

МГУ имени М.В. Ломоносова

Государственный астрономический институт имени П.К.Штернберга

№ госрегистрации  
АААА-А20-120012990074-1

УТВЕРЖДАЮ  
Директор/декан

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
«\_\_» \_\_\_\_\_ Г.

УДК

521.182 Численное интегрирование орбит

521.3 Определение и улучшение орбит

521.16 Теория приливного взаимодействия и других диссипативных сил

521.835 Взаимные явления покрытий и затмений спутников

521 Теоретическая астрономия. Небесная механика. Фундаментальная астрономия. Теория динамической и позиционной астрономии

521.14 Теория фигур, поля тяготения и вращение протяженных тел

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

по теме:

Небесная механика и динамика небесных тел из наблюдений  
(промежуточный)

Зам. директора/декана  
по научной работе

\_\_\_\_\_  
«\_\_» \_\_\_\_\_ Г.

Руководитель темы  
Емельянов Н.В.

\_\_\_\_\_  
«\_\_» \_\_\_\_\_ Г.

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы:

заведующий отделом, кандидат физико-математических наук, доктор физико-математических наук, профессор по специальности, доцент/с.н.с. по специальности

\_\_\_\_\_ (Емельянов Н.В.)

Исполнители темы:

ведущий специалист  
старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук

\_\_\_\_\_ (Варфоломеев М.И.)

\_\_\_\_\_ (Гасанов С.А.)

научный сотрудник, кандидат физико-математических наук

\_\_\_\_\_ (Ершков С.В.)

ведущий специалист, кандидат физико-математических наук

\_\_\_\_\_ (Киреева Е.Н.)

ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук, профессор по кафедре

\_\_\_\_\_ (Кондратьев Б.П.)

ведущий специалист

\_\_\_\_\_ (Корноухов В.С.)

ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук, кандидат технических наук, доцент/с.н.с. по специальности

\_\_\_\_\_ (Кудрявцев С.М.)

ведущий специалист, кандидат физико-математических наук

\_\_\_\_\_ (Чепурова В.М.)

доцент, кандидат физико-математических наук, доцент/с.н.с. по специальности, доцент по кафедре

\_\_\_\_\_ (Ширмин Г.И.)

## РЕФЕРАТ

Ключевые слова:

задача трех тел, устойчивость движения, орбиты, звездная динамика, теория движения, небесная механика, наблюдения, звездные скопления, эфемериды

Ключевые слова по-английски:

movement theory, planets, orbit, celestial mechanics, observations, three-body problem, stellar dynamics, satellites, ephemeris, star clusters

Тематика работы была разнообразной. Это обусловлено местом института в системе Московского университета - тематика должна служить организации учебного процесса. Тематика работы основана на предшествующих достижениях исполнителей. Ранее был сделан существенный задел, естественно и разумно было продолжать начатые исследования, это обеспечивает продуктивность работы и получение новых результатов.

Решались как сугубо теоретические задачи, так и задачи практической небесной механики. Разрабатывались новые методы. С помощью разрабатываемых методов непосредственно и сразу же выводились новые результаты.

Объектами исследований были галактики, звезды и спутники планет.

Получены следующие новые результаты. Изучалось влияние гало на вращение бара в плоских галактиках. Построен лагранжиан и выведены дифференциальные уравнения нелинейных вращательных колебаний бара. Найдены частоты и периоды либраций угловой скорости бара как в общем нелинейном случае, так и в приближении гармонических колебаний.

Разработан аналитический метод исследования взаимных поворотных колебаний гравитирующих звездных эллипсоидов, входящих в состав двойных баров в плоских галактиках. Для этих объектов получены выражения взаимной гравитационной энергии эллипсоидов и рассчитан момент сил между ними, построены лагранжианы и выведены дифференциальные уравнения нелинейных либраций баров. Найдены решения этих уравнений, вычислены частоты и периоды либраций как в нелинейном случае, так и в приближении гармонических колебаний. Построен механизм вековой эволюции аксиально симметричных моделей небесных тел, состоящих из каменного ядра и ледяной оболочки. Установлено, что внешняя поверхность фигуры и поверхность ядра одновременно не могут быть уровнями. В этих условиях начинает действовать механизм вековой эволюции ядра и оболочки. При этом каменное ядро уменьшает свою угловую скорость и постепенно округляется. Возникает дополнительное давление от ядра на лед в направлении оси вращения. Это растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и когда напряжения достигают критического значения, на экваторе фигуры возникнут трещины и разрывы. Для иллюстрации рассмотрен Харон, спутник Плутона. Данный механизм не только позволяет объяснить разлом ледяной мантии на экваторе Харона, но и дает веские аргументы в пользу гипотезы дифференциального строения этого небесного тела.

