МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АСТРОФИЗИКИ И ЗВЕЗДНОЙ АСТРОНОМИИ
КАФЕДРА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ АСТРОНОМИИ

А.С. РАСТОРГУЕВ, М.В. ЗАБОЛОТСКИХ, А.К. ДАМБИС

КИНЕМАТИКА НАСЕЛЕНИЙ ГАЛАКТИКИ

Учебное пособие по курсу «Галактическая астрономия» для студентов 2-3 курса

Москва, ГАИШ МГУ, 2010

Оглавление

Глава 1

Кинематика диска Галактики

1 Введение

По сложившейся астрономической традиции кинематику диска Галактики обычно представляют в виде суперпозиции систематических и случайных (“пекулярных”) движений. Систематические движения включают дифференциальное вращение и отклонения от него, описываемые какой-либо выбранной моделью, например, волной плотности. Разность между действительной и “модельной” скоростью называют пекулярной скоростью и рассматривают как случайную величину, распределенную по некоторому закону. Исследования кинематики галактического диска базируются на изучении поведения лучевых скоростей и собственных движений объектов, наблюдающихся в широкой солнечной окрестности.

В данном пособии на основе матричного подхода будут выведены формулы, показывающие влияние систематических движений на лучевые скорости и собственные движения звезд, проанализирована применимость эпициклического приближения для понимания закономерностей галактической кинематики, приведены важнейшие результаты исследования кинематики Галактики.

2 Системы координат

Для изучения кинематики Галактики мы будем использовать *галактическую сферическую* и связанную с ней *галактическую прямоугольную* системы координат. Начало прямоугольной системы координат свяжем с Солнцем, находящимся на расстоянии R_0 от оси вращения Галактики и на высоте z_0 над плоскостью ее симметрии. Главные оси

прямоугольной галактической системы координат (x, y, z) параллельны основным направлениям соответствующей сферической системы координат, а их направления определим следующим образом: ось x направим на ось вращения Галактики ($l = 0°$, $b = 0°$) (хотя в некоторых учебниках по галактической астрономии задают противоположное направление), ось y – в направлении галактического вращения, т. е. $l = 90°$, $b = 0°$, ось z – на северный полюс Галактики ($b = 90°$). Для описания дифференциального вращения и некруговых систематических движений мы будем также использовать *галактоцентрическую прямоугольную* систему координат. Ее начало поместим в центр Галактики, а оси (x', y', z') направим параллельно осям уже рассмотренной прямоугольной галактической системы координат с центром в Солнце.

Наблюдения дают нам компоненты пространственной скорости объекта в так наз. *локальной* системе координат, связанной с направлением на исследуемый объект. Орты локальной системы координат направлены соответственно на объект, в сторону увеличения галактических долгот (параллельно плоскости симметрии Галактики) и в сторону увеличения галактических широт, и также образуют правую тройку (см. схему в проекции на плоскость Галактики, рис. 1.1).

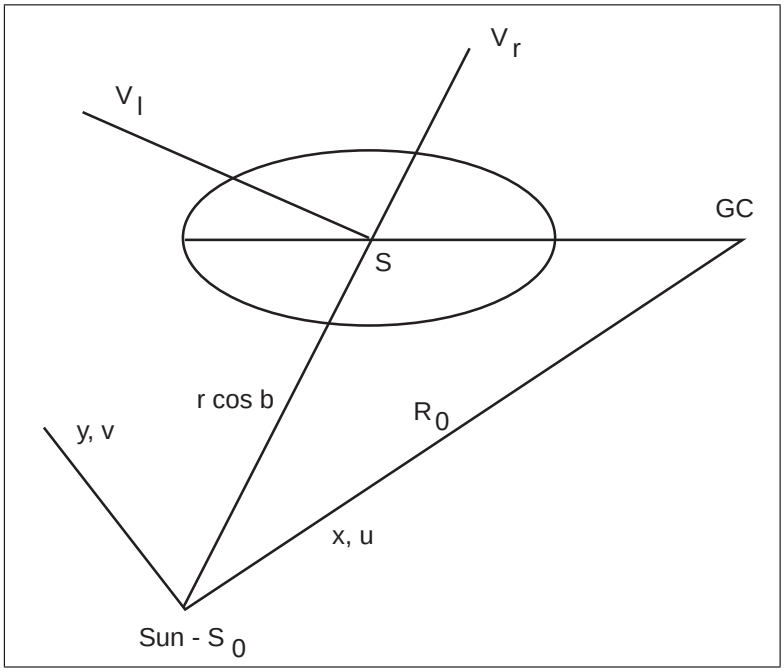

Рис. 1.1: Система координат в солнечной окрестности.

Хорошо известно, что диск Галактики не однороден по своему звездному населению. Объекты различаются возрастом, химическим составом, пространственным распределением (степенью концентрации к плоскости симметрии диска) и кинематикой. По этой

причине говорить о “кинематике вообще” не имеет физического смысла. Всегда исследуют кинематику определенной подсистемы. В связи с этим давайте уточним понятие *центроида подсистемы.* Даже в лучших учебниках по звездной астрономии [2] (стр. 91) делается попытка пространственной “привязки” центроида к “...центру масс группы звезд, в предположении, что массы... одинаковы”. В такой интерпретации понятие центроида, на наш взгляд, не несет большой смысловой нагрузки. Поскольку нас всегда будет интересовать только скорость звезд, мы будем использовать несколько ограниченное понятие центроида. Очевидно, что в любом элементарном объеме Галактики звезды данной группы (подсистемы) движутся со своей средней (потоковой) скоростью. Средние скорости разных групп в общем случае различны. Эту среднюю скорость мы и будем называть *скоростью центроида.* Впрочем, термин “центроид” мы также будем по традиции использовать, главным образом для того, чтобы идентифицировать изучаемую группу звезд (например, центроид цефеид, центроид OB-звезд, скорость Солнца относительно центроида цефеид и т. д.) Легко понять, что введенная нами ранее галактическая прямоугольная система координат связана с определенным центроидом объектов.

3 Скорости объектов

Итак, все кинематические параметры, которые нас будут интересовать, в том числе и кривую вращения, мы будем относить к какой-либо выбранной группе звезд. Прежде всего выведем соотношения между компонентами гелиоцентрической скорости в локальной и галактической прямоугольной системе координат. Пусть $\vec{r}$ – радиус-вектор (столбец) рассматриваемого объекта

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos b\cos l \\ r\cos b\sin l \\ r\sin b \end{pmatrix}. \tag{1.1}$$

Продифференцировав этот вектор по времени, найдем компоненты гелиоцентрической скорости в прямоугольной галактической системе координат:

$$\dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{r}\cos b\cos l - r\dot{l}\cos b\sin l - r\dot{b}\sin b\cos l \\ \dot{r}\cos b\sin l + r\dot{l}\cos b\cos l - r\dot{b}\sin b\sin l \\ \dot{r}\sin b + r\dot{b}\cos b \end{pmatrix}. \tag{1.2}$$

Если расстояния измерять в парсеках, а углы в радианах, то, как нетрудно сообразить, компоненты скорости в локальной системе координат, выраженные в км/с, будут равны

$$\vec{V}_{loc} = \begin{pmatrix} V_r \\ V_l \\ V_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\dot{l}\cos b \\ r\dot{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_r \\ kr\mu_l \\ kr\mu_b \end{pmatrix},$$

где коэффициент $k = 4.738$ (км/с)·(год/(пк)/" переводит расстояния в парсеках и собственные движения, выраженные в угловых секундах в год, в компоненты скорости, выраженные в км/с [1]. Подставив выражения для V_r, V_l, V_b в (1.2), получим

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_r\cos b\cos l - V_l\sin l - V_b\sin b\cos l \\ V_r\cos b\sin l + V_l\cos l - V_b\sin b\sin l \\ V_r\sin b + V_l\cdot 0 + V_b\cos b \end{pmatrix} = G^T \times \begin{pmatrix} V_r \\ V_l \\ V_b \end{pmatrix}, \tag{1.3}$$

где матрица поворота G^T (смысл использования транспонированной матрицы скоро станет ясен) определяется выражением

$$G^T = \begin{pmatrix} \cos b\cos l & -\sin l & -\sin b\cos l \\ \cos b\sin l & \cos l & -\sin b\sin l \\ \sin b & 0 & \cos b \end{pmatrix}.$$

Умножим уравнение (1.3) слева на обратную матрицу $(G^T)^{-1}$ и, вспоминая, что обращение матрицы поворота, имеющей единичный определитель, сводится к ее транспонированию, получим выражение для вектора скорости объекта в локальной системе координат

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_l \\ V_b \end{pmatrix} = G \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \tag{1.4}$$

где матрица G равна

$$G = \begin{pmatrix} \cos b\cos l & \cos b\sin l & \sin b \\ -\sin l & \cos l & 0 \\ -\sin b\cos l & -\sin b\sin l & \cos b \end{pmatrix}. \tag{1.5}$$

Как правило, современные кинематические исследования охватывают большой объем Галактики вокруг Солнца. Выборка объектов движется с разной средней скоростью (т. е. скоростью центроида) в окрестности Солнца и в том месте, где располагается какой-либо конкретный объект выборки. Свяжем *местный* центроид S_0 с ближайшей солнечной окрестностью, а *текущий* центроид S – с элементарным объемом вокруг

какого-либо текущего объекта выборки. Пусть полная пространственная скорость текущего объекта выборки в Галактике равна

$$\vec{V}_{star} = \vec{V}_S + \vec{V}_{pec},$$

где $\vec{V}_S$ – скорость центроида выборки в том месте Галактики, где расположен текущий объект выборки, а $\vec{V}_{pec}$ – пекулярная (случайная) скорость объекта относительно средней скорости выборки (скорости центроида). Аналогичным образом полную скорость Солнца в Галактике можно записать в виде

$$\vec{V}_{Sun} = \vec{V}_{S_0} - \vec{V}_0,$$

где $\vec{V}_{S_0}$ – скорость местного центроида, а $\vec{V}_0$ – скорость местного центроида исследуемой выборки относительно Солнца. (Заметим, что речь идет о *любой выборке* объектов, вовсе не обязательно связанной со звездами солнечного типа.) Найдем *относительную* скорость объекта, равную

$$\Delta\vec{V}_* = \vec{V}_{star} - \vec{V}_{Sun} = (\vec{V}_S - \vec{V}_{S_0}) + (\vec{V}_0 + \vec{V}_{pec}). \tag{1.6}$$

4 Вклад систематических и случайных движений в локальную скорость

Первый член в правой части (1.6), стоящий в скобках, характеризует *поле систематических движений* в Галактике, т. е. влияние дифференциального вращения и некруговых систематических движений на наблюдаемые скорости. $\vec{V}_0$ характеризует движение местной выборки относительно Солнца (или Солнца относительно выборки), а $\vec{V}_{pec}$ в расчетах считается случайной величиной, причем чаще всего предполагают, что она распределена по трехмерному эллипсоидальному закону [1] (отметим, что скорость Солнца относительно местного центроида выборки в каком-то смысле тоже является случайной величиной). Поочередно найдем влияние этих членов на наблюдаемую относительную скорость $\Delta\vec{V}$. При этом остальными членами на время пренебрежем, а затем просуммируем все вклады.

4.1 Движение выборки

Начнем с учета движения местной выборки относительно Солнца и пекулярной скорости объекта. Пусть исследуемая выборка объектов движется относительно Солнца со

скоростью (в галактической прямоугольной системе координат)

$$\vec{V}_0 = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix}.$$

Полная скорость объекта (напомним, без учета систематических движений!) равна

$$\vec{V}_* = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{pec} \\ v_{pec} \\ w_{pec} \end{pmatrix},$$

где последний с столбец в правой части представляет собой вектор пекулярной скорости $\vec{V}_{pec}$. В локальной системе координат скорость объекта в соответствии с (1.4) можно записать в виде

$$\vec{V}_{loc} = G \times \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} + G \times \begin{pmatrix} u_{pec} \\ v_{pec} \\ w_{pec} \end{pmatrix}. \tag{1.7}$$

Это выражение дает возможность вычислить скорость $\vec{V}_0$ выборки относительно Солнца (или, что одно и то же, найти компоненты *апекса Солнца* относительно исследуемой выборки, только с обратным знаком) по измеренным лучевым скоростям, расстояниям и собственным движениям местной выборки (если влиянием дифференциального вращения Галактики можно пренебречь). Для этой цели выпишем в явном виде $\vec{V}_{loc}$, умножим обе части выражения (1.7) на G^T и усредним его по всем объектам местной выборки:

$$\left\langle G^T \times \begin{pmatrix} V_r \\ kr\mu_l \\ kr\mu_b \end{pmatrix} \right\rangle = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} u_{pec} \\ v_{pec} \\ w_{pec} \end{pmatrix} \right\rangle. \tag{1.8}$$

Поскольку усреднение последнего столбца в правой части уравнения по пекулярным скоростям по определению дает нулевой результат, искомый вектор скорости выборки $\vec{V}_0$ будет равен вектору в левой части уравнения (1.8).

4.2 Влияние дифференциального вращения

Займемся теперь членом $(\vec{V}_S - \vec{V}_{S_0})$, стоящим в правой части выражения (1.6) для $\Delta\vec{V}$ и рассмотрим вначале только влияние дифференциального вращения. Зададим поле скоростей вращения следующим образом. Во-первых, будем считать, что диск вращается вокруг оси симметрии Галактики. Во-вторых, предположим, что угловая скорость

вращения зависит от расстояния до оси вращения и от z–координаты центроида, т. е. $\vec{\omega} = \vec{\omega}\ (R, z)$. Известно, что диск Галактики вращается по часовой стрелке, если смотреть на него с северного полюса Галактики. Поэтому вектор угловой скорости будет направлен в отрицательную сторону оси z' галактоцентрической прямоугольной системы координат:

$$\vec{\omega}\ (R, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega\ (R, z) \end{pmatrix}.$$

Здесь $\omega\ (R, z)$ – модуль угловой скорости центроида S. Аналогичным образом можно записать угловую скорость местного центроида $\vec{\omega}_0 = \vec{\omega}\ (R_0, z_0)$. Пусть $\vec{R}_S$ – радиус-вектор исследуемого центроида, а $\vec{R}_0$ – радиус-вектор Солнца, т. е. начала галактической прямоугольной системы координат (см. рис. 1.1). Галактические прямоугольные координаты центроида S равны $(x,\ y,\ z)^T$, а местного центроида S_0 – $(0,\ 0,\ z_0)^T$. Тогда из рисунка ясно, что компоненты этих радиус-векторов имеют вид:

$$\vec{R}_S = \begin{pmatrix} x - R_0 \\ y \\ z \end{pmatrix}; \quad \vec{R}_0 = \begin{pmatrix} -R_0 \\ 0 \\ z_0 \end{pmatrix}. \tag{1.9}$$

Вращательные скорости центроидов равны соответственно векторным произведениям $\vec{V}_S = \vec{\omega}\ (R, z) \times \vec{R}_S$ и $\vec{V}_{S_0} = \vec{\omega}\ (R_0, z_0) \times \vec{R}_0$. Распишем их, как это обычно делается, в виде определителей:

$$\vec{V}_S = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -\omega\ (R, z) \\ x - R_0 & y & z \end{vmatrix} = y\omega\ (R, z) \cdot \vec{i} - (x - R_0)\omega\ (R, z) \cdot \vec{j} \tag{1.10}$$

