областями ионизованного водорода. В результате исправления ошибок значение $H_0$ снизилось до 75 *км/(с Мпк)*. Дальнейшая работа привела к значению $H_0 = 55$ *км/(с Мпк)*.

Не все были согласны с этим значением. Многочисленные определения расстояний в 70-х годах привели к заключению, что наиболее вероятное значение постоянной Хаббла лежит в пределах $H_0 = (50 \div 75)$ *км/(с Мпк)*. Соответствующее значение критической плотности $\rho_{\text{c}}^0 = 5 \cdot 10^{-30} \div 10^{-29}$ *г/см*$^3$.

Прямые измерения параллаксов цефеид стали доступны только в самое последнее время после запуска спутника Гиппаркос (HIPPARCOS), названного в честь древнегреческого астронома Гиппарха (в латинской транскрипции Hipparchus), составившего первый каталог положений звезд на небесной сфере. Одновременно название спутника является сокращением выражения, определяющего его основную функцию: HIgh Precision PARallaxes COllection Satellite. Данные HIPPARCOS увеличили все расстояния на 10 %. Сейчас склоняются к значению $H_0 = 65$ *км/(с Мпк)* $= 2.2 \cdot 10^{-18}$ $1/c$ или, более осторожно, к $60 \pm 10$ *км/(с Мпк)*. Этому значению $H_0$ отвечают значения критической плотности вещества $\rho_{\text{c}}^0 = 8 \cdot 10^{-30}$ *г/см*$^3$ и концентрации "критических" нуклонов $8 \cdot 10^{-30}/(1.67 \cdot 10^{-24}) = 4.8 \cdot 10^{-6}$ $1/$*см*$^3$.

3. *Интерпретация закона Хаббла.* Хаббл открыл пропорциональность красного смещения и расстояния. Космологи сразу же интерпретировали ее как пропорциональность скорости разбегания галактик тому же расстоянию. Это следовало из толкования красного смещения как следствия эффекта Доплера. Действительно, в линейном по скорости

(классическом) приближении с учетом определения (68)

$$\frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{v}{c} = z, \tag{80}$$

откуда и из установленного Хабблом соотношения (79) следует

$$v = Hl. \tag{81}$$

Для современной эпохи у постоянной $H$ надо поставить индекс 0. Принятые во внимание Хабблом галактики имели скорости, не превосходящие 1200 *км/с*.

Равенство (81) совпадает с выведенным выше (77). Здесь под скоростью $v = dl/dt$ надо понимать скорость изменения в единый мировой момент расстояния между точками, жестко связанными с расширяющимся пространством. Таковыми точками считаются галактики в среднем, т. е. после исключения их собственных движений и собственного движения нашей Галактики в Местной группе галактик. Надо исключить также все локальные движения Земли: вращение вокруг своей оси и по орбите вокруг Солнца, а также движение самого Солнца вместе с Солнечной системой вокруг центра Галактики, что всегда делается всеми исследователями, начиная с Хаббла. Соотношение (81) также называют законом Хаббла.

Понять соотношение (81) довольно просто исходя из той же двумерной модели трехмерного пространства, о которой говорилось в предыдущем параграфе. Например, если на сфере проведена некоторая окружность и радиус сферы увеличивается, то каждая точка на окружности удаляется от любой другой точки на той же окружности со скоростью, пропорциональной длине дуги между ними, а от центра окружности со скоростью, пропорциональной расстоянию по большому кругу до этого центра. Обе скорости (и расстояния) пропорциональны увеличивающемуся радиусу сферы. Ясно, что если радиусы сферы и окружности велики, то могут быть велики и указанные скорости. Ясно также, что если расширяющаяся окружность находится далеко от своего центра на сфере (дальше горизонта), то ее удаление от этого центра очень быстрое и испущенный с нее фотон не может дойти до наблюдателя, находящегося в центре. При этом очевидно, что картина расширения не зависит от выбора центра окружности на сфере. Такая же интерпретация проходит и в случае плоской модели: вместо сферы надо взять плоскость. Для открытой модели надо брать окружность, центр которой лежит на оси гиперболоида, так как в других случаях геометрия Лобачевского не столь наглядна.

Заметим, что сами галактики и скопления галактик (по внутренней структуре) не участвуют в глобальном расширении, так как они связаны локальной силой тяжести. Тем более не расширяются структуры меньшего масштаба, не говоря уже об атомах и молекулах, связываемых электромагнитными силами.

Заметим также, что произведение $Ht = \sin\eta(\eta - \sin\eta)/(1 - \cos\eta)^2$ при $0 \leq \eta \leq \pi$ при замкнутой модели строго убывает от 2/3 при $\eta = 0$ до 0 при $\eta = \pi$, затем постоянная Хаббла изменяет знак, так как расширение сменяется сжатием. Однако сейчас Вселенная еще расширяется, так что $\eta < \pi$ и указанное произведение не мало. При открытой модели $Ht = \operatorname{sh}\eta(\operatorname{sh}\eta - \eta)/(\operatorname{ch}\eta - 1)^2$ и при изменении $\eta$ от 0 до $\infty$ это произведение строго возрастает от 2/3 до 1. Для модели Эйнштейна—де Ситтера это произведение тождественно равно 2/3. Поэтому значение $H$ характеризует возраст Вселенной. Современный ее возраст

порядка $1/H_0 \approx 3 \cdot 10^{17}$ $c = 10^{10}$ *лет* $= 10$ *Г лет* (гигалет). Такая величина согласуется с определениями возраста земной коры, Солнца, звезд, галактик и других объектов. Промежутки времени порядка миллиардов лет называются космологическими. (Геологические периоды — десятки миллионов лет.) Для каждой из моделей можно вычислить возраст Вселенной по формулам, которые будут получены в следующем параграфе.

Как уже говорилось, скорость, вычисленная как произведение $Hl$ согласно формулам (77) и (81), может превосходить скорость света. Расстояние, на котором она равна скорости света, называется хаббловским расстоянием

$$l_{\text{Н}} = \frac{c}{H}. \tag{82}$$

Через это расстояние закон Хаббла записывается в виде

$$v = c\frac{l}{l_{\text{Н}}}. \tag{83}$$

Для настоящего времени при $H_0 = 65$ *км/(с Мпк)* хаббловское расстояние $l^0_{\text{Н}} = 1.5 \cdot 10^{28}$ *см* $= 5$ *Гпк* $= 15$ *Г св лет.*

Объяснения сверхсветовых скоростей даются различные. Одно из них — это скорость расширения пространства, а не скорость движения тел в пространстве. Поэтому нет ничего страшного в сверхсветовой скорости этого расширения.

4. *Интерпретация соотношения* (79). В отличие от своего следствия (81) равенство (79) не является точным. Действительно, будем исходить из той же формулы (81), связывающей скорость расширения с расстоянием до сопутствующего тела. Для упрощения выкладки будем считать, что в момент наблюдения $t_0 = t(\eta_0)$ используются обозначения с ноликом для всех величин кроме красного смещения, для момента выхода фотона $t_{\text{e}} = t(\eta_{\text{e}})$ из источника используем индекс e. Без индекса обозначаются переменные, по которым ведется дифференцирование и интегрирование. Соответственно имеем ряд переменных со следующими связями:

$$\chi = \eta_0 - \eta,\ \chi_{\text{e}} = \eta_0 - \eta_{\text{e}},\ d\chi = -d\eta,\ d\eta = c\frac{dt}{R(\eta)} = c\frac{dR}{R}\frac{dt}{dR}. \tag{84}$$

Как отмечалось выше, интеграл, который входит в формулу (69), определяющую расстояние $l$, не зависит от времени. Его можно преобразовать следующим образом:

$$\int\limits_0^{\chi_{\text{e}}} d\chi = \int\limits_{\eta_{\text{e}}}^{\eta_0} d\eta = c\int\limits_{t_{\text{e}}}^{t_0} \frac{dt}{R(\eta(t))} = c\int\limits_{R_{\text{e}}}^{R_0} \frac{dR}{R\dot{R}} = c\int\limits_{R_{\text{e}}}^{R_0} \frac{dR}{HR^2} = \frac{c}{R_0}\int\limits_{R_0}^{R_{\text{e}}} \frac{d(R_0/R)}{H} = \frac{c}{R_0}\int\limits_0^z \frac{dz'}{H(t(z'))}. \tag{85}$$

Здесь $\eta(t)$ — функция, обратная по отношению к $t(\eta)$. Использовано также соотношение (68) между радиусами кривизны и красным смещением. В результате получаем связь скорости с красным смещением

$$v = \dot{R}_0\int\limits_0^{\chi_0} d\chi = cH_0\int\limits_0^z \frac{dz'}{H(t(z'))}. \tag{86}$$

Подставив эту связь в формулу (81), найдем соотношение между расстоянием и $z$ [6]:

$$l = c \int_0^z \frac{dz'}{H(t(z'))}. \tag{87}$$

Вычисление интеграла надо производить после принятия конкретной модели.

Во многих руководствах по космологии, не говоря уже о популярных изданиях, равенство (79) связывают с продольным эффектом Доплера. Как показывает приведенная выкладка, дело обстоит сложнее. Эффект Доплера описывает изменение частоты при движении в пространстве—времени Минковского с евклидовым трехмерным пространством. Космологические же модели соответствуют расширяющемуся пространству. Однако если $z$ не очень велико и зависимостью $H$ от $z$ можно пренебречь, то соотношение (86) переходит в равенство (80), а формула (87) совпадает с исходным законом (79), так что в приближении малых (по космологическим масштабам) расстояний закон (79) выполняется.

## § 5. Проблема выбора модели

1. *Проблема массы во Вселенной.* Если постоянная Хаббла теперь известна с точностью примерно до десяти процентов, то значение второй критической величины — параметра замедления — гораздо более неопределенно. Следовательно, неясно, какая модель более адекватна Вселенной: замкнутая, открытая или плоская. Такое положение связано прежде всего с тем, что очень трудно определить современную среднюю плотность материи.

Если принимать во внимание только видимые части галактик, т. е. светящееся вещество, то получается $\Omega^0_{\rm vis} = 0.012$. Добавление скрытого вещества, обеспечивающего правильную кривую вращения галактик, увеличивает эту величину до $\Omega^0_{\rm gal} = 0.04 \div 0.05$. Если допустить, что скопления галактик являются гравитационно связанными и для них выполняется теорема вириала, то получится $\Omega^0_{\rm cls} = 0.25$. Очевидно, до замкнутой модели все это не дотягивает. В настоящее время принято, что барионная составляющая Вселенной, т. е. фактически нуклоны, вносит в плотность массы $\rho^0_{\rm b} = 2 \cdot 10^{-31}$ *г/см*$^3$, что соответствует плотности числа нуклонов $\rho^0_{\rm b}/m_{\rm n} = 1.2 \cdot 10^{-7}$ $1/$*см*$^3$ и $\Omega_{\rm b} = 0.025$. (Напомним, что барионами называются адроны с полуцелым спином: нуклоны, гипероны и некоторые резонансы. Адроны — общее название семейства частиц, участвующих в сильном взаимодействии. Наряду с барионами это семейство содержит пи-мезоны.)