и

$$\vec{V}_{S_0} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -\omega\ (R_0, z_0) \\ -R_0 & 0 & z_0 \end{vmatrix} = R_0\omega\ (R_0, z_0) \cdot \vec{j}, \tag{1.11}$$

где $(\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$ – орты системы координат. Тогда относительная скорость центроида S будет равна разности скоростей

$$\Delta\vec{V}_{rot} = \vec{V}_S - \vec{V}_{S_0} = y\omega\ (R, z,) \cdot \vec{i} + [R_0(\omega\ (R, z) - \omega\ (R_0, z_0)) - x\omega\ (R, z)] \cdot \vec{j}. \tag{1.12}$$

Обозначив $\omega = \omega\ (R, z,)$, $\omega_0 = \omega\ (R_0, z_0)$, запишем компоненты разности скоростей в прямоугольной галактической системе координат в виде:

$$\Delta\vec{V}_{rot} = \begin{pmatrix} u_{rot} \\ v_{rot} \\ w_{rot} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y\omega \\ R_0(\omega - \omega_0) - x\omega \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1.13}$$

Зная относительную скорость центроидов в прямоугольной галактической системе координат, можно найти связанную с дифференциальным вращением скорость V_{rot} в локальной системе координат. Для этого применим к (1.13) формулу преобразования (1.4), подставив явное выражение (1.5) для матрицы поворота G:

$$\vec{V}_{loc,\,rot} = \begin{pmatrix} V_r \\ V_l \\ V_b \end{pmatrix} = G \times \begin{pmatrix} u_{rot} \\ v_{rot} \\ w_{rot} \end{pmatrix}_{rot} = G \times \begin{pmatrix} y\omega \\ R_0(\omega-\omega_0) - x\omega \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos b\cos l & \cos b\sin l & \sin b \\ -\sin l & \cos l & 0 \\ -\sin b\cos l & -\sin b\sin l & \cos b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y\omega \\ R_0(\omega-\omega_0) - x\omega \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Выразив (x, y, z) из (1.1) через расстояние r и галактические координаты, найдем поочередно компоненты локальной скорости $\vec{V}_{loc,\,rot}$: (V_r, V_l, V_b).

$$V_r = y\omega\cos b\cos l + [R_0(\omega-\omega_0) - x\omega]\cos b\sin l$$
$$= r\omega\cos^2 b\,\sin l\cos l + R_0(\omega-\omega_0)\cos b\sin l - r\omega\cos^2 b\,\sin l\cos l$$
$$= R_0(\omega-\omega_0)\sin l\cos b,$$

$$V_l = kr\mu_l = -y\omega\sin l + [R_0(\omega-\omega_0) - x\omega]\cos l$$
$$= -r\omega\cos b\sin^2 l + R_0(\omega-\omega_0)\cos l - r\omega\cos b\cos^2 l$$
$$= R_0(\omega-\omega_0)\cos l - r\omega\cos b,$$
$$= R_0(\omega-\omega_0)\cos l - r(\omega-\omega_0+\omega_0)\cos b$$
$$= R_0(\omega-\omega_0)\cos l - r(\omega-\omega_0)\cos b - r\omega_0\cos b$$
$$= (R_0\cos l - r\cos b)(\omega-\omega_0) - r\omega_0\cos b,$$

$$V_b = kr\mu_b = -y\omega\sin b\cos l - [R_0(\omega-\omega_0) - x\omega]\sin b\sin l$$
$$= -r\omega\sin b\cos b\sin l\cos l - R_0(\omega-\omega_0)\sin b\sin l + r\omega\sin b\cos b\sin l\cos l$$
$$= -R_0(\omega-\omega_0)\sin l\sin b$$
$$= -V_r\tan b.$$

Итак, вклад дифференциального вращения может быть записан в локальной системе координат в виде знаменитых *формул Боттлингера* [1] (стр. 82):

$$\vec{V}_{loc,\,rot} = \begin{pmatrix} V_r \\ kr\mu_l \\ kr\mu_b \end{pmatrix}_{rot} = \begin{pmatrix} R_0(\omega-\omega_0)\sin l\cos b \\ (R_0\cos l - r\cos b)(\omega-\omega_0) - r\omega_0\cos b \\ -R_0(\omega-\omega_0)\sin l\sin b \end{pmatrix} \qquad (1.14)$$

Формулы Боттлингера *точны* в рамках используемой модели галактического дифференциального вращения, в том смысле, что они справедливы для любых расстояний r. Далее будут выведены приближенные *формулы Оорта*, справедливые не только в близкой солнечной окрестности, но и в кольце с диапазоном расстояний $|R - R_0| << R_0$.

Займемся теперь практическим использованием выведенных формул Боттлингера. Уже первого взгляда на них достаточно, чтобы понять, что лучевая скорость зависит только от *разности* угловых скоростей исследуемого и местного центроидов. Это означает, что поле одних лишь лучевых скоростей не позволяет найти угловую скорость вращения диска ω_0. Угловая скорость ω_0 входит (отдельно от разности угловых скоростей!) только в уравнение для V_l; следовательно, только анализ собственных движений по галактической долготе μ_l позволяет определить само значение угловой скорости.

Самый простой случай – когда угловая скорость вращения не зависит от z-координаты и является функцией лишь расстояния до оси вращения R. Такое вращение называется *баротропным*. Исследование кинематики плоских подсистем молодых объектов, по-видимому, подтверждает такое предположение. Выведем соответствующие формулы для этого простейшего случая, впрочем, наиболее часто рассматриваемого в астрономической литературе. Итак, если $\omega = \omega\ (R)$, $\omega_0 = \omega\ (R_0)$, то их разность можно разложить в ряд по степеням $(R - R_0)$ до некоторого максимального порядка, определяемого, главным образом, масштабами исследуемой области. Опыт показывает, что для исследования кинематики оптических объектов (звезд, звездных скоплений и ассоциаций) достаточно разложения вплоть до 3-го порядка включительно. Для газовой составляющей (нейтральный HI и ионизованный водород HII, молекулярные облака) порядок может быть более высоким. Итак,

$$\omega - \omega_0 \approx \omega_0' \,(R - R_0) + \frac{1}{2!}\,\omega_0''\,(R - R_0)^2 + \frac{1}{3!}\,\omega_0'''\,(R - R_0)^3 + ... \tag{1.15}$$

Рассматривая треугольник “центр Галактики – Солнце – исследуемый центроид S”, легко сообразим, что расстояние до оси вращения R определится из выражения

$$R^2 = R_0^2 + r^2 \cos^2 b - 2rR_0 \cos b \cos l. \tag{1.16}$$

После подстановки (1.15) в (1.14) выражение для $\vec{V}_{rot}$ будет явно содержать производные от угловой скорости, характеризующие форму кривой вращения. Как будет показано далее, их можно определить по наблюдательным данным.

Кривая вращения более старых подсистем – например, толстого диска – может зависеть и от z-координаты. В этом случае выражение для $\omega - \omega_0 = \omega\ (R, z) - \omega\ (R_0, z_0)$

следует разложить по степеням $z^\alpha(R-R_0)^\beta$ в окрестности точки $(R_0, 0)$, причем достаточно ограничиться небольшими показателями степени α, поскольку вертикальное изменение кривой вращения значительно меньше радиального. При этом в выражении (1.14) появятся производные ω'_z, ω''_{zz} и смешанные производные вида ω''_{zR}, ω'''_{RRz}, ω'''_{Rzz} и т. д. Оставляем точный вывод соответствующих формул читателю. Отметим, однако, что вертикальное изменение кривой вращения для подсистем диска определяется очень ненадежно [3].

4.3 Радиальные движения центроидов

Модель чисто кругового вращения в общем неплохо описывает движение большинства объектов в галактическом диске. Звездная динамика предсказывает, что в равновесной осесимметричной галактике может существовать только круговое движение центроидов [4]. Однако в реальных галактиках наблюдаются значительные отклонения распределения масс от осевой симметрии. Прежде всего, это бароподобные структуры в центральных областях галактик, в том числе и в нашей. Отклонение формы балджа Галактики от круговой симметрии в настоящее время прослежено по асимметрии распределения яркости в инфракрасном диапазоне и по данным микролинзирования [12]. По разным оценкам, величина большой полуоси галактического бара составляет 3.5 - 4 кпк, отношение осей около 1 : 0.6 : 0.4, а угол между большой осью и направлением "центр Галактики - Солнце" – от 10° до 55°. [1]

Гравитационные возмущения от вращающегося бара отклоняют поле скоростей звезд диска от чисто кругового, часто на десятки км/с. Одним из кинематических проявлений бара в нашей Галактике могут быть хорошо известное "расщепление" кривой вращения нейтрального водорода, построенной методом тангенциальных точек (см. раздел 5.1) в северной и южной частях Млечного Пути [5]. Вторая причина отклонения от чисто круговых движений – наличие спиральной структуры, связанной с волнами плотности и спиральными возмущениями гравитационного потенциала Галактики. Ее влиянием могут объясняться "горбы" на упомянутой кривой вращения нейтрального водорода, а также выявленные многими исследователями периодические изменения остаточных скоростей молодых объектов в окрестности Солнца (см., например, [9]) и характерная для волны плотности (см., например, [11], стр. 111) картина потоковых остаточных дви-

[1] В ряде работ выделяются более сложные структуры, например, небольшой внутренний бар.

жений [10]. И, наконец, во многих спиральных галактиках наблюдается изгиб газового слоя, причина которого не вполне ясна. В нашей Галактике величина отклонения газового слоя от плоскости симметрии на расстояниях порядка 12-15 кпк достигает 4-5 кпк (!). Очевидно, изгиб неизбежно вызывает не только радиальные, но и вертикальные движения.

Таким образом, возникает необходимость каким-то образом описать отклонения от чисто кругового движения центроидов. Отклонения в самом общем случае можно разложить на тангенциальный и радиальный компоненты и описать их некоторыми моделями систематических движений (например, полем остаточных скоростей в волне плотности). Тангенциальный компонент направлен вдоль или против вращения Галактики, т. е. он увеличивает или уменьшает круговую скорость центроидов и, следовательно, угловую скорость вращения. Формулы для влияния тангенциальных движений на наблюдаемые лучевые скорости и собственные движения мы уже вывели. Теперь займемся чисто радиальными движениями. Для простоты рассмотрим только *плоские* движения, параллельные галактической плоскости, не зависящие от z-координаты. Обозначим поле радиальных скоростей через $\vec{\Pi}(\vec{R})$. В качестве положительного направления радиальных движений выберем направление от центра Галактики. Как и ранее для круговых скоростей, запишем выражение для радиальных скоростей центроидов S и S_0. Нетрудно сообразить, что они равны

$$\vec{V}_S = \begin{pmatrix} \Pi\frac{x-R_0}{R} \\ \Pi\frac{y}{R} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{V}_0 = \begin{pmatrix} -\Pi_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $\Pi = \Pi\ (R, \theta)$, $\Pi_0 = \Pi\ (R_0, 0)$, θ – позиционный угол центроида, отсчитываемый в плоскости диска из центра Галактики от направления на Солнце. Относительная скорость центроида S в галактической прямоугольной системе координат равна

$$\Delta\vec{V}_{rad} = \vec{V}_S - \vec{V}_0 = \begin{pmatrix} \Pi\frac{x-R_0}{R} + \Pi_0 \\ \Pi\frac{y}{R} \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1.17}$$

В локальной системе координат эта разность скоростей превратится, согласно (1.4), в

$$\vec{V}_{loc,\,rad} = \begin{pmatrix} V_r \\ V_l \\ V_b \end{pmatrix} = G \times \Delta\vec{V}_{rad}.$$

Выпишем этот вектор покомпонентно, подставив выражение для матрицы G (1.5) и раскрыв x, y, z через r, l, b:

$$
\begin{aligned}
V_r &= (\Pi\frac{x}{R} + \Pi_0 - \Pi\frac{R_0}{R})\cos b\cos l + \Pi\frac{y}{R}\cos b\sin l \\
&= (\Pi_0 - \Pi\frac{R_0}{R})\cos b\cos l + \Pi\frac{r}{R}\cos^2 b \\
&= R_0(\frac{\Pi_0}{R_0} - \frac{\Pi}{R})\cos b\ \cos l + \frac{\Pi}{R}r\cos^2 b, \\
V_l = kr\mu_l &= -(\Pi\frac{x}{R} + \Pi_0 - \Pi\frac{R_0}{R})\sin l + \Pi\frac{y}{R}\cos l \\
&= (\Pi\frac{R_0}{R} - \Pi_0)\sin l - \Pi\frac{x}{R}\sin l + \Pi\frac{y}{R}\cos l \\
&= R_0(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0})\sin l, \\
V_b = kr\mu_b &= -(\Pi\frac{x}{R} + \Pi_0 - \Pi\frac{R_0}{R})\sin b\cos l - \Pi\frac{y}{R}\sin b\sin l \\
&= -R_0(\frac{\Pi_0}{R_0} - \frac{\Pi}{R})\sin b\cos l - \frac{\Pi}{R}r\sin b\cos b = -V_r\tan b.
\end{aligned}
\tag{1.18}
$$

Введя обозначения $\varepsilon = \frac{\Pi}{R}$, $\varepsilon_0 = \frac{\Pi_0}{R_0}$ (обе величины имеют размерность угловой скорости!), мы можем переписать выражение для $\vec{V}_{loc,\,rad}$ в виде

$$
\vec{V}_{loc,\,rad} = \begin{pmatrix} -[R_0(\varepsilon - \varepsilon_0)\cos l - \varepsilon r\cos b]\cos b \\ R_0(\varepsilon - \varepsilon_0)\sin l \\ [R_0(\varepsilon - \varepsilon_0)\cos l - \varepsilon r\cos b]\sin b \end{pmatrix}
\tag{1.19}
$$

и увидим явную аналогию с формулами Боттлингера (1.14) для чисто кругового вращения: только формула Боттлингера для V_r похожа на формулу для влияния радиального движения на V_l и наоборот. В отличие от чисто кругового движения центроидов, явное вычисление параметров, описывающих некруговые движения, требует, как уже говорилось, конкретной модели.

4.4 Приближение Оорта

Как уже говорилось, формулы Боттлингера (1.14) являются точными. Однако для узкого диапазона расстояний $|R - R_0| << R_0$ эти формулы можно существенно упростить. В разложении (1.15) для $(\omega - \omega_0)$ будем считать, что разность $|R - R_0| << R_0$. В этом предположении из (1.16) получим с точностью до линейных по r членов:

$$
R \approx R_0(1 - \frac{r}{R_0}\cos b\cos l),
$$

откуда $R - R_0 \approx -r\cos b\cos l$. Снова с точностью до линейных по r членов получим из (1.15)

$$\omega - \omega_0 \approx \omega_0' \left(R - R_0\right) \approx -r\omega_0' \cos b \cos l.$$

Подставим это выражение в формулы для компонентов скорости V_r, V_l, V_b из (1.14) и ограничимся линейными по r членами:

$$\begin{aligned} V_r &\approx -R_0 r\omega_0' \cos^2 b \cos l \sin l = -\frac{1}{2} R_0 \omega_0' r \sin 2l \cos^2 b = Ar \sin 2l \cos^2 b; \\ V_l &\approx -\omega_0' r \cos b \cos l \left(R_0 \cos l - r\cos b\right) - \omega_0 r \cos b \approx 2Ar \cos b \cos^2 l - \omega_0 r \cos b \\ &= Ar\cos b \left(1 + \cos 2l\right) - \omega_0 r \cos b = Ar \cos 2l \cos b + \left(A - \omega_0\right) r \cos b; \qquad (1.20) \\ V_b &\approx= -V_r \operatorname{tg} b = -\frac{1}{2} Ar \sin 2l \sin 2b, \end{aligned}$$

где введено обозначение для постоянной Оорта $A = -R_0\omega_0'/2$. Благодаря наличию в формулах (1.20) множителей $\sin 2l$ и $\cos 2l$ обычно говорят о “двойной волне” в лучевых скоростях и собственных движениях по галактической долготе (другими словами, в интервале от $0°$ до $360°$ существует четыре направления, соответствующих нулевым значениям лучевой и тангенциальной скорости). Отметим, что *формулы Оорта* (1.20) линейны по гелиоцентрическому расстоянию r.

Вспоминая, что $V_l = kr\mu_l$, $V_b = kr\mu_b$, перепишем две последних формулы Оорта в виде

$$k\mu_l \approx A\cos 2l \cos b + \left(A - \omega_0\right) \cos b,$$

$$k\mu_b \approx \frac{1}{2} A \sin 2l \sin 2b.$$

Если рассматривать параметры A и ω_0 как неизвестные, подлежащие определению на основе анализа собственных движений объектов, становится ясно, что значения этих параметров не зависят от используемой *шкалы расстояний* объектов, поскольку их расстояния в формулу не входят. И напротив, значение постоянной Оорта A, получаемое по лучевым скоростям – см. первую формулу Оорта (1.20) – зависит от шкалы расстояний. Этот очень важный вывод лежит в основе одного из простейших вариантов *метода статистических параллаксов* [13], используемого для уточнения шкалы расстояний. [2]

[2] Суть этого варианта состоит в подборе такой шкалы расстояний, чтобы значения постоянной Оорта A, найденные раздельно по лучевым скоростям и собственным движениям, совпали между собой.

5 Определение кинематических параметров выборки и кривой вращения Галактики

Теперь у нас есть все необходимое, чтобы вывести выражение для полной скорости объекта с учетом систематических движений – дифференциального вращения Галактики и радиальных движений – и случайных скоростей. Для этого используем выведенные нами ранее формулы (1.7, 1.14, 1.19). Итак, полная гелиоцентрическая скорость звезды в локальной системе координат может быть записана в виде суммы скорости местного центроида $\vec{V}_0$ относительно Солнца, вклада дифференциального вращения $\vec{V}_{loc,\,rot}$ (1.14), вклада радиальных движений $\vec{V}_{loc,\,rad}$ (1.19) и остаточной (случайной) скорости звезды $\vec{V}_{pec}$ относительно исследуемого центроида (в окрестности данной звезды):

$$\vec{V}_{loc} = G \times \vec{V}_0 + \vec{V}_{loc,\,rot} + \vec{V}_{loc,\,rad} + G \times \vec{V}_{pec}. \tag{1.21}$$

Это векторное выражение может быть записано для каждой звезды из рассматриваемой выборки. Вклады систематических движений зависят от некоторого набора кинематических параметров, задающих модели систематических движений, от галактических координат и текущих значений галактоцентрических расстояний. Скорость местного центроида $\vec{V}_0$ также является общим параметром для всей выборки звезд. Случайный характер носит последний член выражения. В предположении трехмерного нормального (или, как говорят, “эллипсоидального”) распределения остаточных скоростей в каждой точке Галактики можно определить неизвестные кинематические параметры, описывающие дифференциальное вращение и радиальные движения, например, с помощью *метода максимального правдоподобия* [13].

Часто бывает, что для выборки отсутствуют данные о пространственных скоростях, а есть, например, только лучевые скорости. Тогда можно найти набор кинематических параметров, используя только первый компонент вектора $\vec{V}_{loc}$. Легко понять, что при этом не удается определить угловую скорость вращения Галактики ω_0.

Еще одно замечание по поводу определения кинематических параметров. Как уже говорилось, скорость местного центроида $\vec{V}_0$ является одним из таких параметров. Ее можно определить для исследуемой выборки. Однако на практике иногда, чтобы уменьшить число неизвестных параметров, *задают* скорость Солнца по отношению, например, к стандартному апексу. (Напомним, что стандартный апекс определяется как движение Солнца по отношению к ярким звездам.) Задав скорость Солнца, мы тем самым

выбираем некоторый местный центроид, к которому и будем, используя формулы Боттлингера, относить вызванные дифференциальным вращением лучевые и тангенциальные скорости. Действительно, в выражении (1.11) для линейной скорости $\vec{V}_{S_0}$ угловая скорость $\omega\ (R_0, z_0)$ вовсе не обязательно относится к исследуемому центроиду S, это может быть угловая скорость некоторого *произвольного* центроида S_0. В этом случае алгоритм определения кинематических параметров следует несколько изменить.

В уравнения (1.14) входит разность $(\omega - \omega_0)$, которую можно переписать в виде

$$\omega - \omega_0 = \omega^S(R) - \omega^{S_0}(R_0) = \omega^S(R) - \omega^S(R_0) + \omega^S(R_0) - \omega^{S_0}(R_0) = \omega^S(R) - \omega^S(R_0) + \Delta\omega_0,$$

где верхние индексы S и S_0 относятся соответственно к центроидам S и S_0, а

$$\Delta\omega_0 = \omega^S(R_0) - \omega^{S_0}(R_0)$$

– локальная разность угловых скоростей двух центроидов S и S_0, а разность $\omega^S(R) - \omega^S(R_0)$ уже относится к исследуемому центроиду S и, собственно говоря, описывает дифференциальное вращение выборки и может быть представлена в стандартном виде (1.15). Теперь в векторных уравнениях (1.21) скорость выборки $\vec{V}_0$ уже не является неизвестным параметром, но добавляется новая неизвестная величина $\Delta\omega_0$.

Приведем простой пример такого подхода. Предположим, мы определяем кривую вращения для выборки классических цефеид, задав при этом скорость Солнца относительно стандартного апекса, равную $(u_0,\, v_0,\, w_0) = (10.2,\, 15.1,\, 7.4)$ км/с [1]. Тогда определяемая из наблюдений величина $\Delta\omega_0$ будет равна разности угловых скоростей вращения центроида цефеид и центроида ярких звезд на расстоянии Солнца.

На следующем рисунке 1.2 показана кривая вращения Галактики, определенная по молодым оптическим объектам - цефеидам, молодым рассеянным скоплениям, сверхгигантам, ионизованному и нейтральному водороду после согласования их шкал расстояний [14].

Приведем значения основных кинематических параметров выборки молодых объектов (цефеид, OB-ассоциаций, рассеянных скоплений), определенных методом максимума правдоподобия [14].

$\omega_0 = (27.5 \pm 1)$ км/с/кпк,

$\omega_0^{'} = (-4.5 \pm 0.2)$ км/с/кпк^2,

$\omega_0^{''} = (0.8 \pm 0.3)$ км/с/кпк^3,

$(u_0, v_0, w_0) = -(10 \pm 1,\ 12 \pm 1,\ 7 \pm 1)$ км/с,

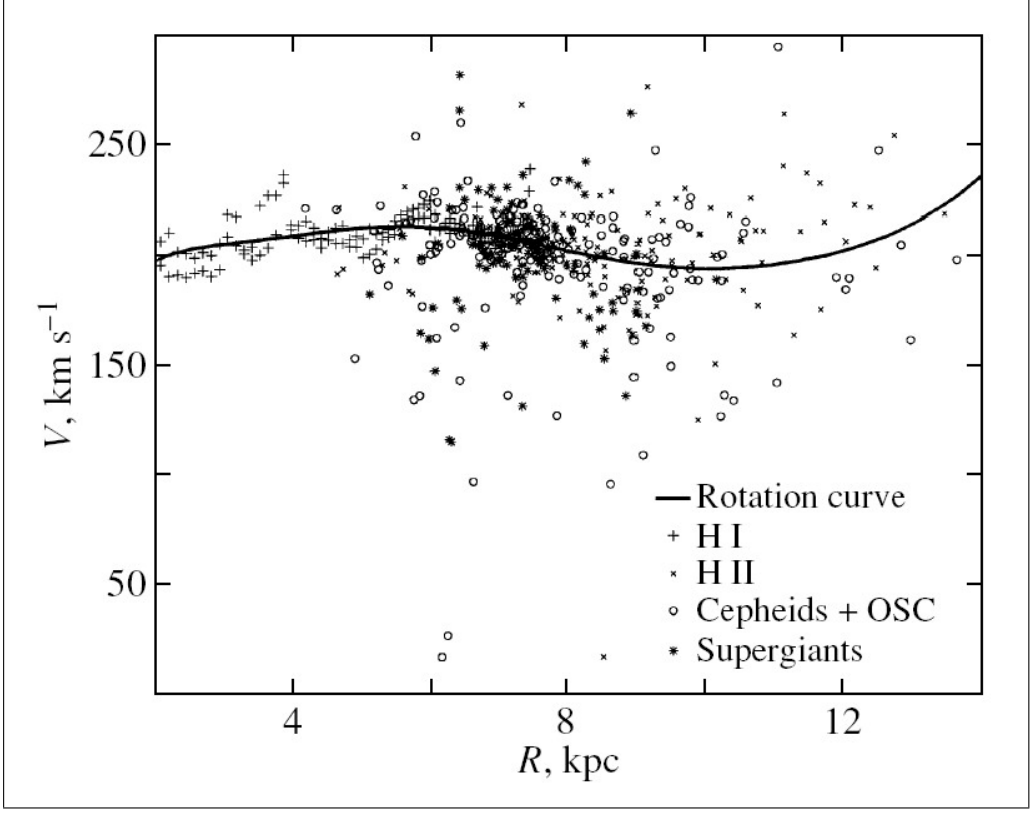

Рис. 1.2: Средняя кривая вращения молодых подсистем галактического диска.

$(\sigma_R, \sigma_\Theta, \sigma_Z) = (14 \pm 1,\ 9 \pm 1,\ 7 \pm 1)$ км/с.

Скорость вращения молодых подсистем на расстоянии Солнца ($R_0 = 7.5 \pm 0.3$ кпк) оказывается равной $\omega_0 \times R_0 \approx 206 \pm 11$ км/с.

Было бы преждевременно полагать, что кривая вращения нашей Галактики хорошо известна и исследования в этом направлении можно завершить. В качестве иллюстрации приведем рис. 1.3, на котором собраны воедино средние кривые вращения, полученные разными авторами в последние годы.

Налицо значительное расхождение кривых вращения (на 30-50 км/с) и ее неопределенность на периферии диска. Основная причина расхождения результатов - несогласованность шкал расстояния разных объектов, используемых различными авторами. Так, систематическое завышение расстояний объектов приводит к росту скорости вращения с расстоянием, и наоборот.

Ход кривой вращения на расстояниях более 10 кпк представляет особенный интерес с точки зрения поиска скрытой массы на периферии галактик. “Плоские” кривые вращения, т.е. постоянство линейной скорости вплоть до расстояний порядка 20-25 кпк, а иногда и до 40-50 кпк, обнаружены у многих спиральных галактик (рис. 1.4, 1.5). Это

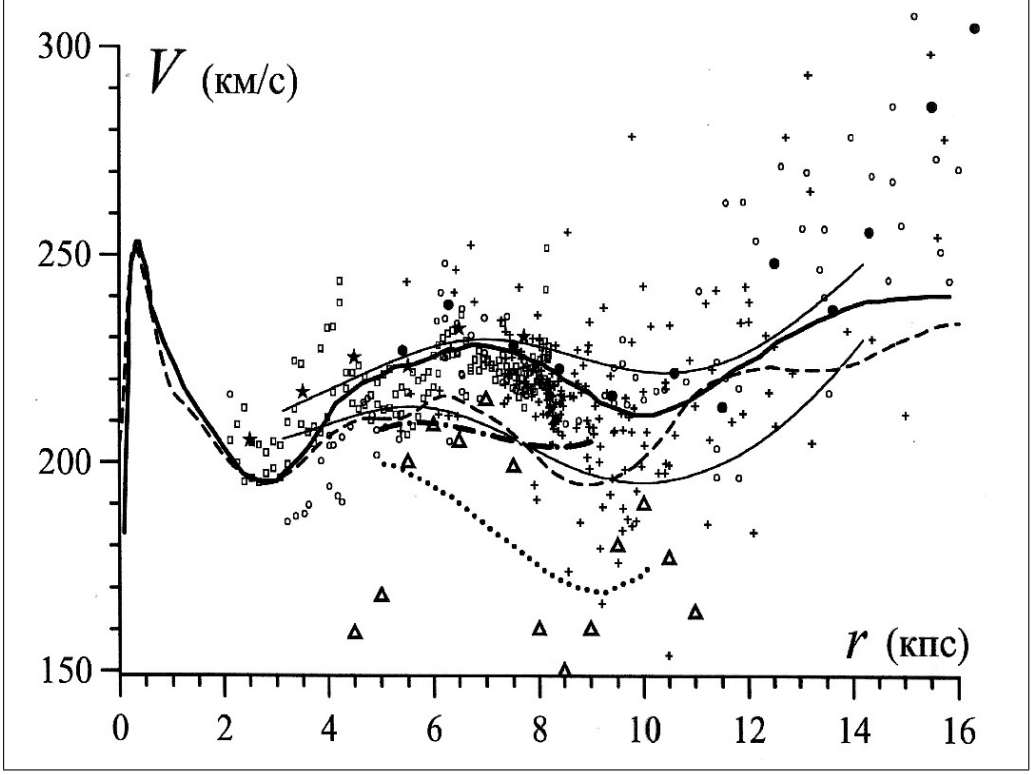

Рис. 1.3: Кривые вращения Галактики.

говорит о значительной скрытой массе, вероятно, сосредоточенной в сфероидальном изотермическом гало с профилем плотности $\sim R^{-2}$.

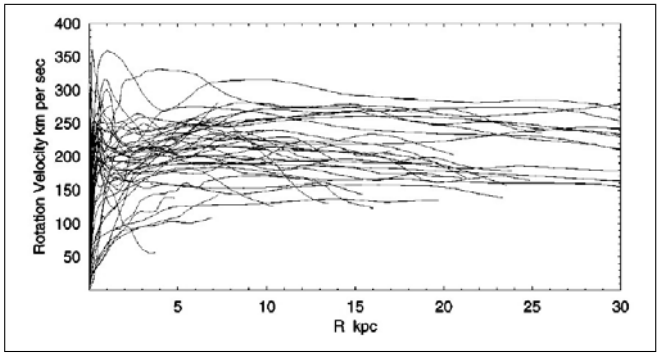

Рис. 1.4: Длинные кривые вращения спиральных галактик (см. обзор Sofue Y., Rubin V. "Rotation curves of spiral galaxies", Ann.Rev.Astron.Astrophys. V.39, P.137-174,2001).