В связи с вопросами об устойчивости галактик и скоплений галактик, а также замкнутости или открытости Вселенной возникает проблема скрытой массы, т. е. наличия во Вселенной темного вещества, которое мы не видим. Обсуждались многие возможности: ненулевая масса нейтрино (но она, даже если не равна 0, столь мала, что почти не влияет на среднюю плотность), особые элементарные частицы (аксионы, нейтралино, фотино и др., пока не наблюдавшиеся ни в лаборатории, ни в космосе), многочисленные слабые и недоступные наблюдениям нейтронные звезды и потухшие звезды (коричневые карлики), тела типа планет или первичные черные дыры малых масс. Проблема остается нерешенной, ей посвящается много работ физиков и астрофизиков.

Два способа определения параметра $q_0$ из наблюдений называются классическими тестами. Один из них заключается в сопоставлении видимой полной светимости одинаковых

источников и их красного смещения $z$, при применении другого с $z$ сопоставляется угловой диаметр объектов. Скажем об этом подробнее. Однако сначала получим некоторые формулы, выражающие различные величины через красное смещение и постоянные $H_0$ и $\Omega_0$ для моделей с пылевидным веществом.

2. *Формулы с $z$.* Начнем с выражения для современного значения радиуса кривизны. Согласно определениям (53), (68) и (54) из закона сохранения энергии (21), записанного для настоящего момента, находим

$$\dot{R}_0^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho_0 R_0^2 = H_0^2 R_0^2 \left(1 - \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_0\right) = H_0^2 R_0^2 (1-\Omega_0) = -kc^2. \tag{88}$$

Отсюда следует, что

$$R_0 = \frac{c}{H_0}\frac{1}{\sqrt{|1-\Omega_0|}}. \tag{89}$$

В случае плоской модели $\Omega = 1$ и радиус кривизны бесконечен, а $R_0$ — это просто масштабный фактор.

Теперь выразим через те же величины постоянную Хаббла в произвольный момент времени $t$. Для этого, записав закон сохранения энергии для двух моментов $t$ и $t_0$, поделим одно равенство на другое. Получится

$$\frac{\dot{R}^2 - 8\pi G\rho R^2/3}{\dot{R}_0^2 - 8\pi G\rho_0 R_0^2/3} = \frac{R^2}{R_0^2}\frac{H^2/H_0^2 - 8\pi G\rho/3H_0^2}{1 - 8\pi G\rho_0/3H_0^2} = \frac{1}{(1+z)^2}\frac{H^2/H_0^2 - \Omega_0(1+z)^3}{1-\Omega_0} = 1. \tag{90}$$

Здесь использовано также очевидное следствие определения $z$: $\rho = \rho_0(1+z)^3$. Разрешив последнее равенство в цепочке (90) относительно $H$, получим

$$H = H_0(1+z)\sqrt{1+z\Omega_0}. \tag{91}$$

Далее, из уравнения для плотности вещества (19) вытекает

$$\dot{\rho} = \rho_0 \frac{d}{dt}(1+z)^3 = -3H\rho_0(1+z)^3. \tag{92}$$

С учетом формулы (91) отсюда следует соотношение между дифференциалами времени и $z$:

$$H\,dt = -\frac{dz}{1+z} \text{ или } H_0\,dt = -\frac{dz}{(1+z)^2\sqrt{1+z\Omega_0}}. \tag{93}$$

Это дифференциальное уравнение может быть проинтегрировано в элементарных функциях для каждой из космологических моделей. Для моделей без давления получаем

$$H_0 t = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+z\Omega_0}}{(1-\Omega_0)(z+1)} - \dfrac{\Omega_0}{(1-\Omega_0)^{3/2}}\operatorname{arth}\dfrac{\sqrt{1-\Omega_0}}{\sqrt{1+z\Omega_0}}, \Omega_0 < 1, \\ \dfrac{2}{3}\dfrac{1}{(z+1)^{3/2}},\ \Omega_0 = 1, \\ \dfrac{\Omega_0}{(\Omega_0-1)^{3/2}}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\Omega_0-1}}{\sqrt{1+z\Omega_0}} - \dfrac{\sqrt{1+z\Omega_0}}{(\Omega_0-1)(z+1)},\ \Omega_0 > 1, \end{cases} \tag{94}$$

где $\operatorname{arth} x = (1/2)\ln((1+x)/(1-x))$. В частности, возраст Вселенной на современную эпоху

$$H_0 t_0 = \begin{cases} \dfrac{1}{1-\Omega_0} - \dfrac{\Omega_0}{2(1-\Omega_0)^{3/2}} \ln \dfrac{1+\sqrt{1-\Omega_0}}{1-\sqrt{1-\Omega_0}} & \text{при} \quad \Omega_0 < 1, \\ \dfrac{2}{3} & \text{при} \quad \Omega_0 = 1, \\ \dfrac{\Omega_0}{(\Omega_0-1)^{3/2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\Omega_0 - 1} - \dfrac{1}{\Omega_0 - 1} & \text{при} \quad \Omega_0 > 1. \end{cases} \tag{95}$$

Представляет интерес найти зависимость скорости расширения от $z$ согласно формуле (86). Для моделей без давления

$$v = \begin{cases} \dfrac{2c}{\sqrt{1-\Omega_0}} \operatorname{arsh} \dfrac{z\sqrt{1-\Omega_0}}{\sqrt{1+z}(\sqrt{1+\Omega_0 z}+1)} & \text{при} \quad \Omega_0 < 1, \\ \dfrac{2cz}{\sqrt{1+z}(\sqrt{1+z}+1)} & \text{при} \quad \Omega_0 = 1, \\ \dfrac{2c}{\sqrt{\Omega_0-1}} \arcsin \dfrac{z\sqrt{\Omega_0-1}}{\sqrt{1+z}(\sqrt{1+\Omega_0 z}+1)} & \text{при} \quad \Omega_0 > 1. \end{cases} \tag{96}$$

Напомним, что $\operatorname{arsh} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$. Используя обозначение (35), формулы (96) можно записать короче:

$$\mathrm{a}_k \left( \frac{v}{c} \frac{\sqrt{|1-\Omega_0|}}{2} \right) = \frac{z\sqrt{|1-\Omega_0|}}{\sqrt{1+z}(\sqrt{1+\Omega_0 z}+1)}. \tag{97}$$

По приведенным формулам можно оценить красное смещение $z_{\mathrm{H}}$, соответствующее хаббловскому расстоянию $l_{\mathrm{H}}$, на котором $v = c$. В плоской модели $z_{\mathrm{H}} = 3$. Галактики с таким и бóльшими красными смещениями наблюдаются, но никаких противоречий в этом факте нет. Когда фотоны, дошедшие до нас сейчас, были излучены, эти галактики находились гораздо ближе.

Найдем, наконец, связь координаты $\chi$ с $z$. Из уравнения распространения фотона $ds^2 = c^2 dt^2 - R^2 d\chi^2 = 0$ находим

$$d\chi = -c\frac{dt}{R} = c\frac{1+z}{R_0}\frac{1}{H_0}\frac{dz}{(1+z)^2\sqrt{1+z\Omega_0}} = \frac{\sqrt{|1-\Omega_0|}}{(1+z)\sqrt{1+z\Omega_0}}dz. \tag{98}$$

Перед дифференциалом времени взят знак минус, так как бóльшим значениям $z$ и $\chi$ отвечают меньшие времена. Интеграл от правой части соотношения (98) тот же, что и в равенстве (86), но функция слева в формуле (97) равна $\mathrm{a}_k(\chi/2)$. Если перейти к функции $\mathrm{a}_k(\chi)$, то можно написать единую формулу Маттига, которую обычно выражают через параметр замедления $q_0$:

$$\mathrm{a}_k(\chi) = \frac{2z}{1+z}\sqrt{|1-\Omega_0|}\frac{1+z+\sqrt{1+\Omega_0 z}}{(\sqrt{1+\Omega_0 z}+1)^2} = \frac{\sqrt{|1-2q_0|}}{q_0^2}\,\frac{1+q_0(z-1)+(q_0-1)\sqrt{1+2q_0 z}}{1+z}. \tag{99}$$

Некоторые из полученных выражений потребуются нам далее.

3. *Космологические тесты.* Эти тесты должны ответить на вопросы, замкнута или нет наша Вселенная, чему равны константы, характеризующие ее модели.

Первоначально применялись два классических космологических теста.

1) Тест видимая яркость — красное смещение. Пусть галактика имеет координату $\chi$ по отношению к нам и светимость (т. е. полную мощность излучения) $L$. Мы ее наблюдаем в момент $t_0 = t(\eta_0)$. Тогда площадь сферы, на которую растекается излучение этой галактики, равна $4\pi R_0^2\, \mathrm{a}_k^2(\chi)$. Энергия излучения, испускаемого источником, в данном случае галактикой, как указывалось выше, ослабляется за счет уменьшения энергий (частот) всех фотонов в результате красного смещения в $1+z$ раз и на тот же множитель за счет того, что отдельные фотоны реже приходят к наблюдателю.

Таким образом, видимая полная светимость галактики с единицы площади неба

$$\tilde{L} = \frac{L}{4\pi R_0^2\, \mathrm{a}_k^2(\chi)(1+z)^2}. \tag{100}$$

Эта величина и есть видимая болометрическая яркость, о которой говорилось выше. Соответствующее ей расстояние согласно равенствам (99) и (89)

$$l_{\mathrm{bb}} = R_0\, \mathrm{a}_k(\chi)(1+z) = \frac{c}{H_0 q_0^2}\left[q_0 z + (q_0-1)\left(\sqrt{1+2q_0 z}-1\right)\right]. \tag{101}$$

Наблюдая далекие галактики и измеряя их видимые звездные величины, а затем переводя их в светимости (хотя бы относительные), а также определяя их красные смещения, можно было бы по тому, при каком значении $q_0$ наилучшим образом выполняется соотношение (100), судить о величине этого параметра. Однако для этого опять надо знать настоящую светимость галактики, т. е. выбрать стандартную свечу. На этом пути оказываются значительные трудности. Одна из них уже упоминалась, это — отсутствие теории, описывающей эволюцию галактик и, в частности, их светимости. Другая трудность заключается в том, что при выборе стандартной свечи в удаленном скоплении галактик легко ошибиться, приняв за нее более яркую галактику, принадлежащую, возможно, не к тому скоплению.

Согласно двум исследованиям этого теста либо $q_0 = 1 \pm 1$, либо $q_0 = 0.33 \pm 0.68$. Улучшить результаты удалось в последние годы, но не по галактикам, о чем скажем ниже.

2) Тест видимый размер — красное смещение. Другим способом уточнения величины $q_0$ может служить второй классический тест, заключающийся в измерении угловых диаметров источников в зависимости от их красных смещений.

Если источники имеют одинаковый размер $D$, то их видимый угловой диаметр

$$\vartheta = \frac{D}{l_{\mathrm{ad}}}, \tag{102}$$

где расстояние $l_{\mathrm{ad}}$ дается формулой (71). Из соотношения (75) между двумя расстояниями находим

$$l_{\mathrm{ad}} = R(\eta_{\mathrm{e}})\, \mathrm{a}_k(\chi) = \frac{R_0}{1+z}\, \mathrm{a}_k(\chi) = \frac{1}{(1+z)^2}\frac{c}{H_0 q_0^2}\left[q_0 z + (q_0-1)\left(\sqrt{1+2q_0 z}-1\right)\right]. \tag{103}$$

В качестве источников одного размера брали ядра богатых скоплений галактик. Этот тест мог бы предоставить независимую возможность определить параметр $q_0$. Однако и здесь возникают трудности, аналогичные уже упомянутым, и улучшить результат не удается.

4. *Современная диаграмма Хаббла.* В последнее время в связи с технологическим прогрессом появилась возможность наблюдать более слабые, а следовательно, более далекие объекты. В частности, определены видимые яркости сверхновых звезд в удаленных галактиках. Известно, что у некоторых сверхновых (типа Ia) кривые блеска и, что более важно, светимости в максимуме блеска очень близки. Кроме того, считается, что процесс взрыва сверхновой не зависит от возраста галактики, а определяется только строением звезды. Поэтому такие сверхновые можно рассматривать как стандартные свечи. По ним величина $\Omega_{\rm M}$ оказывается близкой к 0.2, так что по этим данным наш мир, скорее всего, является открытым.

Однако на самых больших расстояниях, в настоящее время доступных наблюдениям на 2-метровом зеркальном космическом телескопе им. Хаббла (около сотни сверхновых в галактиках с красными смещениями $z \sim 1$), наблюдается отклонение от моделей при $\Lambda = 0$. Наблюдения как будто указывают на то, что эта постоянная отлична от 0.

Современная диаграмма Хаббла представлена на рис. 6,*а*, построенном по данным работы [7]. По осям отложены $\lg z$ и величина $D_{\rm bb} = 44.832 + 5\lg(2H_0q_0^2l_{\rm bb}/c)$, где $l_{\rm bb}$ — расстояние по болометрической светимости. Величина $D_{\rm bb}$ равна разности наблюдаемой и абсолютной болометрических звездных величин, применяемых в астрономии.

Три кривые построены для моделей пылевидного вещества с различными значениями $\Omega^0_{\rm M}$ и $\Omega^0_\Lambda = c^2\Lambda/3H_0^2$. Нижняя и верхняя кривые соответствуют плоскому пространству, а средняя — открытому, причем средняя и нижняя построены без учета влияния вакуума, т. е. для $\Omega^0_\Lambda = 0$ и, соответственно, $\Omega^0_{\rm M} = 0.20$ и 1.00. При расчете верхней кривой принято, что $\Omega^0_{\rm M} = 0.24$, $\Omega^0_\Lambda = 0.76$. На рис. 6,*б* диаграмма дана в увеличенном и нормализованном по отношению к средней кривой виде. Там же указаны точки, соответствующие наблюдениям, и средние ошибки (усы или error boxes).

В самой правой части диаграммы наблюдаемые точки, полученные по сверхновым, поднимаются над двумя нижними кривыми и больше соответствуют верхней кривой, что дает основания к выводу о большом влиянии космологического слагаемого и, следовательно, вакуума. Возможно, что в настоящее время происходит не замедление, а ускорение расширения пространства.

Напомним, что построенная Э. Хабблом в 1929 году первоначальная диаграмма составляет самую левую и нижнюю часть современной диаграммы до $z \approx 0.004$ ($\lg z \approx -2.7$) и не поместилась на рисунке. К 1936 году диаграмма была продолжена до $z = 0.1$.

Все рассмотренные до этого космологические эффекты носили характер геометрических и механических (кинематических и динамических). Два самых убедительных свидетельства в пользу горячей модели Вселенной — реликтовое излучение (РИ) и первоначальный нуклеосинтез — обсудим отдельно. Их подробное обсуждение требует рассмотрения физических процессов в ранней Вселенной.

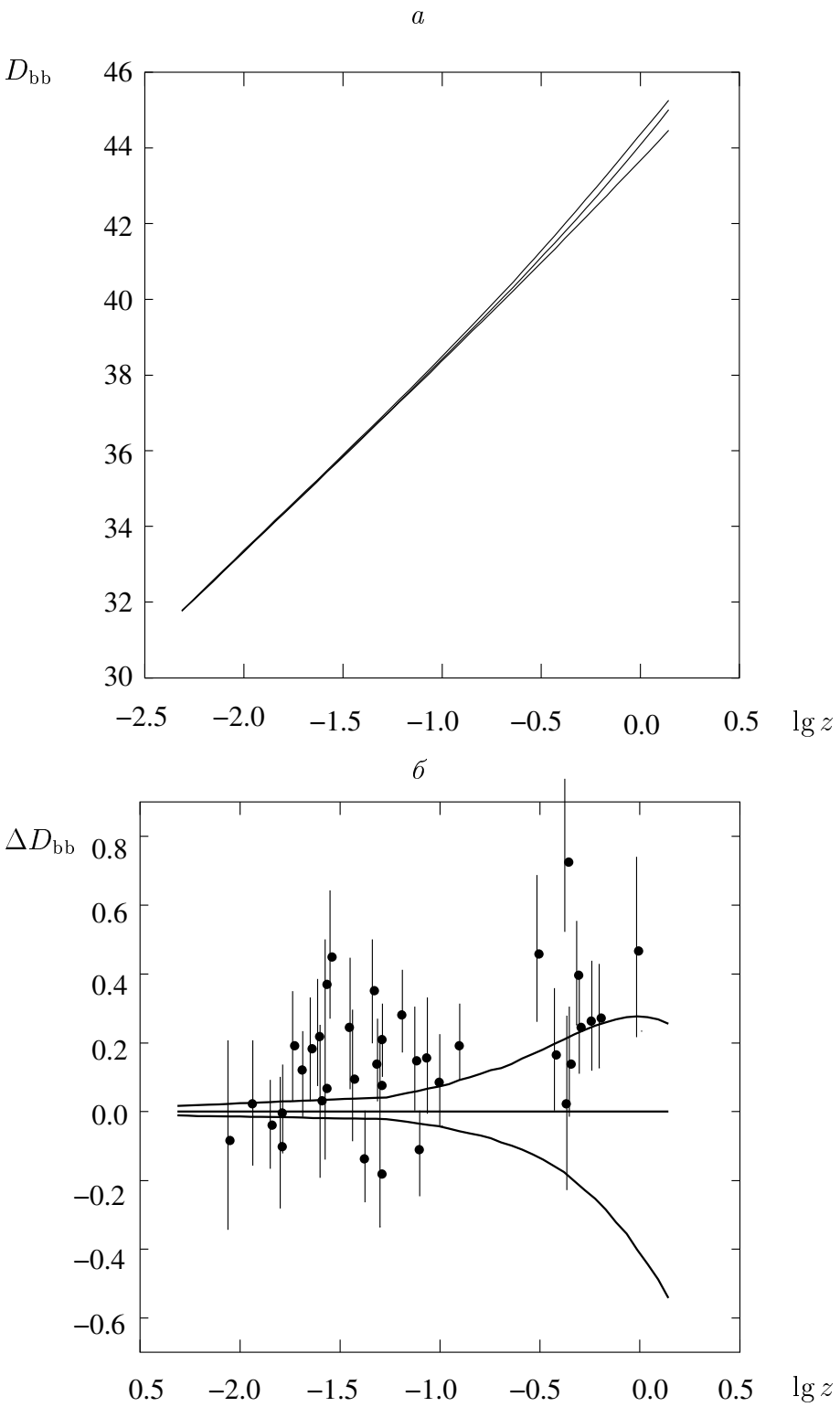



**Рис. 6.** Диаграмма Хаббла по современным данным.

## § 6. Состояние материи во Вселенной в разные эпохи

1. *Реликтовое излучение.* В этом параграфе приведем некоторые сведения о состоянии вещества и излучения во Вселенной в рамках стандартной модели. Начнем с современности. Несмотря на открытия квазаров, пульсаров и других интересных объектов представления о формах существующего вещества в современную эпоху в науке за последнее столетие коренным образом не изменились. Между тем, как оказалось, основной формой излучения в смысле, о котором скажем ниже, является тепловое радиоизлучение с температурой около 3 $K$, называемое реликтовым излучением (РИ).

РИ было открыто случайно. В 1964 году два сотрудника фирмы "Bell Telephone Laboratories" Арно Пензиас и Роберт Вилсон занимались подготовкой своей очень чувствительной приемной аппаратуры с низким уровнем шумов, ранее использовавшейся для связи со спутниками, к измерениям непрерывного излучения Галактики на волне 20 *см*. Однако для уточнения уровня шума антенны они настроили приемник на волну 7.3 *см* и направили антенну на совершенно темный участок Галактики. Принятый сигнал оказался неожиданно большим. Около года открыватели перепроверяли свои наблюдения, пока не убедились в неаппаратурном происхождении сигнала, интенсивность которого не зависела ни от направления, ни от положения Солнца, Земли и антенны. Тщательное изучение показало, что это фоновое излучение, не имеющее каких-либо локальных источников, а идущее равномерно со всех сторон.

О наблюдениях узнали участники другой группы (Роберт Дикке, Филипп Пиблс и др.), сознательно готовившей аналогичные наблюдения для проверки выводов теории Большого Взрыва, основоположником которой был Георгий Антонович Гамов (1904–1968). Теоретическая статья этой группы была опубликована в том же номере, что и результаты наблюдений Пензиаса и Вилсона. В скором времени и эта, вторая группа получила наблюдения РИ на волне 3 *см* с теми же свойствами. Отождествление РИ с охладившимся и разреженным излучением первоначального огненного шара было принято астрофизиками сразу. За открытие РИ Пензиасу и Вилсону была присуждена Нобелевская премия по физике 1978 года.

Следует отметить, что указания на существование такого излучения были известны гораздо раньше его открытия. Еще в 1941 году было обнаружено, что межзвездные молекулы CN поглощают излучение звезд, находясь не только в основном своем состоянии, но и в возбужденном с температурой возбуждения около 2.3 $K$. Лишь в 1966 году удалось объяснить источник возбуждения: он был связан с РИ. Упомянем здесь также, что впервые это излучение наблюдалось на Большом Пулковском радиотелескопе в конце 50-х годов (результат опубликован в 1957 году), однако точность этих наблюдений была недостаточна и их значение оценено не было [8, с. 152–153]. Спектр излучения в эволюционирующей Вселенной был впервые рассчитан А. Г. Дорошкевичем и И. Д. Новиковым в 1964 году. Ими было предсказано, что РИ в радиообласти превосходит все остальные виды фоновых излучений и доступно наблюдениям [1, с. 148], но и эта работа не была замечена вовремя.