5.1 Кривая вращения атомарного водорода HI

Для определения кривой вращения нейтрального водорода в пределах "солнечного круга" (т.е. при $R < R_0$) используется остроумный особый метод *тангенциальной точки* (вольный, но адекватный перевод английского сочетания *terminal velocity – предельная*

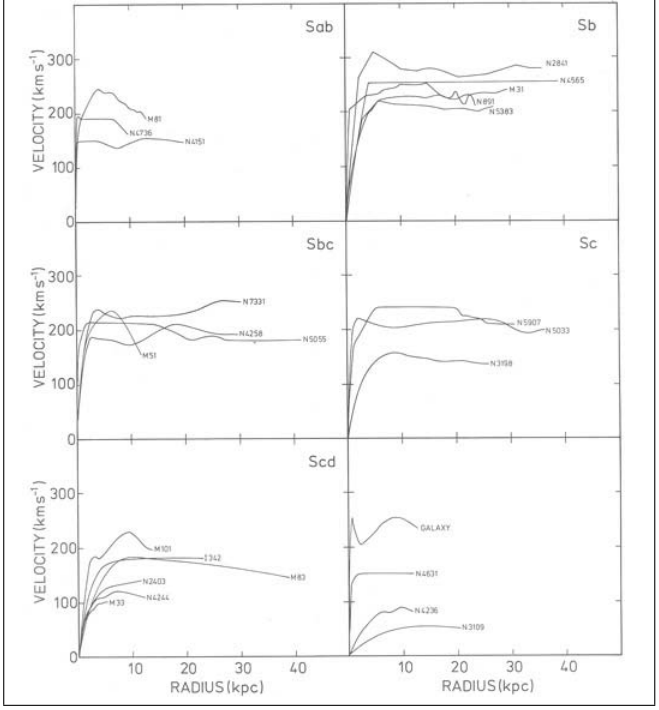

Рис. 1.5: Кривые вращения некоторых спиральных галактик (см. Bosma A. “The distribution and kinematics of neutral hydrogen in spiral galaxies of various morphological types”, PhD Thesis, Groningen Univ., 1978).

скорость). Прежде всего скажем несколько слов о физике излучения нейтрального (или атомарного) водорода H I, составляющего по массе до 10% вещества диска. Он распределен в виде широкого кольца (от 2 кпк до периферии) с максимальной плотностью, достигающей 0.4 - 0.5 атомов/см^3. Характерная полутолщина газового слоя составляет примерно 100 пк, а начиная с 10-12 кпк систематически растет и диск искривляется.

Основной энергетический уровень атома водорода расщеплен на два подуровня, формирующих сверхтонкую структуру и различающихся ориентацией спинов электрона и протона. В состоянии с параллельными спинами энергия атома на $\Delta\epsilon = \epsilon(\uparrow\uparrow) - \epsilon(\uparrow\downarrow) \approx 6 \times 10^{-6}\, eV$ выше, чем в состоянии с антипараллельными спинами. Эта разность энергий соответствует частоте кванта излучения 1420.4 MHz ($\lambda \approx 21.105$ см). Температура в облаках H I $T \sim 100K$ заведомо превышает $2.7K$ (температуру реликтового фонового излучения, для которого $h\nu \sim 2.3 \times 10^{-4} eV$), поэтому верхний подуровень всегда хорошо заселен. Поскольку у атома водорода в этом состоянии электрический дипольный момент отсутствует, переход является запрещенным, и возбужденный атом находится в метастабильном состоянии со временем жизни $\sim 10^7$ лет; из-за атомных столкновений время высвечивания сокращается примерно до ~ 400 лет. При этом соб-

ственная ширина линии составляет ничтожную величину $\delta\nu \approx 5 \times 10^{-13}$ Гц, что соответствует Допплеровскому уширению $\sim 10^{-16}$ км/с.

В действительности есть три механизма значительного уширения линии 21 см:

– тепловое движение атомов со скоростью порядка 1 км/с;

– турбулентное движение облаков атомарного водорода со скоростями около 5 км/с;

– влияние дифференциального вращения диска Галактики на облака атомарного водорода, расположенные на луче зрения; его вклад имеет порядок 100 км/с.

В итоге полная ширина радиолинии атомарного водорода составляет около 200 км/с, а ее оптическая толща, как правило, невелика ($\tau < 1$). Отсюда непосредственно следует, что диск Галактики практически прозрачен в линии 21 см, что делает атомарный водород прекрасным средством изучения его структуры и кинематики.

Рассмотрим кратко суть метода *тангенциальной точки.* Предположим, что изображенный на рис. 1.6 диск вращается по часовой стрелке, и угловая скорость вращения $\omega(R)$, как это и наблюдается в действительности, монотонно убывает с расстоянием от оси.

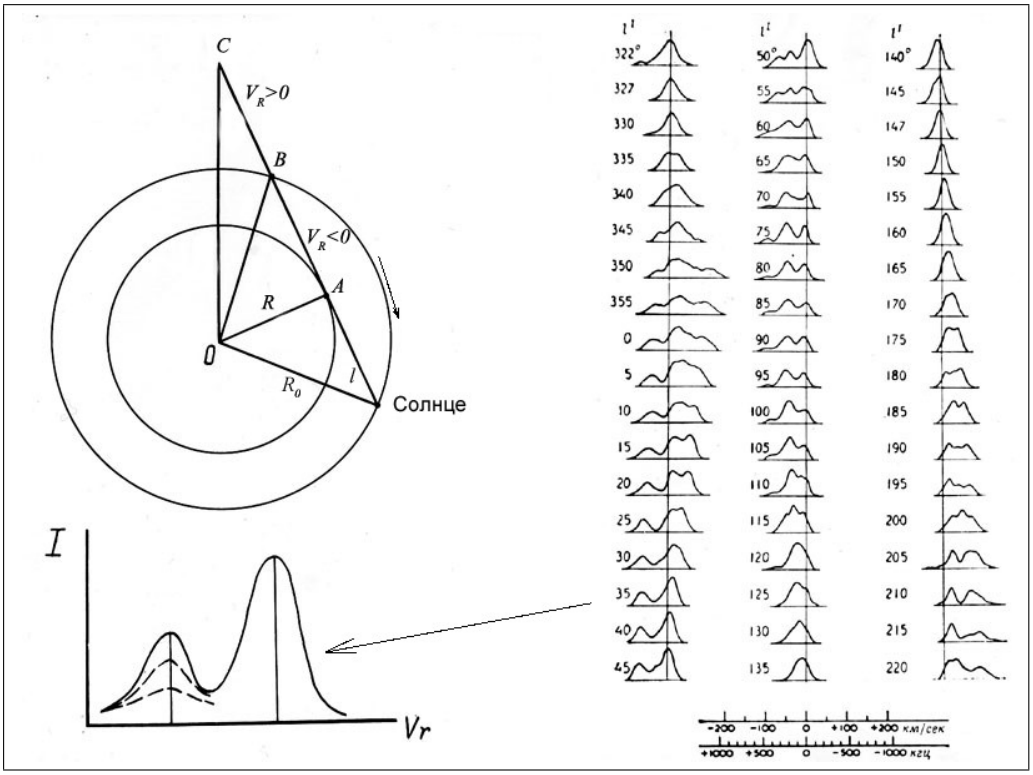

Рис. 1.6: Формирование профилей радиолиний.

Проанализируем скорости облаков атомарного водорода, располагающихся вдоль луча, соединяющего Солнце с областью C. Очевидно, что облака в области между

Солнцем и точкой B (внутри солнечного круга) будут “обгонять” Солнце и иметь отрицательную лучевую скорость, облака в области B - нулевую скорость, а периферийные облака, лежащие вне солнечного круга в области C - положительную лучевую скорость (отставая от Солнца). Максимальную скорость *приближения* будет иметь газ в точке A, где облака ближе всего к оси вращения Галактики. Количественно это явление описывается выражением для вклада вращения в лучевую скорость в первой строке (1.14): $V_r = R_0(\omega - \omega_0)\sin l \cos b$. Отсюда сразу видно, что в диске с монотонно спадающей угловой скоростью лучевая скорость газа будет максимальной (по модулю) там, где ω максимальна, т.е. луч зрения проходит на минимальном расстоянии $R = R_0\, sinl$ (в тангенциальной точке) и касается окружности.

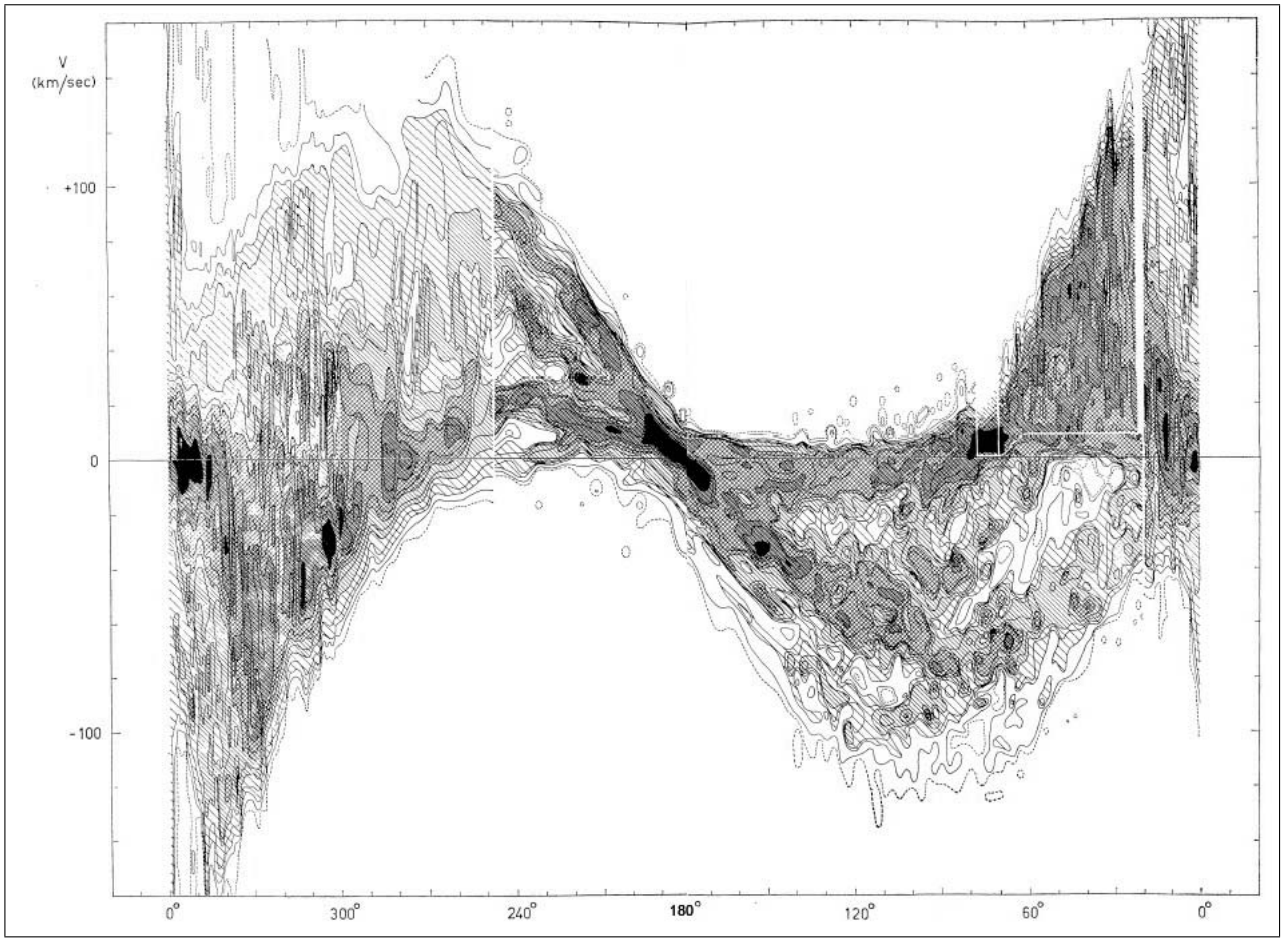

Рис. 1.7: Карта распределения “оптической толщи” атомарного водорода на диаграмме “скорость - долгота” (Lindblad P.O. Distribution and motions of gas in the disk. IAU Sympos. No.31, P.143-160, 1967).

Итак, в плоскости диска ($b = 0$) наблюдаемая высокоскоростная (в интервале галактических долгот от 0° до 90°) или низкоскоростная (в интервале долгот от 270° до 360°)

границы профиля радиолинии 21 см, как следует из предыдущей формулы, соответствуют $V_r(terminal) = R\,\omega(R_0\,\sin l) - R_0\,\omega_0\,\sin l = V(R_0 \sin l) - V_0 \sin l$, т.е. мы получаем кривую вращения $V(R_0 \sin l) = V_0 \sin l + V_r(terminal)$ в пределах "солнечного круга".

На рис. 1.7 показана карта радиояркости атомарного водорода. Она представляет собой линии равной "оптической толщи" на диаграмме "лучевая скорость - галактическая долгота". Мысленно разрезав диаграмму вертикальной линией $l = const$, мы получаем профиль радиолинии на данной долготе, выраженный в допплеровских скоростях. Обратим внимание на две особенности диаграммы.

Во-первых, в интервалах галактических долгот $0 - 90°$ (т.е. в первом квадранте Галактики) и $270° - 360°$ (в четвертом квадранте), резкие границы радиолиний и систематический ход терминальных скоростей $V_r(terminal)$ позволяют найти изменение скорости вращения с расстоянием в пределах солнечного круга.

Во-вторых, во всем интервале долгот просматривается диффузная (не очень резкая) синусоидальная огибающая $V_r(diffuse) = -A\,sinl$ с амплитудой $A \approx 130$ км/с. Взглянув на рис. 1.6 и вспомнив предыдущие рассуждения, мы легко сообразим, что она связана с излучением атомарного водорода на границе газового диска Галактики. Действительно, если ω_d есть угловая скорость вращения края диска, то при $b = 0$ из выражения для лучевой скорости можно получить $V_r(diffuse) \approx R_0\,(\omega_d - \omega_0)\,sinl \approx -A\,sinl$, где $A \approx -R_0\,(\omega_d - \omega_0)$.

В предположении плоской кривой вращения попытаемся оценить радиус газового диска Галактики. Для этого используем последнее выражение для амплитуды синусоидального компонента. $A \approx -R_0\,\omega_d + R_0\,\omega_0 \approx -R_0\,V_0/R_d + V_0$, где V_0, R_d – круговая скорость (по предположению, постоянная) и радиус газового диска соответственно. Подставив значения $R_0 \approx 206$ км/с и $R_0 \approx 7.5$ кпк, получим $R_d \approx 20$ кпк. Разумеется, если круговая скорость спадает на периферии Галактики, эта оценка уменьшится.

Скорость вращения атомарного водорода, определенная методом тангенциальной точки, показана на рис. 1.2 прямыми крестиками. Нанесены данные, полученные раздельно по первому и четвертому квадрантам. Уже на этом рисунке видно, что между скоростями вращения в первом (северном) и четвертом (южном) квадрантах при $R < 5$ кпк имеются заметные систематические различия, достигающие 10 км/с, которые нельзя объяснить только ошибками измерений. На рис. 1.8, взятом из классической работы Линдблада 1967 г., показаны раздельные кривые для северного и южного неба. В этой работе было принято $V_0 = 260$ км/с, $R_0 = 9$ кпк. Эти различия обычно

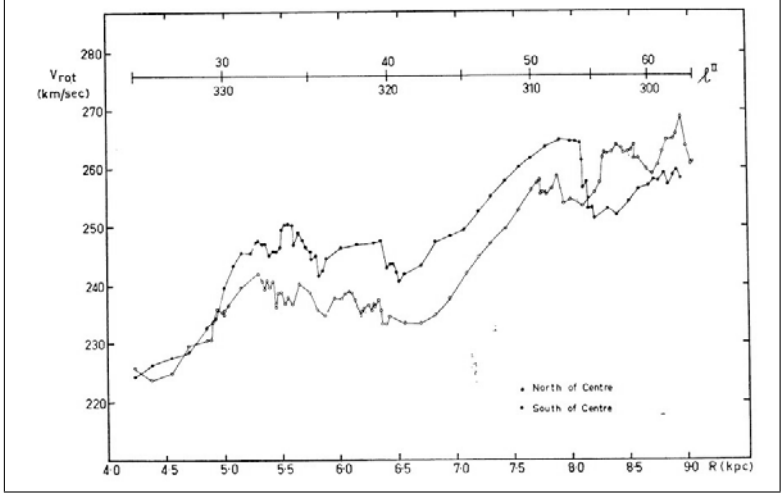

Рис. 1.8: Кривые вращения атомарного водорода, построенные раздельно по данным для северного (первый квадрант) и южного (четвертый квадрант) неба (по данным Керра (1964); взято из работы: Lindblad P.O. Distribution and motions of gas in the disk. IAU Sympos. No.31, P.143-160, 1967).