К 1972 году свойства РИ были подтверждены наблюдениями более 15 групп наблюдателей на длинах волн от 0.27 до 73.5 *см*. В 1975 году наблюдения были продолжены до области длин волн около 0.1 *мм*, которая лежит ниже частоты максимума РИ $\nu_{\max} = 1.6 \cdot 10^{11}$ $1/c$, что соответствует длине волны 1.87 *мм*.

Это излучение действительно заполняет все пространство и идет равномерно со всех

сторон. Оно имеет чисто чернотельный спектр, т. е. описывается функцией Планка с температурой $T_0 = 2.7277 \pm 0.002\ K$ и подчиняется всем его законам. В соответствии с законом смещения Вина располагается ее максимум, в 1 $см^3$ находится $0.244(T_0 k_{\rm B}/c\hbar)^3 = 411$ реликтовых фотонов с общей энергией $(8\pi^5 k_{\rm B}/15h^3c^3)T_0^4 = 4.17 \cdot 10^{-13}$ *эрг* (или 0.25 *эВ*) и массой $\rho^0_{\rm RR} = 4.63 \cdot 10^{-34}$ *г*, что значительно меньше средней плотности вещества.

РИ и то излучение, от которого оно произошло, всегда имели планковский спектр. Действительно, спектр, который мы наблюдаем сейчас, соответствует температуре $T_0 = 2.7\ K$. В интервале частот $d\nu_0$ около частоты $\nu_0$ в РИ в 1 $см^3$ содержится энергия $(4\pi/c)B_{\nu_0}(T_0)d\nu_0$. В эпоху, которая сейчас отвечает красному смещению $z$, этот участок спектра имел частоту $\nu = (z+1)\nu_0$, плотность энергии $(4\pi/c)B_{\nu_0}(T_0)d\nu_0(z+1)^4 = (4\pi/c)B_\nu((z+1)T_0)d\nu$ и протяженность $d\nu = (z+1)d\nu_0$. Таким образом, спектр в эпоху $z$ был чернотельным с температурой $T(z) = T_0(z+1)$.

Этот вывод следует и из интегрального соотношения — закона Стефана—Больцмана, согласно которому плотность энергии излучения, обратно пропорциональная $R^4$, при ТДР пропорциональна $T^4$, так что $T(z) = T_0 \cdot (z+1)$ и в ранние эпохи расширения была высока. Поэтому рассматриваемые модели называют все вместе горячей вселенной.

2. *Соотношение между плотностью вещества и излучения.* Плотность массы РИ, как мы видели, значительно ниже критической плотности вещества и даже плотности видимого вещества, а именно на множители порядка $10^{-4}$ и $10^{-3}$, так что вклада в плотность массы РИ не дает. Однако плотность энергии РИ значительно больше размазанной по пространству плотности энергии излучения других источников вместе взятых. По плотности числа фотонов самыми мощными являются радиоизлучение галактик и инфракрасное излучение пыли нашей Галактики, а также смещенное в ИК область излучение квазаров — примерно 1 фотон в кубике, что значительно меньше, чем у РИ. Но даже и по плотности энергии все другие диапазоны вместе не превосходят 0.05 реликтового.

Современная критическая плотность массы соответствует плотности числа нуклонов $4.8 \cdot 10^{-6}\ 1/см^3$, так что на 1 "критический" нуклон приходится $1.2 \cdot 10^8$ реликтовых фотонов. Отношение же числа реальных барионов (нуклонов) к числу реликтовых фотонов равно $1.2 \cdot 10^{-7}/400 = 3 \cdot 10^{-10}$.

Поскольку современный спектр РИ с огромной точностью чисто чернотельный, а за большой промежуток времени оно ни с чем не могло реагировать, этот спектр должен был быть когда-то сформирован. Значит, когда-то существовал период, во время которого излучение и вещество находились в равновесии, точнее, в термодинамическом равновесии (ТДР). Ясно, что тогда плотность материи и температура должны были быть гораздо бóльшими.

Действительно, число частиц, из которых состоит вещество, и число фотонов излучения в течение долгого времени не изменялись, а объем увеличивался вследствие космологического расширения. Поэтому концентрации частиц и фотонов, одинаково пропорциональные $1/R^3 \propto (z+1)^3$, в прошлом были значительно больше. Однако плотность энергии вещества и излучения изменялись по-разному, так как энергии нерелятивистских частиц — это просто их массы, умноженные на $c^2$, а массы не меняются, энергии же фотонов вследствие расширения Вселенной, приводящего к красному смещению, уменьшались и в прошлом были больше. В результате плотность энергии вещества $\rho c^2 \propto (z+1)^3$, а плотность энергии излучения $\propto (z+1)^4$, что уже было использовано в § 2.

В настоящее время (т. е. при $z = 0$) критическая плотность вещества (при $H_0 = 65$

*км/с/Мпк*) $\rho_{\rm c}^0 \sim 8\cdot 10^{-30}$ *г/см*$^3$, а плотность излучения $\rho_{\rm RR}^0 \sim 5\cdot 10^{-34}$ *г/см*$^3$. Их отношение в эпоху с красным смещением $z$ было

$$\frac{\rho_{\rm RR}}{\rho_{\rm c}} = \frac{\rho_{\rm RR}^0}{\rho_{\rm c}^0}(z+1) = 6\cdot 10^{-5}(z+1). \tag{104}$$

Значит, при $z > z_* = 1.7\cdot 10^4$ плотность излучения была выше плотности вещества. При этом граничном значении $z = z_*$ общее значение плотности вещества и излучения $\rho_* \approx 4\cdot 10^{-17}$ *г/см*$^3$, а значение $H_* \approx 5\cdot 10^{-11}\, 1/c = 1.5\cdot 10^9$ *км/(с Мпк)*. Состояние материи, когда излучение играет преобладающую роль, называется радиационно доминированной плазмой (РДП). Именно в эпоху РДП динамика Вселенной соответствовала моделям с релятивистским давлением, рассмотренным в § 2.

В то время как отношение плотностей излучения и вещества пропорционально $z+1$, отношение концентраций фотонов РИ и нуклонов остается практически постоянным $\sim 400/(1.2\cdot 10^{-7}) = 3\cdot 10^9$. На поздних стадиях расширения это отношение поддерживается тем, что фотоны РИ уже не взаимодействуют с веществом. На более ранних стадиях (после аннигиляции частиц и античастиц) вещество и излучение находились в состоянии ТДР с единой температурой, и все процессы рождения и уничтожения уравновешивались.

3. *Эволюция температуры и плотности.* В современную эпоху, как мы видели, средняя плотность вещества определяется не очень надежно. Однако можно утверждать, что она отличается от критической не слишком сильно (не более чем в 25 раз), а может быть более близка к ней. Легко показать, что в прошлом значение $\Omega$ было ближе к 1, чем $\Omega_0$. Действительно, из решений стандартной модели вытекает соотношение

$$1-\Omega = \frac{1-\Omega_0}{1+\Omega_0 z}, \tag{105}$$

из которого следует, что с удалением в прошлое (к бóльшим $z$) $\Omega$ становится все ближе к 1.

Исходя из этого для оценок величин в ранней Вселенной можно применять соотношения, относящиеся к модели с нулевой энергией и бесконечным радиусом кривизны (евклидово пространство).

Для модели без давления формулы получаются из приведенных в табл. 1 и 2:

$$H = H_0(z+1)^{3/2} = \frac{2}{3t},\ t = \frac{2}{3H_0}(z+1)^{-3/2},\ \rho = \rho_{\rm c} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{8.0\cdot 10^5}{t^2}. \tag{106}$$

Эти формулы годятся лишь для значений $z < z_*$, для бóльших $z$ надо использовать модель с ультрарелятивистским давлением, однако формулы для этих двух моделей близки, для одних зависимостей отличаются некоторые показатели степеней, для других — только коэффициенты. Для ультрарелятивистских частиц и фотонов находим согласно табл. 3 и 4

$$H = \frac{1}{2t},\ \rho = \rho_{\rm c} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{a}{c^2}T^4, \tag{107}$$

где $a = \pi^2 k_{\rm B}^4/(15c^3\hbar^3) = 7.5641\cdot 10^{-6}$ *г/(см·с*$^2$*·К*$^4$*)* — постоянная Стефана. Соотношение (107) может служить для приблизительной оценки времени от начала Большого Взрыва, соответствующего температуре $T$. Таким образом, зависимости температуры

от $z$ одинаковы для обоих случаев, а от времени отличаются: при отсутствии давления $T = T_0 \cdot (z+1) = 2.7(2/3H_0 t)^{2/3}$, а при ультрарелятивистском давлении $T = T_0 \cdot (z+1) = (3c^2/32\pi Ga)^{1/4} t^{-1/2}$.

Более тщательное рассмотрение, учитывающее состав частиц в определенную эпоху развития Вселенной, приводит к формуле [9]

$$t = \left(\frac{3c^2}{16\pi g G a}\right)^{1/2} \frac{1}{T^2} = \left(\frac{45c^5\hbar^3}{16\pi^3 g G}\right)^{1/2} \frac{1}{(k_{\text{B}}T)^2} = 2.4 \cdot 10^{-6} g^{-1/2} \left(\frac{E}{1\Gamma\text{эВ}}\right)^{-2}, \qquad (108)$$

где $g$ — некоторый взвешенный статистический вес частиц. Можно принять, что $g = 6$ при $T < 10^{12}$ $K$. При $T > 10^{16}$ $K$ надо исходить из других соображений, но формально можно положить в (108) $g = 0.06$.

По значениям температуры можно расклассифицировать эпохи расширения Вселенной.

4. *Стадии истории горячей вселенной.* Перечислим эти стадии в ретроспективном порядке.

1) Современная стадия. Она характеризуется низкой температурой основной составляющей излучения — реликтового — от нескольких градусов до $3 \div 4$ тысяч градусов. В этот период вещество нейтрально, прозрачно для РИ, и они расширяются независимо.

2) Стадия частичной ионизации.

3) Стадия полной ионизации. При температурах, превышающих $\sim 10^4$ $K$, водород почти полностью ионизован, а при $4 \cdot 10^3$ $K$ — почти полностью нейтрален. Соответствующие значения красного смещения $z = 3600$ и $z = 1500$. Последнее значение $z$ называется эпохой рекомбинации. При $T > 50000$ $K$ ($z > 6000$) полностью ионизован гелий.

4) Эра радиационно доминированной плазмы (РДП). Границы этой стадии широки: она начинается с температур, соответствующих энергии покоя электрона, когда еще возможны рождения пар электрон-позитрон, а заканчивается перед эпохой рекомбинации.