5.2 Кинематические расстояния

6 Пример некруговых движений: поле скоростей в волне плотности

В качестве характерного примера некруговых движений рассмотрим простейшую модель поля скоростей, создаваемого волной плотности [11] в спиральных рукавах и межрукавном пространстве. В рамках *линейной* теории волн плотности на осесимметричный потенциал галактики $\Phi_0(R,\, z)$ накладывается спиральное возмущение с малой амплитудой $A(R)$, $|A(R)| << |\Phi_0(R,\, z)|$:

$$\Phi(R,\ \varphi,\, z) = \Phi_0(R,\, z) + A(R)\, \cos\chi,$$

где фазовый угол объекта в волне плотности

$$\chi = \chi_0 + m[(\varphi - \varphi_0) - \cot i\, \ln\frac{R}{R_0}],$$

а φ – галактоцентрический позиционный угол объекта, отсчитываемый в направлении вращения галактики, φ_0 – позиционный угол Солнца, χ_0 – фазовый угол Солнца, i – угол закрутки спирального рукава (он положителен, если рукава являются *отстающими*, т. е. закрученными против направления вращения диска Галактики), а m – число

спиральных рукавов. Уравнение $\chi = const$ задает *линию постоянной фазы*, которая, как легко сообразить, представляет собой *логарифмическую спираль*: действительно, из выражения для χ следует, что

$$\frac{R}{R_0} = const \times \exp\left(\frac{\Delta\varphi}{\cot i}\right),$$

– это и есть уравнение логарифмической спирали. Линия $\chi = 0$ соответствует *гребню спирального рукава*, т. е. потенциальной яме, где возмущенная плотность диска максимальна.

В рамках линейной теории волн плотности на чисто круговое движение центроидов накладываются плоские возмущения скорости, в результате чего радиальный и тангенциальный компонент скорости центроидов можно записать в виде:

$$\begin{pmatrix} \Pi \\ \Theta \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_R \cos\chi \\ \omega R + f_\Theta \sin\chi \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{1.22}$$

где ω – угловая скорость кругового вращения, а $(f_R,\, f_\Theta)$ – амплитуды радиального и тангенциального возмущений скорости (не имея никакой априорной информации, обычно считают, что эти амплитуды *постоянны* во всей исследуемой области Галактики). Компонент скорости Θ теперь следует подставить в уравнения Боттлингера (1.14), произведя в них замену

$$\omega \to \omega + \frac{f_\Theta}{R}\sin\chi,\; \omega_0 \to \omega_0 + \frac{f_\Theta}{R_0}\sin\chi_0.$$

Аналогичным образом компонент Π следует подставить в уравнения (1.19) для радиальных движений центроидов, подставив в них

$$\varepsilon = \frac{f_R}{R}\cos\chi,\; \varepsilon_0 = \frac{f_R}{R_0}\cos\chi_0.$$

Итак, в кинематическую модель будут включены следующие дополнительные параметры, описывающие поле скоростей в волне плотности: угол закрутки спирального узора i, число спиральных рукавов m, амплитуды радиального и тангенциального возмущений скорости f_R, f_Θ и фазовый угол Солнца χ_0. Позиционный угол Солнца φ_0 может быть задан произвольным образом, но удобнее принять его равным нулю и отсчитывать позиционные углы объектов от направления на Солнце. Число спиральных рукавов обычно задают (2, 4). Помимо угла закрутки и числа спиральных рукавов,

фазовый угол объектов в волне плотности вычисляется через их галактические координаты (l, b) и расстояние r. Неизвестными параметрами, подлежащими определению из наблюдений, будут (u_0, v_0, w_0; ω_0, $\omega_0^{'}$, $\omega_0^{''}$, ...; f_R, f_Θ, i, χ_0).

Если амплитуды радиального и тангенциального возмущений скорости отличны от нуля, то у местного центроида исследуемой выборки объектов появятся следующие дополнительные (возмущенные) компоненты скорости по сравнению с чисто круговым движениям:

$$V_R = f_R \cos\chi_0,\ V_\Theta = f_\Theta \sin\chi_0,$$

а полные компоненты скорости местного центроида относительно Солнца станут равными соответственно

$$U_0 = u_0 + f_R \cos\chi_0,\ V_0 = v_0 + f_\Theta \sin\chi_0,\ W_0 = w_0.$$

По амплитудам возмущений скорости можно рассчитать величину возмущения гравитационного потенциала и оценить один из важнейших параметров волны плотности – угловую скорость спирального узора, которая в рамках простейшей линейной теории волн плотности, развитой Линем и Шу в 1969 г., является постоянной (т. е. спиральный узор вращается *твердотельно*) [11].

7 Эпициклическое приближение

Представляется совершенно очевидным, что звезды галактического диска движутся в основном по некруговым орбитам. Они уклоняются от круговых орбит как в плоскости симметрии Галактики, так и по z-координате. Попробуем упрощенно описать эти орбиты, считая уклонения малыми по сравнению с размерами самих орбит. Это оправдано для большинства объектов диска, поскольку из наблюдений следует, что дисперсии скоростей объектов диска намного меньше его скорости вращения, составляющей приблизительно 200 км/с; значит, и уклонения от круговых орбит не должны быть велики. Такое приближение называют *эпициклическим*. Итак, найдем связь между реальной орбитой звезды и круговой орбитой, лежащей в плоскости симметрии Галактики, положив, что обе орбиты обладают одинаковым угловым моментом C_0.

Пусть Φ (R, z) – осесимметричный гравитационный потенциал Галактики. Будем описывать положение звезды координатами $R(t)$, $z(t)$, $\phi(t)$, где $z(t)$ – z-координата звезды, а $\phi(t)$ – ее позиционный угол в плоскости Галактики, отсчитываемый от произ-

вольного направления. Положим $R(t) = R_0 + r(t)$, где по условию малости уклонений $|r| << R_0$, R_0 – радиус круговой орбиты, лежащей в плоскости Галактики. Запишем систему уравнений движения звезды в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} \ddot{R} - R\,\dot{\phi}^2 &= \frac{\partial \Phi}{\partial R}, \\ \frac{d}{dt}(R^2\dot{\phi}) = \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} &= 0, \\ \ddot{z} &= \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{aligned} \tag{1.23}$$

Из второго уравнения системы (1.23) следует условие сохранения углового момента $R^2\,\dot{\phi} = const = C_0$. Выразим из него $\dot{\phi}$ и, подставив в первое уравнение системы (1.23), получим:

$$\ddot{R} - \frac{C_0^2}{R^3} = \frac{\partial \Phi}{\partial R}.$$

Подставим в него $R = R_0 + r$, разложим правую часть в ряд Тейлора и оставим во всем выражении только члены, линейные по малому отклонению r:

$$\ddot{r} - \frac{C_0^2}{R_0^3(1+\frac{r}{R_0})^3} \approx \ddot{r} - \frac{C_0^2}{R_0^3}\left(1 - \frac{3r}{R_0}\right) \approx \left.\frac{\partial \Phi}{\partial R}\right|_{R_0} + r\,\left.\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2}\right|_{R_0}.$$

Легко понять, что

$$\frac{C_0^2}{R_0^3} = -\left.\frac{\partial \Phi}{\partial R}\right|_{R_0}.$$

Тогда можно переписать первое уравнение системы (1.23) в виде уравнения колебаний

$$\ddot{r} + \kappa^2\,r = 0,$$

где частота колебаний (или, как ее обычно называют, *эпициклическая частота*), определяется выражением

$$\kappa^2 = -\left.\left(\frac{3}{R}\frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2}\right)\right|_{R_0}. \tag{1.24}$$

Если $\kappa^2 < 0$, то это означает, что малые возмущения круговых орбит могут экспоненциально нарастать. Следовательно, фактически здесь получено не только уравнение для уклонений звезды от круговой орбиты, но и *условие устойчивости круговых орбит* в гравитационном потенциале $\Phi\ (R,\ z)$, а именно: для устойчивости необходимо, чтобы $\kappa^2 > 0$.

Найдем явное выражение для эпициклической частоты через угловую скорость вращения Галактики ω и ее производную. Для этого вспомним, что

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R} = -\frac{C^2}{R^3} = -\omega^2 R,$$

откуда

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial R^2} = -\omega^2 - 2R\omega\omega'.$$

Подставив оба этих выражения в (1.24), получим текущее значение эпициклической частоты

$$\kappa^2 = 4\omega^2\left(1 + \frac{R\omega'}{2\omega}\right) = 4\omega^2\left(1 - \frac{A}{\omega}\right) = -4B\omega, \tag{1.25}$$

где A, B – постоянные Оорта (см. раздел 4.4).

Простейшее решение для радиальных отклонений от круговой орбиты мы можем записать в виде

$$r \approx a \sin \kappa\, t$$

с нулевым отклонением в начальный момент времени $t = 0$, что вовсе не ограничивает общность решения. Тангенциальное линейное отклонение звезды от точки, движущейся по круговой орбите радиуса R_0, в первом приближении равно $\tau \approx R\theta \approx R_0\theta$, где угловое отклонение θ связано с позиционным углом ϕ соотношением $\phi\ (t) = \omega\ t + \theta$. Следовательно,

$$\dot{\phi} = \omega + \dot{\theta} = \frac{C_0}{R^2} = \frac{C_0}{(R_0 + r)^2} \approx \frac{C_0}{R_0^2}\left(1 - \frac{2r}{R_0}\right) = \omega - \omega\frac{2r}{R_0},$$

откуда

$$\dot{\theta} \approx -r\frac{2\omega}{R_0}.$$

Подставив сюда выражение для r, получим

$$\dot{\theta} \approx -\frac{2\omega}{R_0} a \sin \kappa\, t.$$

После интегрирования по времени и умножения на R_0 найдем величину тангенциального отклонения

$$\tau \approx \frac{2\omega}{\kappa} a \cos\ \kappa t.$$

Что касается третьего уравнения системы (1.23), то при условии малости колебаний движения в плоскости Галактики и по вертикали к ней разделяются, и его можно переписать в виде

$$\ddot{z} \approx z\ \left.\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right|_{R=R_0,\, z=0} = -\nu^2\, z,$$

поскольку вследствие симметрии распределения масс относительно плоскости Галактики

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=0} = 0.$$

Тогда для движения по z-координате также можно записать уравнение колебаний

$$\ddot{z} + \nu^2 z \approx 0,$$

где для частоты колебаний имеем выражение

$$\nu^2 = -\left.\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}\right|_{z=0}.$$

Итак, простейшие решения системы (1.23) имеют вид гармонических колебаний *малой амплитуды*

$$\begin{aligned} r(t) &\approx a \sin \kappa\, t, \\ \tau(t) &\approx \frac{2\omega}{\kappa} a \cos\, \kappa t, \\ z(t) &\approx b \sin(\nu\, t + \chi), \end{aligned} \tag{1.26}$$

где χ – сдвиг фаз между колебаниями в плоскости и по вертикали. В общем случае характерные частоты, описывающие кинематику галактического диска – (ω, κ, ν) – *несоизмеримы* между собой, поэтому траектория звезды, заключенная в *тороидальный орбитный ящик* прямоугольного сечения, со временем плотно заполнит его своими витками (другими словами, пройдет бесконечно близко от любой фиксированной точки в области допустимого движения). Такое движение называют *эргодическим*.

Из первых двух уравнений (1.26) легко видеть, что

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{\tau^2}{a^2 \frac{4\omega^2}{\kappa^2}} = 1, \tag{1.27}$$

а это есть уравнение эллипса в проекции на галактическую плоскость. Отношение осей эллипса равно

$$\frac{\tau_{max}}{r_{max}} = \frac{2\omega}{\kappa} = \sqrt{\frac{\omega}{\omega - A}} > 1,$$

т. е. эпицикл *вытянут* вдоль круговой орбиты звезды. Из условия сохранения углового момента легко сообразить, что вращение звезды по эпициклу происходит в направлении, противоположном вращению Галактики, т. е. снаружи от круговой орбиты звезда отстает от вращения диска, а внутри – опережает его.

Возможность разделения переменных, т.е. независимого описания движения по z-координате, приводит к тому, что для малых колебаний звезд относительно круговых орбит существует *третий изолирующий интеграл* – точнее, квазиинтеграл Оорта –

имеющий вид закона сохранения энергии движения E_z по z- координате, в дополнение к интегралу полной энергии и углового момента относительно оси вращения:

$$E_z = \frac{V_z^2}{2} - \Phi(R_0,\, z) = const,$$

где V_z – скорость движения по z-координате. Разумеется, этот квазиинтеграл существует лишь при малых энергиях пекулярных движений звезды, когда применимо эпициклическое приближение.

7.1 Эпициклическая частота и размер эпициклов

Оценим локальное значение эпициклической частоты по современным данным из работы [14]. В ней для молодых подсистем найдены средние значения $\omega_0 \approx 27.5$ км/с/кпк и $\omega_0' \approx -4.55$ км/с/кпк^2, в предположении что $R_0 = 7.5$ кпк. Следовательно, постоянная Оорта $A \approx 17.1$ км/с/кпк. Отсюда получим локальное значение эпициклической частоты $\kappa \approx 33.8$ км/с/кпк. Итак, период эпицикла – 190 млн. лет – несколько меньше галактического года. Для оценки характерных размеров эпициклов воспользуемся информацией о кинематике подсистем диска. Легко сообразить, что радиальный размер эпицикла непосредственно связан с величиной радиальных пекулярных скоростей звезд. Действительно, радиальная скорость равна $V_R = \dot{r} = \kappa a \cos \kappa t$. Зная скорость (вычислив ее, например, по пространственным скоростям) и эпициклическую частоту, можно оценить амплитуду эпицикла a индивидуальной звезды. Еще проще оценить средние характерные размеры эпицикла для данной звездной подсистемы по дисперсии скоростей объектов. Для этого найдем средний квадрат скорости:

$$\sigma_R^2 =< V_R^2 >= \frac{\kappa^2 < a^2 >}{2},$$

где $< a^2 >$ – средний квадрат радиальной оси эпицикла, а множитель $\frac{1}{2}$ появился при усреднении по времени. Для примера возьмем самые молодые подсистемы, у которых радиальная дисперсия скоростей $< V_R^2 >\approx 100$ (км/с)^2; для них $< a >\approx 0.4$ кпк. Для старых звезд диска (типа Солнца) $< V_R^2 >\approx 900$ (км/с)^2 и $< a >\approx 1.25$ кпк. Видно, что даже для последних эпициклическое приближение справедливо.

Разумеется, эпициклическая частота, как и угловая скорость вращения, зависит от положения в Галактике. На рис. 1.9 приведен график зависимости эпициклической частоты от галактоцентрического расстояния, построенный по кривой вращения молодых объектов [14].