5) Лептонная стадия (лептоны — частицы, не участвующие в сильном взаимодействии). Температура еще более высокая, вплоть до соответствующей массе покоя пимезонов.

6) Адронная стадия. Здесь происходят рождения и аннигиляции нуклонов, электронов и позитронов, мезонов, нейтрино и других частиц. При $z = 5 \cdot 10^{10}$ плотность вещества достигает ядерной $2.8 \cdot 10^{14}$ $г/см^3$.

7) Эпоха электро-слабого объединения (эл.-сл.). Здесь энергии достаточны для того, чтобы не различать лептоны.

8) Эпоха квантовой хромодинамики (КХД). Доминирует сильное взаимодействие.

9) Эпоха великого объединения (вел. об.) — всех квантовых взаимодействий. Лептоны и другие частицы приобретают энергии, характерные для сильного взаимодействия.

10) Эпоха сверхобъединения (сверхоб.) Объединяются все четыре типа мировых взаимодействий: электромагнитное, слабое, сильное и гравитационное.

Названия эпох по видам объединений объясняется тем, что константы связи физических взаимодействий слабо, но зависят от энергий взаимодействующих частиц и при энергиях, характерных для указанных эпох, уравниваются.

Т а б л и ц а 6. Эпохи эволюции горячей вселенной

| $T\ (K)$ | $\rho_c\left(\frac{г}{см^3}\right)$ | $k_BT$ | $z$ | $t\ (с)$ | Эпохи |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.7 | $8\cdot10^{-30}$ | $4\cdot10^{-16}$ *эрг* | 0 | $3\cdot10^{17}$ | Соврем. |
| $4\cdot10^3$ | $3\cdot10^{-20}$ | $5\cdot10^{-13}$ *эрг* | 1500 | $5\cdot10^{12}$ | Част. ион. |
| $4\cdot10^4$ | $3\cdot10^{-17}$ | $5\cdot10^{-12}$ *эрг* | 15000 | $1.7\cdot10^{11}$ | Полн. ион. |
| $7\cdot10^4$ | $2\cdot10^{-16}$ | $10^{-11}$ *эрг* | 25000 | $4.6\cdot10^{10}$ | РДП |
| $6\cdot10^9$ | $1.1\cdot10^4$ | 511 *кэВ* | $2\cdot10^9$ | 10 | Лептон. |
| $10^{12}$ | $8\cdot10^{13}$ | 0.1 *ГэВ* | $4\cdot10^{11}$ | $10^{-3}$ | Адрон. |
| $5\cdot10^{13}$ | $5\cdot10^{20}$ | 5 *ГэВ* | $4\cdot10^{13}$ | $4\cdot10^{-7}$ | Эл.-сл. |
| $10^{16}$ | $5\cdot10^{27}$ | $10^3$ *ГэВ* | $4\cdot10^{14}$ | $10^{-11}$ | КХД |
| $10^{29}$ | $5\cdot10^{79}$ | $10^{16}$ *ГэВ* | $4\cdot10^{27}$ | $10^{-37}$ | Вел. об. |
| $10^{32}$ | $5\cdot10^{91}$ | $10^{19}$ *ГэВ* | $4\cdot10^{31}$ | $10^{-43}$ | Сврхоб. |

Границами между стадиями являются характерные значения температуры $T$ (и энергии $k_BT$). Некоторые из них получаются как комбинации размерных величин, играющих существенную роль в каждой из стадий. Соответствующие значения $t$ и $z$ вычисляются по приведенным выше формулам. Ориентировочные их значения приведены в табл. 6.

Граница между стадиями 4) и 5) определяется энергией покоя электрона $mc^2 = 0.511$ *МэВ*. Ей соответствует температура $6\cdot10^9$ *K*. Между 5) и 6) основная величина — энергия покоя пи-мезона, в 264 раз большая электронной у нейтрального и в 273 раза — у заряженных мезонов: 0.13 *ГэВ*$= 10^{13}$ *K*. Далее, между 6) и 7) пограничная энергия составляет 5 *ГэВ*, а между 7) и 8) — 1000 *ГэВ*, соответствующие температуры — $5\cdot10^{13}$ и $10^{16}$ *K*. Стадия 9) начинается на значительно бóльших энергиях — $10^{14}$*ГэВ*. Наконец стадии 10) отвечают фантастические значения величин, называемые планковскими. Они получаются комбинациями, включающими постоянную тяготения: энергия $E_{\rm Pl} = \sqrt{c^5\hbar/G} = 1.956\cdot10^{16}$ *эрг* $= 1.956\cdot10^{11}$ *Дж* $= 1.221\cdot10^{19}$ *ГэВ*, соответствующая массе $m_{\rm Pl} = 2.177\cdot10^{-5}$ *г*, температура $T_{\rm Pl} = 1.417\cdot10^{32}$ *K*, длина $l_{\rm Pl} = \sqrt{G\hbar/c^3} = 1.616\cdot10^{-33}$ *см*, время $t_{\rm Pl} = 5.390\cdot10^{-44}$ *с*. Планковская энергия равна 543 киловаттчасам, и такой энергией обладает элементарная частица! Масса $m_{\rm Pl}$ на расстоянии комптоновской длины волны создает гравитационный потенциал, равный $c^2$, т. е. $Gm_{\rm Pl}/(\hbar/mc) = c^2$.

5. *Физические процессы в различные периоды.* Теория физических процессов в ранней Вселенной тесно связана с физикой элементарных частиц и физикой высоких энергий. Эти три ветви физической науки развивались и развиваются параллельно.

Во все периоды расширения от самого начала до 4) включительно совокупность частиц и излучения находилась в состоянии ТДР. В период 10) (теория сверхобъединения еще не создана), ближайший к Большому Взрыву, все частицы имеют настолько большие энергии, что фактически не различаются. Все они участвуют во взаимных превращениях, причем не существенно, имеет частица массу покоя или нет, гравитон это или фотон, фермион или бозон. Большинство элементарных частиц существуют парами частица-античастица (в это число не входят фотон, нейтральный пи-мезон и некоторые другие). Кроме того,

согласно теории должно существовать множество тяжелых (в обычных условиях, т. е. с большой массой покоя) частиц: фотино, гравитино, нейтралино, хиггсино и др.

С переходом к стадии 9) частицы, связанные с гравитацией (гравитоны), перестают участвовать в общем обмене. Выжившая их часть отрывается от остальных и в дальнейшем распространяется свободно. Остаются все "квантовомеханические" частицы.

В частности, на этой стадии должны существовать монополи, т. е. магнитные заряды. Однако попытки обнаружить остаток их сейчас пока к успеху не привели.

По-видимому, уже на этой стадии, при энергиях порядка $10^{15}$ *ГэВ*, проявляется некоторая положительная разность между числом протонов и антипротонов, что впоследствии приводит к асимметрии нашего мира относительно вещества и антивещества. Доля этой нескомпенсированной части может быть всего $10^{-9}$ от общего числа нуклонов в ту эпоху.

Характерная энергия эпохи квантовой хромодинамики $\approx 10^{14}$ *ГэВ*. Чтобы разогнать заряженную частицу до таких энергий, имея в виду, что на наибольшем современном ускорителе длиной в 2 мили получают энергии в 50 *ГэВ*, нужно было бы построить линейный ускоритель длиной в 2 *пк*, т. е. в 6.5 световых лет. Это расстояние больше, чем до ближайшей звезды — 1.3 *пк*. Поэтому единственная лаборатория для исследования таких частиц — Вселенная в ее горячей стадии. Дело осложняется тем, что такие частицы в большом количестве были давно, а потом почти полностью исчезли, так что для их обнаружения сейчас нужно затрачивать очень большие средства. Тем не менее физики и астрофизики надеются найти их реликтовые количества.

В течение этой эпохи, согласно теории того же названия, кварки, имеющие дробный заряд (1/3 и 2/3), объединяются в частицы с целым зарядом.

Постепенно, в течение стадий 8), 7) и 6), обособляются все новые частицы, сначала адроны, потом лептоны, обнаруживаются их характерные признаки. Многие из них перестают существовать в заметных количествах.

С понижением температуры вымирают и другие частицы. В течение стадии 6), адронной, сначала исчезают пи-мезоны, в конце аннигилируют протоны и антипротоны, нейтроны и антинейтроны. Если бы числа протонов и антипротонов, а также других частиц и античастиц были абсолютно одинаковы, то сейчас привычного для нас вещества не было бы совсем.

Лептонная эпоха 5) содержит события, связанные с легкими частицами. При энергии $10^{-2}$ *ГэВ* аннигилируют мю-мезоны, при $10^{-3}$ *ГэВ* от вещества отрываются нейтрино и антинейтрино, которые в дальнейшем летят свободно, не взаимодействуя ни с чем. Зарегистрировать их очень трудно и пока не удается. К исходу стадии 5) аннигилируют электроны и позитроны, их энергия превращается в энергию фотонов, как и энергия аннигилировавших ранее протонов и антипротонов. Термодинамические соображения показывают, что температура реликтового излучения за счет произошедшей аннигиляции частиц и античастиц должна быть выше, чем температура реликтовых нейтрино, оторвавшихся от остального вещества раньше (сейчас примерно 2 *K*). На этой же стадии, при температурах $T = 10^{11} \div 10^{9}$ *K*, происходит первичный нуклеосинтез.

В конце стадии 4) излучение также отрывается от вещества, и плотность его становится ниже плотности вещества. А с эпохи рекомбинации излучение распространяется свободно, так как вещество прозрачно для этого излучения. Наступает время, когда излученные фотоны становятся доступны наблюдениям в неизмененном виде, подвергаясь только красному смещению. До этого все они испытывали взаимодействие с веществом, и

информация, которую они несли, в значительной мере замывалась. Этим взаимодействием определяется тот физический горизонт, о котором упоминалось в связи с геометрическим горизонтом. Все же некоторые сведения о Вселенной до эпохи рекомбинации могут быть получены из данных о первичном нуклеосинтезе, из флуктуаций РИ, из реликтовых нейтрино и гравитационных волн. Первый источник уже дал такие сведения (см. ниже), ко второму наука быстро приближается, на два последних ассигнуются значительные суммы и возлагаются большие надежды.

Тогда же начинают образовываться атомы водорода. Незадолго до этого развиваются неоднородности, приводящие в дальнейшем к образованию галактик и их скоплений.

Многие вопросы этой теории разработаны еще недостаточно. Но ряд недостатков удалось преодолеть в рамках теории инфляции.

6. *Инфляция.* Одним из недостатков теории было следующее обстоятельство. РИ, как показывают наблюдения, исключительно однородно, во всех направлениях температура его одинакова. При этом температура РИ в разные эпохи была разной, но однородность сохранялась всегда, так как ничто не могло ее создать. Какой-то процесс должен был изначально выравнять свойства различных объемов.