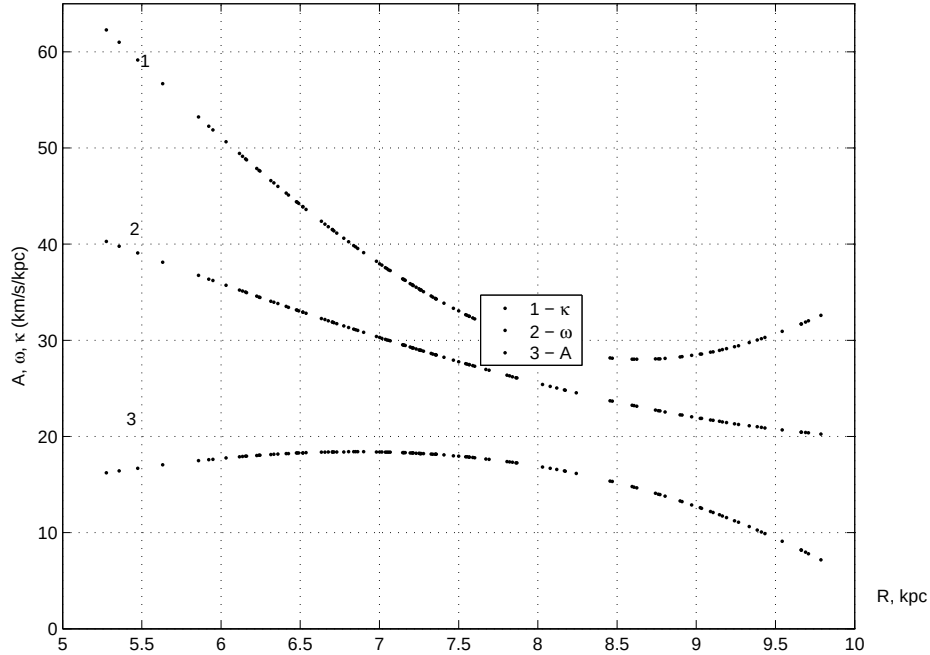

Рис. 1.9: Изменение эпициклической частоты κ, угловой скорости ω и постоянной Оорта A с расстоянием от центра для кривой вращения, рассчитанной по молодым объектам [14].

7.2 Эпициклы и резонансные явления

Легко показать, что эпициклическая частота κ играет важную роль в теории спиральной структуры. Пусть в диске Галактики распространяется спиральная волна плотности с угловой скоростью *твердотельного вращения* $\Omega_P (= const)$. Если в Галактике m рукавов, а угловая скорость вращения диска равна ω, то интервал времени между последовательными прохождениями элементарного объема через рукава равен

$$P_{spir} = \frac{2\,\pi}{m(\omega - \Omega_P)},$$

а период эпицикла –

$$P_{epic} = \frac{2\,\pi}{\kappa}.$$

Звезда будет встречать спиральный узор, находясь в одной и той же фазе эпициклического движения, если $P_{epic} = \nu\, P_{spir}$, где ν – целое число:

$$\nu = \frac{m\,(\omega - \Omega_P)}{\kappa} = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

В областях Галактики, где выполняются эти соотношения, возможны резонансные явления. Область, где $\nu = 0$, называют *областью коротации*, или синхронного вращения;

здесь спиральный узор неподвижен по отношению к вращающемуся диску. Области $\nu = \pm 1$ называют соответственно внутренним и внешним *резонансами Линдблада*. Более подробно об этом можно прочитать в книге “Лекции по теории волн плотности” [11].

7.3 Движение по z-координате

Попытаемся теперь оценить частоту и амплитуду вертикальных колебаний звезд галактического диска по наблюдательным данным. С одной стороны, частота колебаний, как было показано выше, вычисляется через вторую производную от потенциала и, следовательно, связана с плотностью диска. С другой стороны, частота и амплитуда колебаний связаны с дисперсией вертикальных скоростей. Используем два способа оценки.

1. Воспользуемся уравнением Пуассона, связывающим гравитационный потенциал $\Phi\ (R, z)$ с локальной плотностью массы ρ и записанным в цилиндрических координатах:

$$\Delta\Phi\ (R, z) = \nabla^2\Phi\ (R, z) = \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial\Phi}{\partial R}\right) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = -4\pi G\rho.$$

Подставив в него

$$\frac{\partial\Phi}{\partial R} = -\omega^2 R;\ \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = -\nu^2,$$

после несложных преобразований получим:

$$\nu^2 = 2\omega(2A - \omega) + 4\pi G\rho.$$

Подставим в правую часть значения (ω, A), использованные в разделе 7.1, а также величину локальной плотности массы $\rho = 0.12\, M_\odot$ пк$^{-3}$; тогда получим $\nu \approx 84.6$ км/с/кпк, или период колебаний около 74 млн. лет. На самом деле следует вспомнить, что Солнце находится на высоте около 20 пк над плоскостью симметрии; поскольку плотность экспоненциально убывает с z-координатой, следует несколько увеличить значение плотности и, кроме того, учесть возможную локальную скрытую массу. Все это приведет к небольшому увеличению частоты вертикальных колебаний.

2. Второй способ оценки опирается на связь пространственного распределения объектов с их кинематикой. Без потери общности мы можем записать $z\ (t) = b \sin\ \nu t$. Далее, скорость по z-координате $V_z = \dot{z} = \nu b \cos \nu t$, откуда средний квадрат скорости для всей выборки равен

$$< V_z^2 >= \frac{1}{2}\nu^2 < b^2 >,$$

где $< b^2 >$ – средний по выборке квадрат амплитуды колебаний.

Известно, что неплохим аналитическим приближением для распределения плотности по z-координате является Больцмановский закон

$$n\ (z) = n_0 \exp\left(-\frac{|z|}{\beta}\right),$$

где β – шкала высот, разная для различных подсистем диска. Легко сообразить, что по такому же закону должны быть распределены и амплитуды колебаний b:

$$f\ (b) = f_0 \exp\left(-\frac{b}{\beta}\right).$$

Отсюда легко найдем

$$< b^2 >= \frac{\int\limits_0^\infty b^2\, f(b)\, db}{\int\limits_0^\infty f(b)\, db} = 2\beta^2.$$

Следовательно,

$$< V_z^2 >= \nu^2 \beta^2,$$

и получаем простое соотношение

$$\nu = \frac{\sigma_z}{\beta},$$

где σ_z – вертикальная дисперсия скоростей. Для самых молодых подсистем – OB-звезд и OB-ассоциаций и сверхгигантов – $\sigma_z \sim 5$ км/с, а шкала высот $\beta \sim 55 - 65$ пк; отсюда $\nu \sim 75 - 90$ км/с/кпк, что находится в хорошем согласии с предыдущей оценкой.

И, наконец, в качестве примера приведем расчет орбиты Солнца - звезды галактического диска, обладающей типичными кинематическими характеристиками - в рамках модельного потенциала Кутузова и Осипкова [6]. Показан “фазовый портрет” орбиты, т.е. меридиональное сечение “орбитного ящика”, тора, содержащего витки орбиты. Для объектов, движущихся с малыми пекулярными скоростями (у Солнца это около 20 км/с), “орбитный ящик” имеет почти прямоугольное сечение (рис. 1.10), в полном соответствии с эпициклическим описанием, где горизонтальные и вертикальные колебания практически не зависимы друг от друга.

8 Отношение осей эллипсоида скоростей

В данном разделе мы покажем, что эпициклическое приближение позволяет найти отношение осей (σ_R, σ_Θ) эллипсоида остаточных скоростей. Рассмотрим некоторый элемент

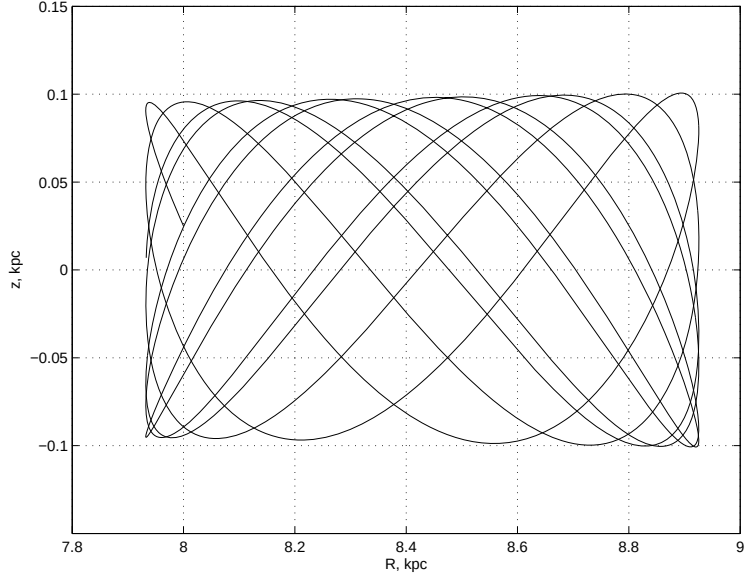

Рис. 1.10: Витки орбиты Солнца – меридиональное сечение “орбитального ящика” в простейшей двухкомпонентной модели гравитационного потенциала Кутузова-Осипкова [6].

объема диска, ассоциируемый с центроидом S, находящимся на расстоянии R от оси вращения. Вычисление компонентов дисперсии скоростей ведется по всем звездам, случайно оказавшимся в данный момент в окрестности этого центроида. Ясно, что вклад в дисперсию скоростей вносят звезды с *различными удельными угловыми моментами*, движущиеся каждая по своему эпициклу, центр которого, в свою очередь, движется *по своей круговой орбите*. Рассчитаем этот вклад для звезды, центр эпицикла которой движется по круговой орбите S_0 радиусом R_0. Учтем при этом дифференциальное вращение диска, т. е. различие угловых скоростей $\omega\ (R)$, $\omega_0 = \omega\ (R_0)$. Индексом “$0''$ будем помечать параметры, относящиеся к круговой орбите S_0. Так, на круговой орбите S удельный угловой момент равен C, а на круговой орбите S_0 – C_0.

Пусть $(r,\, \tau)$ – эпициклические координаты звезды. Тогда $R = R_0 + r$. Двигаясь по своему эпициклу C_0, звезда вносит вклад в радиальную скорость, равный просто

$$v_R^S = \dot{r} = \frac{\kappa_0^2}{2\omega_0}\tau$$

поскольку других радиальных движений нет. Вклад в тангенциальную скорость вычислить несколько сложнее. Полная тангенциальная скорость звезды v_Θ^S относительно центроида S включает в себя:

а) переносную скорость на расстоянии R, равную $+\omega_0\,(R_0 + r)$;

б) эпициклическую тангенциальную скорость, равную $\dot{\tau} = -2\,\omega_0 r$;

в) скорость центроида S, равную $-\omega\,(R_0 + r)$.

Следовательно, полная тангенциальная скорость относительно центроида S будет равна (с оставлением членов, линейных по отклонению r)

$$v_\Theta^S = +\omega_0\,(R_0 + r) - 2\,\omega_0 r - \omega\,(R_0 + r) = -(\omega - \omega_0)\,(R_0 + r) - 2\,\omega_0 r \approx$$
$$-R_0\,\omega_0' r - 2\,\omega_0 r = 2\,r(A_0 - \omega_0) = 2\,B_0 r,$$

где A_0, B_0 – постоянные Оорта. Итак, после простого преобразования,

$$v_R^S = \frac{\kappa_0^2}{2\omega_0}\tau = -2\,B_0\tau,$$
$$v_\Theta^S \approx 2\,B_0 r.$$

Выразив из этих уравнений (r, τ) и подставив их в уравнение эллипса эпицикла (1.27), получим уравнение эллипса для компонентов пекулярной скорости

$$\frac{(v_\Theta^S)^2}{4\,B_0^2 a^2} + \frac{(v_R^S)^2}{4\,B_0^2 a^2}\,\frac{\kappa_0^2}{4\,\omega_0^2 a^2} = 1. \tag{1.28}$$

Если размеры эпициклов невелики (или, что одно и то же, дисперсии скоростей подсистем малы), то можно считать, что $\omega_0 \approx \omega$, $\kappa_0 \approx \kappa$, $B_0 \approx B$, и тогда вклад всех звезд в компоненты пекулярного движения описывается одним и тем же уравнением эллипса (1.28)! При усреднении по всей локальной выборке звезд это соотношение сохраняется. Следовательно, отношение осей эллипсоида остаточных скоростей равно тому же отношению осей эллипса (1.28), т. е.

$$\frac{\sigma_R^2}{\sigma_\Theta^2} \approx \frac{4\,\omega^2}{\kappa^2} = \frac{\omega}{\omega - A}.$$

Это выражение известно под названием формулы Линдблада. Оценим отношение осей в окрестности Солнца, подставив в формулу значения кинематических параметров из раздела 7.1; в итоге получим

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_\Theta} \approx 1.63,$$

что хорошо согласуется с наблюдательными данными по кинематике диска Галактики.

9 “Нагрев” звездного диска и отставание центроидов от локального стандарта покоя (LSR)

Во многих учебных пособиях по звездной астрономии указано, что Солнце движется в тангенциальном направлении с разной скоростью относительно разных групп звезд,

причем она линейно связана с дисперсией радиальных скоростей рассматриваемой подсистемы, т. е. скорость выборки

$$< V_\Theta > \approx b + a\sigma_R^2, \tag{1.29}$$

где a, b – некоторые постоянные. Наблюдения показывают, что подсистемы с большей дисперсией скоростей *отстают* в своем вращении от подсистем с малой дисперсией скоростей, т. е. различные подсистемы диска Галактики вращаются с разной угловой скоростью. Это явление отставания центроидов в старых учебниках называли также *асимметрией Стремберга*. Самую большую скорость отставания – порядка 200 км/с – показывают объекты гало: субкарлики с большим дефицитом тяжелых химических элементов, шаровые скопления и малометалличные переменные звезд типа RR Лиры.

Однако это явление – общее для всех звезд диска, в том числе и довольно молодых. На приведенном ниже рис. 1.11, взятом из статьи [15], показана связь кинематических параметров звезд главной последовательности с цветом $(B - V)$ (результаты получены по *собственным движениям* из каталога HIPPARCOS).

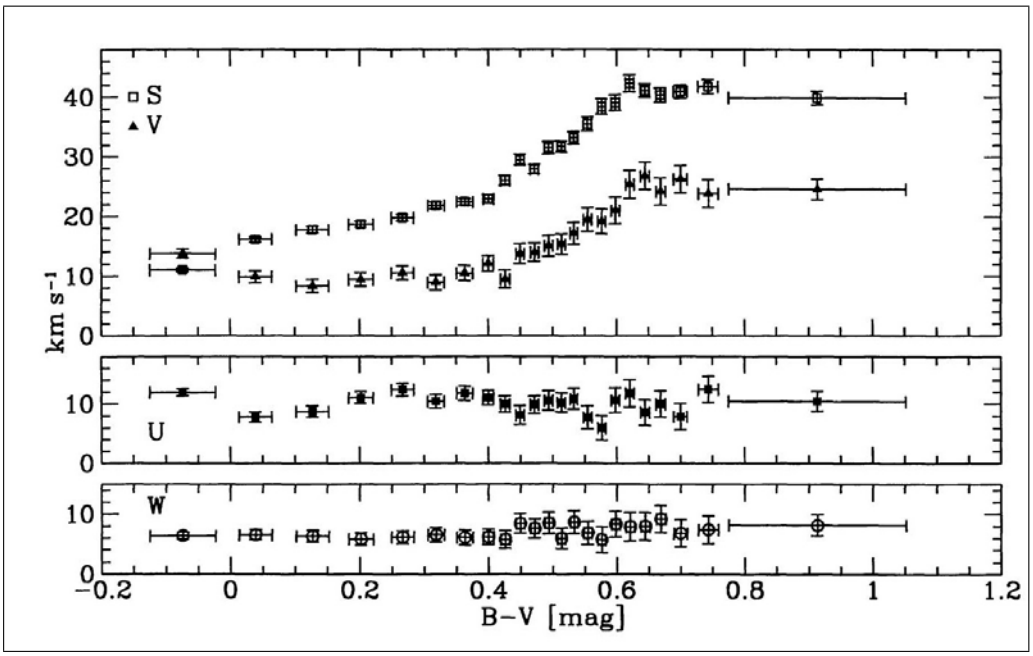

Рис. 1.11: Изменение компонентов скорости Солнца (U, V, W) относительно выборки и полной среднеквадратичной скорости S (верхняя кривая) с цветом для близких звезд главной последовательности.

Верхняя кривая относится к полной (трехмерной) дисперсии скоростей. Легко сообразить, что вдоль оси цветов систематически меняется такая важная звездная характеристика, как средний возраст звезд данного цвета. В предположении постоянства темпа

звездообразования средний возраст равен половине времени жизни звезды данного цвета на главной последовательности, а время жизни резко увеличивается с уменьшением массы звезды, т.е. с показателем цвета. Можно видеть, что одновременно с дисперсией скоростей систематически растет и V-компонент скорости Солнца, тогда как компоненты U, W почти не показывают систематических изменений. Выход зависимостей S и V на плато объясняется тем, что время жизни на главной последовательности звезд спектрального класса G (солнечного типа, с показателем цвета $(B-V) > 0.6$) достигает возраста галактического диска, приблизительно равного 10 млрд. лет, поэтому средний возраст звезд далее уже не растет.

В целом ряде работ рост дисперсии скоростей описывался степенным законом вида $S^2 \approx S_0^2 \times (1 + t/T)^q$ с показателем степени $q \approx 2/3 \div 1$. Здесь S_0^2 - начальная дисперсия скоростей, а T - характерное время. Оценки показали, что $S_0 \approx 5 - 10$ км/с, а $T \approx 200 - 300$ млн. лет. Следовательно, в диске Галактики действует чрезвычайно эффективный механизм "нагрева" звездного населения на характерных временах уже порядка галактического года. В качестве объяснения в работах последних лет рассматривалось множество эффектов: взаимодействие звезд с массивными молекулярными облаками или объектами "темного гало"; влияние регулярных волн плотности, связанных со спиральными рукавами; коллективные явления, связанные с развитием Джинсовской или изгибной неустойчивости в гравитирующем тонком диске, и даже падение спутников на диск Галактики. При определенных условиях каждый из этих механизмов способен объяснить быстрый "нагрев" диска, и уж тем более все они в совокупности (Griv et al., ApJ V.555, L29, 2001; ; Сотникова, Родионов, ПАЖ Т.29, С.321, 2003; De Simon et al., MNRAS V.350, P.627, 2004; Hanninen, Flynn, AsAp V.421, P.1001-1010, 2004). Ключом к пониманию механизма нагрева, в частности, служит величина показателя степени q. Относительно природы "нагрева" диска пока нет единого мнения.

На рис. 1.12, построенном по тем же данным, показана связь компонентов скорости Солнца с полной дисперсией скоростей $S^2 = \sigma_R^2 + \sigma_\Theta^2 + \sigma_Z^2$. Верхняя прямая, проведенная методом наименьших квадратов, соответствует уравнению (1.29), с коэффициентами $a \approx (80 \pm 5$ км/с$)^{-1}$, $b \approx 5.2 \pm 0.6$ км/с.

Итак, населения диска показывают прогрессирующее с возрастом отставание центроидов от самых молодых объектов и от LSR, точки, движущейся по круговой орбите, и рост дисперсии скоростей.

Оказывается, в рамках эпициклического приближения можно качественно объяс-

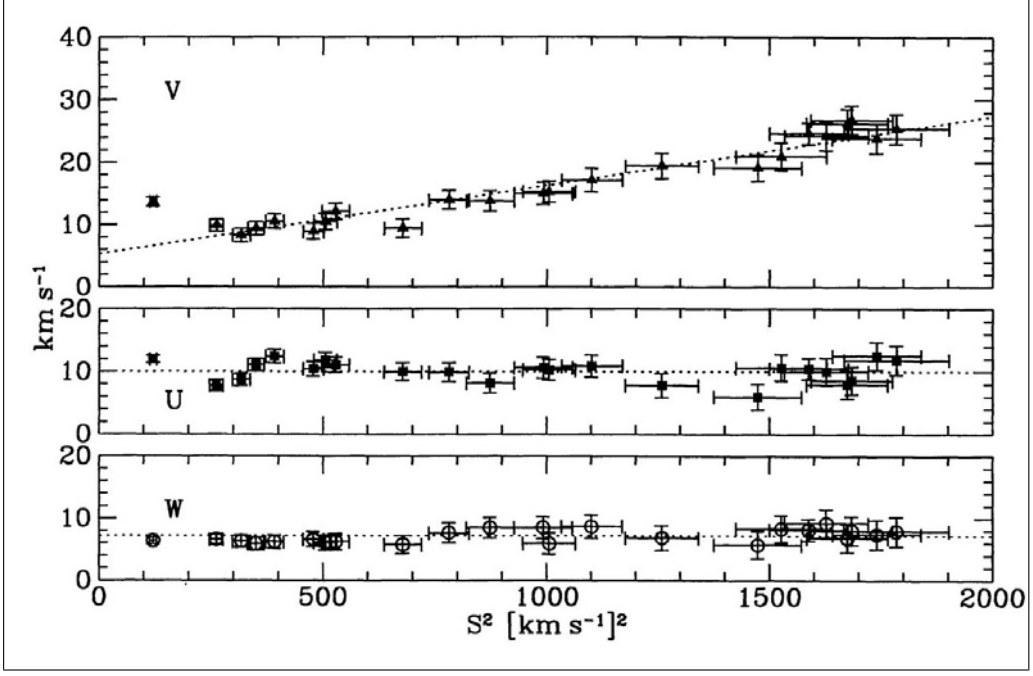

Рис. 1.12: Связь компонентов скорости Солнца (U, V, W) с полной дисперсией скоростей $S^2 = \sigma_R^2 + \sigma_\Theta^2 + \sigma_Z^2$ для близких звезд главной последовательности. Поведение тангенциальной скорости V показывает "отставание" групп звезд с большой дисперсией скоростей.

нить и описанное явление отставания центроидов и связать его с различием дисперсии скоростей рассматриваемых подсистем диска. Для этого вначале попытаемся выяснить, как меняется удельный угловой момент круговых орбит в диске Галактики с их радиусом. Квадрат удельного углового момента равен

$$C^2 = V^2 R^2 = -R^3 \frac{\partial \Phi}{\partial R}.$$

Наиболее быстро убывает $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial R}\right|$ с расстоянием для "точечной" массы, т. е. для потенциала $\Phi\ (R) \sim R^{-1}$. При этом $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial R}\right| \sim R^{-2}$ и $C^2 \sim R$. Для любой распределенной массы, не сосредоточенной в центре Галактики, $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial R}\right|$ убывает медленнее чем R^{-2}, поэтому C растет быстрее чем $\sqrt{R}$. Итак, далекие эпициклы несут больший удельный угловой момент, чем близкие. В этом-то и заключается причина отставания центроидов.

Рассмотрим некоторую выборку объектов. Пусть удельный угловой момент круговой орбиты на этом расстоянии равен C_0. Как и при вычислении дисперсии скоростей, средняя скорость локальной выборки рассчитывается по звездам, в каком-то смысле случайно оказавшимся в данном элементе объема в своем эпициклическом движении. В этой выборке есть как звезды с большим угловым моментом $C_{ext} > C_0$ (центры

эпициклов которых движутся по более далеким от центра Галактики орбитам), так и звезды с малым угловым моментом $C_{int} < C_0$ (их центры эпициклов движутся по орбитам меньшего радиуса). Следовательно, средний удельный угловой момент выборки будет определяться *балансом вкладов близких и далеких эпициклов.*

Из наблюдений хорошо известно, что поверхностная плотность диска спиральных галактик экспоненциально падает с расстоянием от центра,

$$\mu\ (R) \sim \exp\left(-\frac{R}{H_R}\right),$$

где H_R – параметр *шкалы диска.* Значит, вклад близких эпициклов будет превышать вклад далеких эпициклов (поскольку их относительно больше), и средний угловой момент выборки будет меньше C_0. В итоге центроид выборки будет отставать от точки, движущейся по круговой орбите (такую воображаемую точку называют *локальным стандартом покоя* или LSR (от Local Standard of Rest). Коэффициент b в уравнении (1.29) как раз и равен скорости Солнца относительно LSR – величине, которую другими способами определить невозможно! Следовательно, LSR можно ассоциировать с гипотетической выборкой, имеющей нулевую дисперсию скоростей.

Легко сообразить, от чего зависит скорость отставания. Во-первых, от дисперсии скоростей звезд в выборке. Действительно, чем больше дисперсия скоростей, тем в среднем больше размеры эпициклов и шире интервал их радиусов орбит и, значит, различие между C_{int} и C_{ext}. Поскольку плотность диска с расстоянием резко падает, то относительный вклад центральных эпициклов с ростом дисперсии скоростей будет расти, внешних эпициклов – падать, а скорость выборки – замедляться относительно LSR.

Вторым фактором, как легко понять, является параметр шкалы диска H_R. При прочих равных условиях более быстрое падение плотности также приводит к увеличению вклада центральных эпициклов по отношению ко внешним эпициклам, т. е. к замедлению выборки относительно LSR, как и при росте дисперсии скоростей.

9.1 Оценка параметра шкалы диска H_R

Покажем, что при достаточно простых предположениях приведенные ранее результаты исследования *локальной кинематики* [15] позволяют оценить параметр шкалы диска H_R. Из гидродинамических уравнений звездной динамики выводится строгое соотношение между скоростью центроида V_S, круговой скоростью V_{LSR}, компонентами дисперсии

скоростей (σ_R, σ_Θ), пространственной плотностью диска n (R) и шкалой диска H_R [4]:

$$V_{LSR}^2 - V_S^2 = \sigma_R^2 \left[\frac{\sigma_\Theta^2}{\sigma_R^2} - R \frac{\partial}{\partial R} \ln(R n \sigma_R^2) \right]. \tag{1.30}$$

Из наблюдений других спиральных галактик и численного моделирования динамической эволюции дисков галактик известно, что

$$\sigma_R^2 \sim n.$$

Поскольку на большом радиальном протяжении (в нашей Галактике – примерно до 10 – 12 кпк) толщина диска остается примерно постоянной, то

$$\sigma_R^2 \sim n \sim \mu \sim \exp\left(-\frac{R}{H_R}\right), \; n\sigma_R^2 \sim \exp\left(-\frac{2\,R}{H_R}\right).$$

Вспоминая (см. раздел 8), что отношение дисперсий

$$\frac{\sigma_\Theta^2}{\sigma_R^2} = K \approx 0.61^2 = 0.38$$

для любой выборки в окрестности Солнца и не зависит от самого значения дисперсии скоростей, после простых преобразований получим из (1.30):

$$V_{LSR}^2 - V_S^2 \approx \sigma_R^2 \left(K - 1 + \frac{2\,R}{H_R} \right).$$

Для подсистем с малой дисперсией скоростей и, как следствие, с малой скоростью отставания от LSR, можно принять

$$V_{LSR}^2 - V_S^2 \approx 2\,V_S (V_{LSR} - V_S) = 2\,V_S\,\Delta V_S,$$

и тогда

$$V_{LSR} - V_S = \Delta V_S \approx \frac{\sigma_R^2}{2\,V_S} \left(2\frac{R}{H_R} - 0.62 \right).$$

Для наклона зависимости между ΔV_S и σ_R^2 [15] (см. также начало данного раздела) получим

$$\frac{2\,V_S}{\frac{2\,R_0}{H_R} - 0.62} \approx 80\; km/s.$$

Приняв $R = 7.5$ кпк и $V_S = R\,\omega \approx 206$ км/с, оценим $H_R \approx 2.6$ кпк.

Разумеется, эта оценка является косвенной, к тому же опирается на несколько предположений, но сама возможность получить этот глобальный параметр, основываясь только на кинематических данных о звездах солнечной окрестности, кажется удивительной. Полученное значение неплохо согласуется с данными о других гигантских галактиках, где этот параметр заключен в широких пределах от 2 до 6 кпк.

Глава 2

Кинематика внутреннего гало и толстого диска Галактики

1 Старый диск и толстый диск

До сих пор мы говорили о кинематике диска Галактики и рассматривали преимущественно подсистемы молодых объектов - цефеид, рассеянных скоплений, сверхгигантов и горячих звезд, возбуждающих свечение ионизованного водорода. Возраст звездных объектов не превышает одну - две сотни миллионов лет. Следует иметь в виду, что они сконцентрированы в весьма тонком диске со шкалой высот около 100-120 пк, а самые молодые - в еще более тонком диске. В то же время в галактическом диске есть и множество очень старых объектов с возрастом порядка нескольких млрд. лет. В разделе 9 мы уже познакомились с быстрым ростом дисперсии скоростей с возрастом для звезд диска, и нетрудно понять, что рост пространственных скоростей, как следует из эпициклической теории, приводит к увеличению размеров эпициклов и росту толщины "орбитного ящика" по z-координате. Следовательно, самые старые объекты будут населять диск, толщина которого должна соответствовать их вертикальной дисперсии скоростей, достигающей, как можно подозревать на основании рис. 1.11, ~ 30 км/с. Это в 4-5 раз больше вертикальной дисперсии скоростей самых молодых объектов, поэтому грубая и, скорее всего, консервативная оценка шкалы высот старого диска может составить 300 пк.

Открытие нового компонента Галактики, так наз. "толстого диска" (далее будем использовать этот термин без кавычек), связано с известной работой Гилмора и Рейда [8].

Проводя звездные подсчеты в направлении галактических полюсов, они показали, что вертикальное распределение звезд лучше представляется *суммой двух экспоненциальных законов* с разными шкалами высот, около 300 пк и 1350 пк соответственно. Первое значение шкалы высот связано со "старым диском", т.е. старым населением обычного диска Галактики, в то время как второе – с новой структурой, которую они назвали толстым диском. Различие в шкалах высот сопровождалось резким уменьшением числа сравнительно ярких звезд с $M_V < 2.5^m$ по сравнению с более слабыми (т.е. более крутым спадом функции светимости). Впоследствии было показано, что звезды толстого диска характеризуются промежуточными значениями металличности $-1 < [Fe/H] < -0.4$ и возрастом, немного превышающим 10 млрд. лет. В последующие годы исследования толстого диска базировались на изучении пространственного распределения гигантов красного сгущения (хороших индикаторов расстояния для звездных населений старше неск. млрд. лет), субкарликов и RR-Лирид с умеренным дефицитом металлов, и шкала высот толстого диска была уменьшена примерно до 700-800 пк (см., например, [35]). Значение $[Fe/H] \approx -1$ часто принимается в качестве граничного значения во многих работах по изучению толстого диска (см., например, рис. 2.1), отделяющего объекты толстого диска от гало, хотя отмечается, что среди объектов толстого диска есть и звезды с большим дефицитом тяжелых химических элементов [7]. Происхождение толстого диска пока не до конца ясно; этому вопросу посвящено много работ.