Области однородности столь велики, что отдельные их части причинно не связаны, т. е. они никогда не обменивались энергией, импульсом и вообще информацией. Действительно, хаббловское расстояние в планковскую эпоху было $l_{\rm H}/z_{\rm Pl} = 2 \cdot 10^{28}/4 \cdot 10^{31} = 0.5 \cdot 10^{-3}$ *см*, а планковское расстояние, на котором возможен был обмен информацией, $l_{\rm Pl} = ct_{\rm Pl} = 2 \cdot 10^{-33}$ *см*. Если не предположить одинаковых начальных условий для каждой из несвязанных частей всего пространства, такая однородность непонятна.

Другое непонятное обстоятельство — близость средней плотности к критической практически во все время расширения. Даже современное значение $\Omega_0$ не очень отличается от 1.

Третье обстоятельство — неясность причины появления малых возмущений, приводящих впоследствии к образованию галактик.

В начале 80-х годов была создана теория инфляции, устраняющая три указанных недостатка. Она утверждает, что в самом начале расширения решающую роль играл вакуум. При этом расширение происходило так, как это описывается космологическим слагаемым, т. е. уравнением (50). Его решение — экспоненциальное: $R = R_* \exp(\sqrt{\Lambda/3}ct)$. Так как при этом $H = \dot{R}/R = \sqrt{\Lambda/3}c$, то закон раздувания можно записать и так: $R = R_* \exp(Ht)$. В то время как размеры Вселенной быстро увеличивались от "планковских" до "хаббловских", плотность (вакуума) при инфляции оставалась практически неизменной. Первоначальная однородность создавалась именно на планковском масштабе.

Согласно формуле (48) при инфляции $\Lambda = 8\pi G\rho_{\rm Pl}/c^2$ и, следовательно, значение $H = \sqrt{\Lambda/3}c = \sqrt{8\pi G\rho_{\rm Pl}/3}$. Такое значение точно соответствует определению критической плотности, что объясняет близость средней плотности к критической и впоследствии.

По одному из вариантов теории инфляции плотность вакуумоподобного состояния близка к планковской $\rho_{\rm Pl} = 5 \cdot 10^{91}$ *г/см*$^3$. Ей отвечает значение $H = 1/(2t_{\rm Pl}) = 10^{43}$ $1/c$. По другим вариантам значение $H$ заключено между $10^{36}$ $1/c$ и $10^{44}$ $1/c$.

Космологическое слагаемое, как отмечалось выше, соответствует соотношению между давлением и плотностью энергии вида (48): $P = -\rho c^2$. Отрицательное давление приводит к быстрому росту радиуса кривизны.

В конце инфляционного периода вакуум распадается, и его энергия переходит к веществу, которое тем самым приобретает очень высокую температуру. При раздувании плотность вакуума убывает пропорционально $1/R^4$ и при его распаде переходит в плотность материи.

Распад вакуума является квантовым процессом, и возникновение неоднородностей плотности объясняется обычными квантовыми флуктуациями.

Оказывается, что инфляционная теория облегчает и другие проблемы. Например, в ней показывается, что число монополей не может быть велико. Наконец, отрицательное давление вообще объясняет причину начала расширения.

## § 7. Первичный нуклеосинтез и образование галактик

1. *Образование химических элементов.* Химические элементы с порядковыми номерами, большими 2, образуются, в основном, в звездах в ходе ядерных реакций. Процесс же образования самых распространенных в природе элементов — водорода и гелия — начинается до создания звезд.

После аннигиляции протонов и антипротонов вещество становится обычным по ассортименту частиц. Однако состояние его еще очень специфично. Не только нейтральные атомы, но даже ядра при температурах, превышающих десять миллиардов кельвинов, не могут существовать, они разбиваются окружающими частицами. Основными частицами в таком веществе являются электроны, протоны, нейтроны, фотоны, нейтрино и антинейтрино.

Равновесие между протонами и нейтронами устанавливается за счет реакций слабого взаимодействия

$$p + e^- \longleftrightarrow n + \nu,\ p + \overline{\nu} \longleftrightarrow n + e^+,\ p + \overline{\nu} + e^- \longleftrightarrow n. \tag{109}$$

При температуре $T \gg 10^{10}\ K$ ($E \gg 0.8\ МэВ$) числа протонов и нейтронов приблизительно равны. При меньших температурах доля протонов возрастает, так как отношение их равновесных концентраций $n/p = \exp(-Q/k_{\mathrm{B}}T)$, где $Q = 1.293\ МэВ$, а $Q/c^2$ — разность масс нейтрона и протона. По мере расширения и охлаждения Вселенной активность реакций (109) падает, равновесие нарушается, и отношение $n/p$ стабилизируется, немного уменьшившись за счет распада нейтронов. Доля нейтронов остается на уровне 0.15.

При уменьшении температуры ниже десяти миллиардов кельвинов ($E < 0.8\ МэВ$) начинают образовываться простейшие ядра. В дальнейшем все нейтроны соединяются с протонами. В результате образуются ядра $^4$He, небольшие доли $^3$He, дейтерия и лития. Некоторые более сложные ядра также образуются, но в количествах, меньших на несколько порядков. Эти процессы заканчиваются через $\approx 300\ с$ после начала расширения. После этого температура уже недостаточна для протекания ядерных реакций.

Так как почти все нейтроны попали в ядра изотопа гелия $^4$He, причем каждый нейтрон там соединился с протоном, то на гелий пошла доля $2 \cdot 0.15 = 0.3$ от всего остального вещества. Точнее говоря, эта доля заключена между 0.26 и 0.32. Остальное, в основном, протоны и небольшая добавка дейтерия.

Впоследствии дейтерий идет на образование гелия, так что остается его очень мало. Количество оставшегося дейтерия зависит от плотности и, следовательно, жестко связано с плотностью в современную эпоху.

Описание хода первичного нуклеосинтеза сильно зависит от скоростей ядерных реакций при высоких температурах. Эти скорости все время уточняются, так что первичные содержания элементов приходится пересчитывать. Наблюдения современного содержания гелия и дейтерия также очень сложны. Необходимо уметь отделить первоначальные элементы от образовавшихся в звездах позднее. В старых звездах нашей Галактики содержание $^4$He очень близко к 0.3. Дейтерий составляет долю $10^{-5}$ от водорода, чем отвергаются многие модели Вселенной и подтверждается ее стандартная модель. Определенные из наблюдений содержания $^7$Li и $^3$He также находятся в хорошем согласии со стандартной моделью и служат ее подтверждением.

На рис. 7, построенном по данным статьи [10], представлены относительные (по отношению к водороду) содержания первичных гелия $^4$He/H, дейтерия вместе с более легким изотопом гелия (D+$^3$He)/H и лития $^7$Li/H, рассчитанные в зависимости от современных значений плотности вещества и отношения чисел нуклонов и фотонов, умноженного на $10^{10}$, $\eta_{10}$ (точнее, от $\lg \eta_{10}$). Все величины даны с указанием доверительных интервалов в два стандартных отклонения. Две вертикальные прямые показывают границы допустимых значений аргумента $\eta_{10}$, согласующихся с данными наблюдений. Результаты статьи [10] воспроизведены и уточнены в обзоре [11].

После синтеза гелия расширение проходит почти без изменений состава вещества. Так продолжается миллион лет, пока температура не упадет до значения 4000 $K$. К тому времени протоны захватывают электроны и образуются атомы. Основной элемент Вселенной — водород — становится нейтральным (впоследствии межгалактический газ ионизуется образующимися звездами, галактиками и квазарами). Тогда, во-первых, возникает возможность образования структур Вселенной, а во-вторых, возможность для нас изучать протекавшие процессы через наблюдения свечения объектов, расположенных ближе физического горизонта, так как излучение именно с этого места перестает взаимодействовать с веществом.

2. *Образование структур Вселенной.* Общепринятой теории образования галактик и скоплений галактик пока не создано. Имеется несколько вариантов, различающихся как предположениями, так и выводами.

Однородное в среднем вещество непременно имеет некоторые флуктуации в плотности или других характеристиках. Эти неоднородности создаются возмущениями. Возмущения относительно малы вплоть до эпохи рекомбинации. После возникновения нейтральных атомов они становятся заметными и порождают неоднородности, приводящие к образованию крупномасштабных структур, т. е. галактик и их скоплений, а также, по-видимому, некоторых звезд и межгалактических облаков газа.

Рассматриваются различные типы первоначальных возмущений. Они делятся на возмущения в гравитационном потенциале, адиабатические, вихревые и энтропийные возмущения. Простейший тип возмущений — адиабатическое возрастание плотности всех составляющих плазмы. Согласно теории Джинса, если масса возмущенной области превосходит некоторую критическую массу, то плотность будет продолжать возрастать. Размер критической области зависит от хода расширения Вселенной. Если масса меньше критической, возникают колебательные движения. Теория Джинса обобщена на случай зависи-

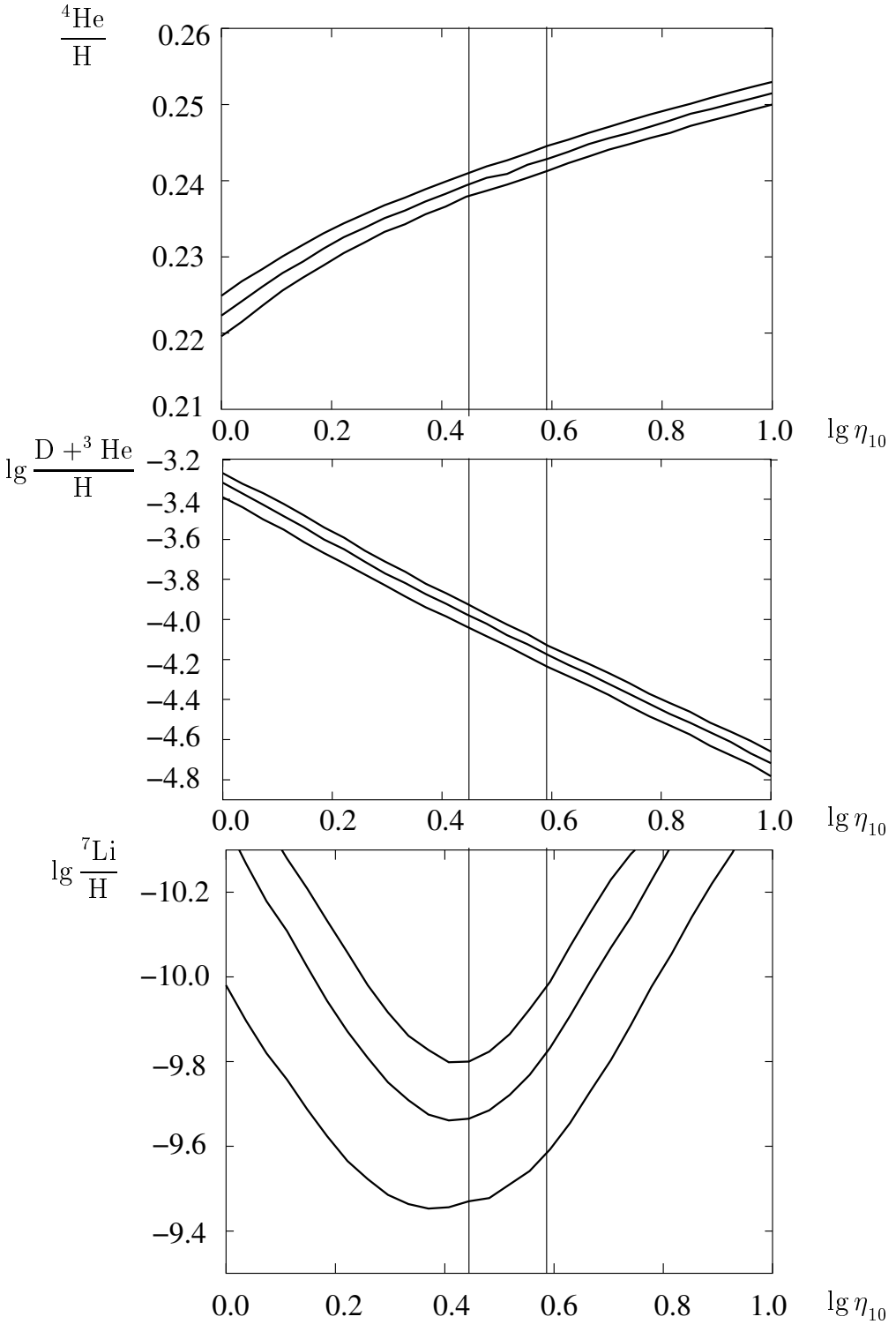



**Рис. 7.** Содержания первичных гелия, дейтерия и лития в зависимости от значения $\eta_{10}$.

мости от времени как размера возмущений, так и критической массы, а также плотности. Учтены и диссипативные процессы, приводящие к потерям энергии. Энтропийные возмущения — это возмущения в относительных концентрациях частиц вещества и фотонов, которые могут осуществляться без возмущений плотности. При таких возмущениях флуктуирует энтропия. Вихревые возмущения заключаются в неравномерном относительном вращении ячеек вещества вокруг некоторых осей.

Возмущения могут расти и приводить к образованию крупномасштабных структур, из которых в принципе могут образоваться галактики и их скопления. Образование крупномасштабных структур приводит к выделению энергии.

Все рассматривавшиеся возмущения должны отражаться на реликтовом излучении, которое несмотря на прошлое взаимодействие с веществом (рассеяние) и последующее долгое независимое распространение сохраняет следы воздействия возмущений. Как следствие на РИ должны наблюдаться неоднородности. Эти неоднородности могут быть в его спектре или в небольших вариациях интенсивности в различных направлениях. Неоднородности в спектре наблюдать гораздо труднее, так как для этого требуется кооперация различных групп радиоастрономов с приборами, настроенными на разные частоты. Наблюдать флуктуации в направлениях, т. е. анизотропию РИ, можно на одном радиотелескопе.

Анизотропию РИ разделяют на три типа:

1) микромасштабную в пределах углов $< 1'$ (минуты дуги);

2) среднюю — в пределах от $1'$ до $1^\circ$;

3) крупномасштабную — от $1^\circ$ до десятков градусов.

Долгое время обнаружение указанных неоднородностей было недоступно из-за недостаточной точности наблюдений. Первоначальные теоретические оценки величины пространственных неоднородностей РИ были завышены, но с 1970 года эти неоднородности оцениваются величиной $\approx 2 \cdot 10^{-5}$. Первые их регистрации были осуществлены в 1992 г. Они оказались на уровне $10^{-5} \div 5 \cdot 10^{-6}$. Сейчас имеется целый ряд подобных наблюдений, однако сделать выбор в пользу той или другой модели пока не удается.

Обсуждаются возможности измерения поляризации РИ, которая возникает при томсоновском рассеянии его на электронах перед окончанием эпохи рекомбинации. Степень поляризации ожидается на уровне 10% от флуктуаций, т. е. $10^{-6}$ от интенсивности РИ. В ориентации плоскостей поляризации РИ должны отразиться движения первичных структур Вселенной.

Предсказаны неоднородности в спектре РИ, возникающие и в более позднюю эпоху, когда происходили рекомбинации и ассоциации уже образовавшихся атомов и ионов. Эти неоднородности довольно критичны к теории — их отсутствие поставит очень жесткие вопросы перед ней. Однако они еще более малы (порядка нескольких единиц на $10^{-7}$), и их обнаружение — дело будущего. По дороге к наблюдателю после эпохи рекомбинации РИ может испытать влияние изменения гравитационного потенциала в скоплениях галактик, а также рассеяние на горячем газе этих скоплений.

Происходящий на наших глазах бурный технологический прогресс позволяет надеяться, что коренные вопросы космологии, по крайней мере некоторые, разрешатся в не слишком отдаленном будущем.

В качестве иллюстрации того, как рассчитываются возмущения, рассмотрим сначала глобальную, а затем локальную сферическую модель [12].

3. *Ньютоновская сферическая модель.* Конечно, однородная и изотропная модель — явная абстракция. Все, что мы наблюдаем (кроме РИ), распределено неоднородно и неизотропно. Поэтому почти сразу же вслед за фридмановскими были построены более общие модели. Простейшей из них является сферически симметричная модель Леметра—Толмена—Бонди [12]. Рассмотрим ее в ньютоновском приближении, сделав два следующих предположения.

1) Можно пренебречь давлением среды и космологическим слагаемым.

2) Слои среды с течением времени не пересекаются.

При сферической симметрии имеется выделенный центр. Введем обычные сферические координаты по отношению к этому центру $r, \theta, \varphi$. Как и в простейшем случае, рассмотрим шар радиусом $R$ с центром, совмещенным с центром симметрии. При сферической симметрии в распределении вещества появляется дополнительная зависимость всех величин от координаты $r$.

Уравнение движения точки на границе выделенного шара не отличается по виду от уравнения (3), лишь производная по времени теперь частная:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial t^2} = -\frac{GM}{R^2}. \tag{110}$$

Входящая сюда масса

$$M(r) = 4\pi \int\limits_0^r \rho(t, r') R^2(t, r') \frac{\partial R(t, r')}{\partial r'} dr'. \tag{111}$$

Чтобы равенство (111) выполнялось, т. е. чтобы масса зависела только от расстояния, но не от времени, необходимо, чтобы подынтегральное выражение в формуле (111) не зависело от времени. При этом плотность

$$\rho(t, r) = \frac{M'(r)}{4\pi R^2(t, r) \dfrac{\partial R(t, r)}{\partial r}}. \tag{112}$$

Остается верным и соотношение (4), имеющее смысл закона сохранения энергии

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2 = \frac{GM}{R} + E. \tag{113}$$

Масса $M$ и энергия $E$ зависят от $r$. Можно однако взять в качестве основного аргумента именно массу. Тогда $E = E(M)$. Все другие функции тоже будем считать зависящими от массы, но обозначения их не изменяем. Тогда равенство (111) перепишется следующим образом:

$$M = 4\pi \int\limits_0^M \rho(t, M') R^2(t, M') \frac{\partial R(t, M')}{\partial M'} dM', \tag{114}$$

а выражение для плотности (112) перейдет в

$$\rho(t, M) = \frac{1}{4\pi R^2(t, M) \dfrac{\partial R(t, M)}{\partial M}}. \tag{115}$$

4. *Решения уравнений и сферические модели.* Не требуется искать новые решения приведенных уравнений, так как остаются справедливыми формулы, отражающие зависимости времени от радиуса шара, с дополнительной зависимостью постоянных интегрирования от $M$:

$$t = t_0(M) + \int\limits_0^{R(t,M)} \frac{dR'}{\sqrt{2}\sqrt{GM/R' + E(M)}}. \tag{116}$$

Две произвольные функции $E(M)$ и $t_0(M)$ определяются заданием начальных условий, т. е. функции $R(t, M)$ и скорости ее изменения $\dfrac{\partial R(t, M)}{\partial t}$ в некоторый момент времени $t_1$. Тогда распределение плотности $\rho(t_1, M)$ находится согласно выражению (115), моментов $t_0(M)$ — из формулы (116), а энергии — из соотношения (113).

Интеграл в формуле (116) может быть вычислен с помощью тех же подстановок, что и в § 1. Выпишем окончательные формулы:

$$R(t, M) = R_{\mathrm{m}}(M) \begin{cases} 1 - \cos\eta & \text{при} \quad E(M) < 0, \\ \dfrac{\eta^2}{2} & \text{при} \quad E(M) = 0, \\ \operatorname{ch}\eta - 1 & \text{при} \quad E(M) > 0, \end{cases} \tag{117}$$

$$t = t_0(M) + \frac{R_{\mathrm{m}}(M)}{\sqrt{2|E(M)|}} \begin{cases} \eta - \sin\eta & \text{при} \quad E(M) < 0, \\ \dfrac{\eta^3}{6} & \text{при} \quad E(M) = 0, \\ \operatorname{sh}\eta - \eta & \text{при} \quad E(M) > 0. \end{cases} \tag{118}$$

Здесь

$$R_{\mathrm{m}}(M) = \frac{GM}{2|E(M)|}. \tag{119}$$

В случае равной 0 энергии получается явная зависимость

$$R(t, M) = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} (2GM)^{1/3} [t - t_0(M)]^{2/3}. \tag{120}$$

Это равенство выполняется при тех значениях $M$, при которых энергия обращается в 0. При тождественном равенстве энергии 0 оно верно во всех точках.

Знак энергии существенно влияет на характер движения. Если $E(M) < 0$, то имеется ограничение на радиус:

$$R(t, M) \le \frac{GM}{|E(M)|}. \tag{121}$$

Если $E(M) \ge 0$, то ограничения нет и расширение может происходить неограниченно. Это напоминает однородные модели. Однако имеются и принципиальные отличия сферической модели от однородной. Во-первых, как видно из равенства (116), при неоднородном распределении плотности различные части вещества первоначально оказываются в центре в разные моменты. Во-вторых, знаки энергии в разных местах могут различаться, так что одни слои, более далекие от центра, могут разлетаться до бесконечности, а другие, более близкие к центру, возвращаться в него обратно. Недопустимо лишь пересечение слоев.