2 Особенности кинематики сфероидальных подсистем

Кинематика внутреннего (в пределах нескольких десятков кпк) гало нашей Галактики радикально отличается от кинематики диска. Легко сообразить, что различия в кинематике диска, толстого диска и гало тесно связаны с различиями в природе и пространственном распределении объектов диска и гало. По-видимому, в других галактиках кинематические свойства сфероидальных населений могут отличаться от свойств гало Млечного Пути, что связано с особенностями их эволюции, в первую очередь – истории слияний и распада маломассивных спутников. В частности, в ближайшей гигантской спиральной галактике M 31 подсистема шаровых скоплений показывает быстрое вращение (в отличие от нашей Галактики).

Уже одно то обстоятельство, что многие объекты гало – как отдельные звезды, так и шаровые звездные скопления – наблюдаются на весьма больших z-координатах,

означает, что их вертикальные и радиальные скорости должны быть весьма большими, сравнимыми со скоростью вращения галактического диска. Следовательно, можно подозревать, что их тангенциальные скорости (и удельный осевой угловой момент), в отличие от объектов тонкого диска, могут быть малыми. Исследование кинематики показывает, что систематические движения в гало практически отсутствуют: звезды движутся преимущественно по сильно вытянутым орбитам вокруг центра Галактики, но в любом элементарном объеме ориентация орбит в значительной степени хаотична, и в результате средний удельный угловой момент объема близок к нулю. Можно сказать, что объекты диска и гало движутся с одинаковыми *средними* пространственными скоростями, но у объектов диска почти вся величина скорости связана с *упорядоченным движением* (дифференциальным вращением), а у объектов гало - *со случайной (пекулярной) скоростью.*

3 Кинематика локальной выборки переменных звезд типа RR Лиры

В качестве типичного примера рассмотрим особенности кинематики обширной локальной (т.е. околосолнечной) выборки звезд типа RR Лиры [30]. Выбор этих звезд в качестве объектов исследования связан с тем, что, во-первых, они хорошо различимы среди других звезд по характерным "цефеидным" кривым изменения блеска, а из всех индивидуальных звезд гало и толстого диска именно RR-Лириды допускают наиболее надежное определение индивидуальных расстояний на основе зависимостей "светимость - металличность" (в оптическом диапазоне) или "период - светимость" (в инфракрасном диапазоне) [30], [29], [32]. В основу выборки положены наиболее богатые списки RR-Лирид из работ Лейдена [27] и Фернли и др. [28], где для них определены средние лучевые скорости, металличности и приведены звездные величины. Эти списки были дополнены тригонометрическими параллаксами из каталога HIPPARCOS [19], данными ИК-фотометрии из каталога 2MASS и абсолютными собственными движениями, взятыми из разных источников, включая каталоги HIPPARCOS, TYCHO-2 [21] и TRC [20]. Объем полной выборки составил около 315 переменных звезд типа RR Лиры *с пространственными скоростями.*

На рис. 2.1 показана гистограмма распределения RR-Лирид по металличности. На

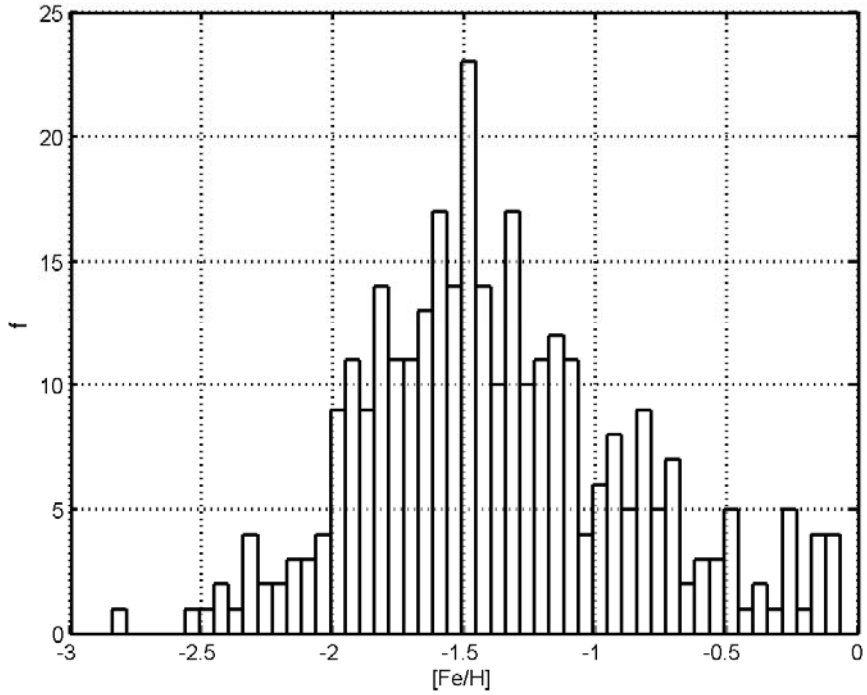

Рис. 2.1: Распределение переменных звезд типа RR Лиры по металличности.

ней хорошо заметно понижение численности переменных с металличностью около $[Fe/H] \approx -1$. Это значение обычно считается пограничным между населениями RR-Лирид гало и толстого диска. Около 70 % звезд низкой металличности ($[Fe/H] < -1$, со средней металличностью около $[Fe/H] \approx -1.6$) принадлежит населению гало.

Максимально-правдоподобная оценка кинематических параметров [13] для выборки **RR-Лирид толстого диска** (без учета дифференциального вращения, что оправдывается ее сравнительно небольшими пространственными размерами) такова:

$(u_0, v_0, w_0) = -(16 \pm 8,\ 41 \pm 7,\ 18 \pm 5)$ км/с,

$(\sigma_R, \sigma_\Theta, \sigma_Z) = (53 \pm 9,\ 42 \pm 8,\ 26 \pm 5)$ км/с.

Поскольку ранее (см. раздел 5) мы получили для тангенциальной скорости Солнца относительно выборки молодых объектов значение 12 ± 1 км/с и скорость вращения диска 206 ± 11 км/с, то толстый диск *отстает* во вращении от подсистемы молодых объектов всего на $41 - 12 \approx 29$ км/с, т.е он вращается довольно быстро, со скоростью порядка $V_{RR}(td) \approx 175 \pm 10$ км/с.

Максимально-правдоподобная оценка кинематических параметров для выборки **RR-Лирид гало** (также без учета дифференциального вращения) такова:

$(u_0, v_0, w_0) = -(9 \pm 12,\ 214 \pm 10,\ 16 \pm 7)$ км/с,

$(\sigma_R, \sigma_\Theta, \sigma_Z) = (164 \pm 11,\ 105 \pm 7,\ 95 \pm 7)$ км/с.

Различие между выборками состоит, во-первых, в том, что RR-Лириды толстого диска в целом показывают сравнительно быстрое вращение, в то время как RR-Лириды гало имеют практически нулевой удельный угловой момент; сравнивая компоненты скорости v_0 выборок RR-Лирид гало и молодых объектов со скоростью вращения диска, находим скорость вращения подсистемы RR-Лирид гало в невращающейся системе координат, связанной с центром Галактики: $V_{RR}(h) \approx 206 + 12 - 214 = 4 \pm 15$ км/с.

Во-вторых, выборка RR-Лирид гало характеризуется значительно большими пекулярными скоростями; полная дисперсия скоростей достигает 217 ± 15 км/с, что почти в точности равно скорости вращения молодого диска. Итак, вся кинетическая энергия RR-Лирид гало связана с их *случайными движениями*, и в этом отношении RR-Лириды гало являются полной противоположностью молодым объектам, участвующим преимущественно в *упорядоченных движениях* - дифференциальном вращении. Отметим, что отношение радиальной, тангенциальной и вертикальной осей эллипсоида скоростей для локальной выборки RR-Лирид гало $1 : (0.64 \pm 0.06) : (0.58 \pm 0.06)$ несколько отличается от случая молодых подсистем, у которых это отношение равно $1 : (0.64 \pm 0.08) : (0.50 \pm 0.8)$, и от толстого диска, где отношение $1 : (0.79 \pm 0.20) : (0.49 \pm 0.13)$; впрочем, принимая во внимание пространственное распределение объектов гало (почти сферически-симметричное) и малый (практически нулевой) общий удельный угловой момент, мы вправе ожидать близости вертикальной и тангенциальной дисперсий, поскольку тангенциальное и вертикальное направления, перпендикулярные радиус-вектору в солнечной окрестности, с сферической системе координат равноправны.

На рис. 2.2 показан пример орбиты типичного объекта гало, заполняющей “орбитный ящик” большого объема. Видно, что объекты могут двигаться в больших пределах по радиусу и z-координате.

На рис. 2.3 показан пример орбиты оболочечного типа, рассчитанной для далекого шарового скопления.

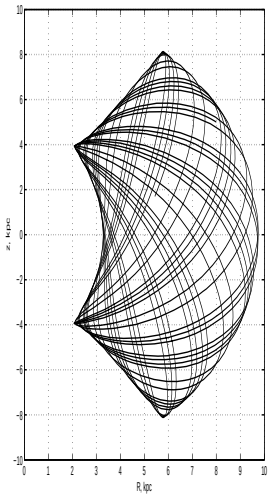

Рис. 2.2: Меридиональное сечение “орбитного ящика” типичного объекта гало в простейшей двухкомпонентной модели гравитационного потенциала Кутузова-Осипкова.

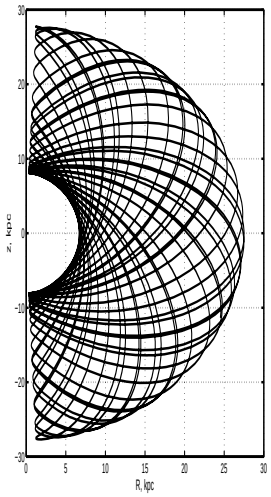

Рис. 2.3: Меридиональное сечение “орбитного ящика” далекого шарового скопления в простейшей двухкомпонентной модели гравитационного потенциала Кутузова-Осипкова.

Литература

[1] Куликовский П.Г. Звездная астрономия. М.: «Наука». 1985.

[2] Паренаго П.П. Курс звездной астрономии. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы. 1954. С.91.

[3] Каримова Д.К., Павловская Е.Д. Галактическое вращение различных групп объектов. Астрономический журнал. Т.50. С.737. 1973.

[4] Кинг А.Р. Введение в классическую звездную динамику. М.: УРСС. 2002. (Пер. с англ.)

[5] The Galaxy and the Magellanic Clouds (eds. Kerr F.J., Rodgers A.W.). IAU Sympos. No. 20. P.81. 1964.

[6] Кутузов С.А., Осипков Л.П. Двухкомпонентная модель гравитационного поля Галактики. Астрономический журнал. Т.66. No.5. С.965-974. 1989.

[7] Beers T., Sommer-Larsen. Kinematics of metal-poor stars in the Galaxy. ApJSS. V.96. P.175-221. 1995.

[8] Gilmore G., Reid I.N. The vertical structure of the Milky Way's stellar disk. MNRAS. V.202. P.1025. 1983.

[9] Melnik A.M., Dambis A.K., Rastorguev A.S. Periodic pattern in the Cepheid space velocity field and the spiral arms of our Galaxy. Astronomy Letters. V.25. P.518. 1999.

[10] Melnik A.M., Sitnik T.G., Dambis A.K., Efremov Yu.N. Rastorguev A.S. Kinematic evidence for the wave nature of the Carina-Sagittarius arm. Astronomy Letters. V.24. P.594. 1998.

[11] Рольфс К. Лекции по теории волн плотности. М.: Мир. 1980.

[12] Binney J., Merrifield M. Galactic astronomy. Princeton: Princeton University Press. 1998.

[13] Расторгуев А.С. Применение метода максимального правдоподобия для исследования кинематики галактических подсистем (учебное пособие). М.: ГАИШ МГУ. 2002.

[14] Заболотских М.В., Расторгуев А.С., Дамбис А.К. Кинематические параметры молодых подсистем и кривая вращения Галактики. Письма в астрон. журн. Т.28. N.7. С.454-464. 2002.

[15] Dehnen W., Binney J. Local stellar kinematics from HIPPARCOS data. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. V.298. P.387-394. 1998.

[16] Бердников Л.Н., Возякова О.В., Дамбис А.К. Зависимость период – светимость для классических цефеид Галактики в полосах BVRIJHK. Письма в астрон. журн. Т.22. N.12. С.936-944. 1996.

[17] Холопов П.Н. Звездные скопления. М.: «Наука». 1982.

[18] Страйжис В. Многоцветная фотометрия звезд. Вильнюс: «Мокслас». 1977.

[19] The HIPPARCOS catalogue. ESA SP-1200. 1997.

[20] Hog E., Kuzmin A., Bastian U., Fabricius C., Kuimov K., Lindegren L., Makarov V.V., Roeser S. The Tycho Reference Catalogue. Astron. Astrophys. V.335. P.L65-68. 1998.

[21] Hog E. et al. The TYCHO-2 catalogue of 2.5 million brightest stars. Astron. Astrophys. V.355. P.L27. 2000.

[22] Рольфс К. Лекции по теории волн плотности. М.: «Мир». 1982.

[23] Burstein D., Heiles K. Reddenings derived from HI and galaxy counts: accuracy and maps. Astron. Journ. V.87. N.8. P.1165-1189. 1982.

[24] Маррей К.Э. Векторная астрометрия. Киев: «Наукова думка». 1986.

[25] Дамбис А.К., Расторгуев А.С. Шкала расстояний во Вселенной. «Земля и Вселенная». Т.35. N.1. С.37. 2000.

[26] Reid M.J. The distance to the center of the Galaxy. Annual Rev. Astron. Astrophys. V.31. P.345-372. 1993.

[27] Layden A.C., Hanson R.B., Hawley S.L., Klemola A.R., Hanley S.J. The Absolute Magnitude and Kinematics of RR Lyrae Stars Via Statistical Parallax. Astron. J. V.112. P.2110. 1996.

[28] Fernley J. et al. The absolute magnitudes of RR Lyraes from HIPPARCOS parallaxes and proper motions. Astron. Astrophys. V.330. P.515. 1998.

[29] Bono G., Caputo F., Castellani V., Marconi M., Storm J. Theoretical insight into the RR Lyrae K-band Period-Luminosity relation. MNRAS. V.326. P.1183-1190. 2001.

[30] Дамбис А.К., Расторгуев А.С. Абсолютные величины и кинематические параметры подсистемы переменных звезд типа RR Лиры. Письма в астрон. журнал. Т.27. N.2. С.132-143. 2001.

[31] Павловская Е.Д. Определение средней абсолютной величины и исследование кинематики короткопериодических цефеид. Переменные звезды. Т.9. N.6. С.349-370. 1953.

[32] Carney B.V., Storm J., Jones R.V. The Baade-Wesselink method and the distances to RR Lyrae Stars. VIII - Comparisons with other techniques and implications for globular cluster distances and ages. Astrophys. J. V.386. P.663. 1992.

[33] Hawley S.L., Jeffreys W.H., Barnes T.G. III, Wan Lai. Absolute magnitudes and kinematic properties of RR Lyrae stars. Astrophys. Journ. V.302. P.626-631. 1986.

[34] Press W.H., Flannery B.P., Teukolski S.A., Vetterling W.T. Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing. Cambridge: Cambridge University Press. 1987.

[35] Siebert A., Bienayme O., Soubiran C. Vertical distribution of Galactic disk stars. II. The surface mass density in the Galactic plane. Astron. Astrophys. V.399. P.531-541. 2003.