Сферически симметричные решения переходят в однородные. Действительно, если плотность вещества не зависит от координаты $r$ или, что то же самое, от $M$, то

$$M = \frac{4\pi}{3}\rho(t)R^3(t, M) \tag{122}$$

и, следовательно, можно положить

$$R(t, M) = M^{1/3}F(t). \tag{123}$$

Подставив это определение в соотношение (113), получим, что $E(M) \propto M^{2/3}$. Тогда и равенство (118) преобразуется в

$$t = t_0 + \int_0^{F(t)} \frac{dF'}{\sqrt{2}\sqrt{G/F' - EM^{-2/3}}}. \tag{124}$$

Здесь уже $t_0$ не зависит от $M$, так как от $M$ не зависит интеграл. Значит, все частицы находились в центре одновременно (сингулярность), что характерно для фридмановских моделей. Полуамплитуда при этом $R_{\rm m}(M) \propto 2\sqrt{|M|}$.

5. *Возмущения однородной модели.* Рассмотрим, наконец, малое возмущение в однородной модели, имеющее сферическую геометрию. Такое возмущение соответствует скоплению галактик, которое можно представить как локальное отклонение от однородности.

Примем, что радиус возмущения (скопления) мал по сравнению с расстоянием до горизонта и с радиусом кривизны. Другие возмущения (соседние скопления) не влияют на рассматриваемое.

На ранних этапах расширение происходило по закону, близкому к параболическому. Поэтому примем, что в невозмущенной окружающей среде $E = 0$. В малой же сферической окрестности центра энергия единицы массы отрицательна и мала по сравнению с энергией расширения. Последняя в расчете на единицу массы может быть оценена как квадрат средней скорости расширения, т. е.

$$|E(M)| \ll \left(\frac{R}{t}\right)^2. \tag{125}$$

Для малого отличия плотности вещества от средней необходимо, чтобы произведение $E(M)M^{-2/3}$ слабо зависело от $M$. Это условие можно выразить через логарифмическую производную:

$$\frac{M}{E(M)}\frac{\partial E(M)}{\partial M} - \frac{2}{3} \ll 1. \tag{126}$$

Сферическое скопление с отрицательной энергией расширяется медленнее, чем окружающее размазанное вещество.

Определим относительные изменения радиуса и плотности массы скопления, $\delta R/R_{\rm F}$ и $\delta\rho/\rho_{\rm F}$, а также скорость изменения радиуса в некоторый момент, где радиус невозмущенного шара, расширяющегося согласно решению Фридмана с нулевой энергией (см. табл. 1 и 2 и формулы (14)), невозмущенные плотность и скорость расширения

$$R_{\rm F} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}(2GM)^{1/3}t^{2/3}, \quad \rho_{\rm F} = \frac{1}{6\pi G}\frac{1}{t^2}, \tag{127}$$

$$v_{\rm F} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3}(2GM)^{1/3}t^{-1/3}. \tag{128}$$

Для определения искажения радиуса разложим функции (117) и (118) при $E(M) < 0$ по формуле Тейлора с двумя слагаемыми:

$$R \sim R_{\rm m}\frac{\eta^2}{2}\left(1-\frac{\eta^2}{12}\right), \quad t-t_0 \sim \frac{R_{\rm m}}{\sqrt{2|E|}}\frac{\eta^3}{6}\left(1-\frac{\eta^2}{20}\right). \tag{129}$$

Исключив параметр $\eta$, получим для отклонения радиуса

$$\frac{\delta R}{R_{\rm F}} = \left[1-\frac{t_0(M)}{t}\right]^{2/3} - 1 - \frac{1}{5}\frac{|E(M)|}{GM}R_{\rm F}\left[1-\frac{t_0(M)}{t}\right]^{4/3}. \tag{130}$$

Поведение средней плотности возмущения $\overline{\rho} = (3/4\pi)M/R^3$ описывается аналогичной формулой

$$\frac{\delta\rho}{\rho_{\rm F}} = \frac{\overline{\rho}-\rho_{\rm F}}{\rho_{\rm F}} = \left[1-\frac{t_0(M)}{t}\right]^{-2} - 1 + \frac{3}{5}\frac{|E(M)|}{GM}R_{\rm F}\left[1-\frac{t_0(M)}{t}\right]^{-4/3}. \tag{131}$$

Легко оценить и поведение скорости:

$$v = \frac{\partial R}{\partial t} = v_{\rm F}\left[1-\frac{t_0(M)}{t}\right]^{-1/3}\left\{1-\frac{2}{5}\frac{|E(M)|}{GM}R_{\rm F}\left[1-\frac{t_0(M)}{t}\right]^{2/3}\right\}. \tag{132}$$

Радиус возмущенного шара с нулевой энергией всегда меньше, чем у невозмущенного, но с течением времени растет и сходится к невозмущенному. Соответственно плотность выше равномерной, со временем убывает и стремится к последней.

Если $E < 0$, то отклонения как радиуса, так и плотности при достаточно больших $t \gg t_0$ становятся пропорциональны невозмущенному радиусу. При этом возмущение радиуса, оставаясь отрицательным и малым (по предположению), растет по модулю, а отклонение плотности положительно и растет пропорционально $-3\delta R/R_{\rm F}$.

Скорость внутреннего движения скопления при $E < 0$ и $t_0 = 0$

$$v = -\frac{2}{5}\frac{|E|}{M}v_{\rm F}R_{\rm F} \propto t^{1/3}. \tag{133}$$

Здесь рассмотрен простейший случай искажения расширения, моделирующий поведение скопления галактик как слабой сферической флуктуации, в ньютоновском приближении. Оказывается, что как и в случае однородных моделей, релятивистское рассмотрение приводит к качественно тем же выводам.

В космологии поведение различного рода возмущений, в том числе различных колебаний рассматривается в более общих предположениях, учитываются гидродинамические явления и физические процессы взаимодействия вещества и излучения.

## Заключение

В заключение отметим, что у существующей теории имеется немало проблем. Большая работа еще предстоит в решении проблемы скрытой массы, разработке связи космологии с теорией элементарных частиц, теории развития неоднородностей и отражения их формирования на РИ, а также ряда других вопросов. Продолжает разрабатываться теория отклонений от стандартных моделей в малых масштабах, где космологический принцип явно не соблюдается. В самое последнее время выполнение этого принципа на масштабах, меньших 1000 $Mпк$, объясняют большой ролью вакуума ($\Omega_\Lambda = 0.70 \div 0.80$) или особого вида "темной энергии" (квинтэссенции), являющейся обощением вакуума. В космологию проникают также представления о фрактальном строении Вселенной.

Быстрое развитие наблюдательной базы космологии позволяет надеяться, что многие проблемы будут решены в начале наступающего столетия. В то же время уже имеющиеся достижения космологии, о которых здесь было рассказано, впечатляют. Большинство космологов, как физиков, так и астрофизиков, убеждены в правильности исходных предпосылок и основных выводов теории. Хотя предложены некоторые альтернативные теории тяготения и модели Вселенной, ни одна из них не дала удовлетворительного объяснения ни РИ, ни нуклеосинтезу. Несмотря на проблемы и необходимость уточнения ряда положений параллельно с получением новых наблюдательных данных пока что теория расширяющейся Вселенной является единственной теорией, могущей претендовать на адекватность природе.

Дальнейшие сведения о проблемах, истории становления, методах и результатах космологии можно прочитать в широко цитированных выше уже классических [1, 2] и изданных сравнительно недавно [9, 13–14] монографиях, энциклопедии [15, статьи Космология, Модель горячей Вселенной, Модель инфляционной Вселенной] и в популярных изданиях [16–19], а также в книгах и статьях, на которые там даются ссылки.

При подготовке данного пособия к печати ценные замечания, способствовавшие улучшению текста книги, сделаны рецензентами Д. А. Варшаловичем и В. К. Дубровичем, а также Ю. В. Барышевым, за что автор выражает им благодарность.

Издание осуществлено при частичной поддержке ФЦП "Интеграция", проект $\mathcal{N}^\circ$ 578.

## Литература


1. *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Строение и эволюция Вселенной. М., 1975.
2. *Гуревич Л. Э., Чернин А. Д.* Введение в космогонию. М., 1978.
3. *Долгов А. Д., Зельдович Я. Б., Сажин М. В.* Космология ранней Вселенной. М., 1988.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М., 1988.
5. *Сапар А.* Теория наблюдаемых космологических эффектов // Публикации Тартуской астрономической обсерватории. 1964. Т. XXXIV. № 6. С. 223–318.
6. *Harrison E.* // Astrophys. J. 1993. Vol. 403. N 1. P. 28–31.
7. *Riess A. G. et al.* // Astron. J. 1999. Vol. 116. P. 1009.
8. *Кайдановский И. Л.* Отдел радиоастрономии Главной астрономической обсерватории АН СССР// Очерки истории радиоастрономии в СССР. Киев, 1985. С. 141.
9. *Narlikar J. V.* Introduction to Cosmology. Cambridge, 1995.
10. *Smith M. S., Kawano L. H., Malany R. A.* // Astrophys. J. Suppl. 1993. Vol. 85. P. 219.
11. *Крамаровский Я. М., Чечев В. П.* // Успехи физ. наук. 1999. Т. 169. С. 643.
12. *Пиблс Ф. Дж.* Структура Вселенной в больших масштабах. М., 1983.
13. *Peebles P. J. E.* Principles of Physical Cosmology. Prinston, 1993.
14. *Peacock J.* Cosmological Physics. Cambridge, 1999.
15. "Физика космоса" — маленькая энциклопедия/ Под ред. Р.А.Сюняева. М., 1986.
16. *Новиков И. Д.* Как взорвалась Вселенная. М., 1988.
17. *Новиков И. Д.* Эволюция Вселенной. М., 1990.
18. *Френкель В. Я., Чернин А. Д.* От альфа-распада до Большого Взрыва. М., 1990.
19. *Хеллер М., Чернин А. Д.* У истоков космологии: Фридман и Леметр. М., 1991.

## С О Д Е Р Ж А Н И Е

Введение ..... 3
§ 1. Ньютоновская теория ..... 3
§ 2. Интерпретация решений по ОТО ..... 7
§ 3. Распространение излучения ..... 19
§ 4. Соотношения Хаббла ..... 27
§ 5. Проблема выбора модели ..... 31
§ 6. Состояние материи во Вселенной в разные эпохи ..... 37
§ 7. Первичный нуклеосинтез и образование галактик ..... 44
Заключение ..... 52
Литература ..... 53

---

*Дмитрий Исидорович Нагирнер*

ЭЛЕМЕНТЫ КОСМОЛОГИИ

*У ч е б н о е  п о с о б и е*

Заведующая редакцией *Г. И. Чередниченко*
Редактор *Ф. С. Бастиан*
Технический редактор *Л. Н. Иванова*

*Лицензия ЛР № 040050 от 15.08.96*

Подписано в печать с оригинала-макета 28.11.2000
Формат 60×84 1/16. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 4,18. Уч. изд. л. 4,41. Тираж 300 экз. Заказ №

РОПИ Издательства С.-Петербургского университета.
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

ЦОП типографии Издательства СПбГУ.
199034, Санкт-Петербург, наб. Макарова, 6.