Новым аналитическим методом R-тороидов изучалась апсидальная и нодальная прецессия пробных орбит в 8-ми циркумбинарных экзосистемах. Для каждой экзосистемы построена суперпозиция из трех R-тороидов, рассчитаны угловые моменты звездной пары и планеты относительно плоско-

сти Лапласа, найдены коэффициенты 2-й и 4-й зональных гармоник внешнего потенциала для R-тороидов, выведены и решены уравнения для частот обеих видов прецессии у пробных орбит. В гравитационном поле R-тороида отношение периодов апсидальной и нодальной прецессии у кольца Гаусса с нулевым наклоном равно (-2). Установлено, что известные из литературы методы исследования циркумбинарных систем являются частным случаем нашего подхода.

По теме были решены задачи практической небесной механики. Работа была направлена на определение орбит небесных тел на основе наблюдений.

Построены новые модели орбит спутников планет на основе большого числа новых наблюдений, Определены орбиты недавно открытых спутников.

Был разработан новый метод определения предварительной орбиты спутника. Дополнен и модифицирован метод Тиле-Иннеса определения орбиты спутника удаленного тела по пяти измеренным видимым относительным положениям. Объекты могут быть компонентами визуально двойной звезды или спутниками астероида. Метод дополнен формулами для определения секторной скорости спутника звезды или планеты на видимой орбите в пяти положениях. Разработан онлайн-сервис, позволяющий рассчитать орбиту по наблюдениям читателя. Метод нашел применение для определения орбит спутников планет и орбит в системах двойных звезд.

Для добычи новых позиционных данных были обработаны результаты всемирной кампании наблюдений Галилеевых спутников Юпитера в эпоху 2021 года. Проведена большая работа по подготовке результатов к публикации. Пришлось согласовывать текст статьи с 40 соавторами из 12 стран.

Уточнена на основе всех имеющихся наблюдений орбита в системе двойной звезды ZZ Tau. Это позволило уточнить массу системы, что имело большое значение для астрофизических выводов об этой системе двойной звезды.

Впервые выполнено полное разложение приливообразующего потенциала Солнца в гармонические ряды. Частоты членов разложения есть линейные комбинации орбитальных частот больших планет. Итоговый ряд разложения приливообразующего потенциала на поверхности Солнца включает в себя 713 членов. Сопоставление периодов и амплитуд полученных членов разложения приливообразующего потенциала Солнца с наблюдаемыми периодическими эффектами на его поверхности позволяет проверить различные гипотезы о возможной приливной природе этих явлений. В частности, не подтверждается известное предположение о происхождении основного 11-летнего цикла солнечной активности как следствие совместного приливно-го воздействия Венеры, Земли и Юпитера.

На основе созданных ранее моделей рассмотрена задача о пространственном движении пассивно-гравитирующего тела (ПГТ) в гравитационном поле слоисто-неоднородной эллиптической галактики (СНЭГ). Считается, что СНЭГ состоит из барионной массы (БМ) и темной материи (ТМ), которые обладают отличными друг от друга законами распределения плотности. В качестве ПГТ берется звезда или центр масс шарового скопления, в движении которого учитываются притяжения БМ и ТМ. Для получения точных результатов потенциалы притяжения БМ и ТМ не разлагаются в ряд, а берутся их точные выражения.

Найден аналог интеграла Якоби, определена область возможности движения ПГТ, и построены поверхности нулевой скорости. Установлена устойчивость в смысле Ляпунова найденных стационарных решений – точек либрации.

Полученные результаты применены к реально существующим эллиптическим галактикам.

В задаче о движении спутника конечных размеров применен новый подход к исследованию устойчивости движения спутника конечных размеров (твёрдый эллипсоид почти сферической формы) в Солнечной системе. Показан квази-периодический характер сильных осцилляций для “захваченной” орбиты. Сделан вывод, что орбита спутника неустойчива.

## ВВЕДЕНИЕ

Тематика работы была разнообразной, но в рамках заявленной темы. Решались как сугубо теоретические задачи, так и задачи практической небесной механики. Работа по теме государственного задания была основана на полученном опыте предыдущих исследований и построений.

За последние годы усовершенствовались методы поиска планет у других звезд и получено много ценной информации о новых планетных системах. Были открыты планеты вокруг двойных звезд (циркумбинарные планеты). Обилие новой информации о составе и кинематике экзопланетных систем привлекло повышенное внимание исследователей к разработке и усовершенствованию новых методов изучения экосистем.

- Предложенный нами ранее метод изучения вековых возмущений орбит с помощью функции взаимной энергии тел системы нашел применение и в области динамики звездных систем. Поставлена задача изучения влияния гало на вращение бара в плоских галактиках. Метод позволяет построить лагранжиан и вывести дифференциальные уравнения нелинейных вращательных колебаний бара в гало. Данным методом можно также решать задачи о динамике сложных двойных баров в плоских галактиках.

- Актуальным в современной динамической астрономии является изучение фигур равновесия небесных тел и объяснение причин появления крупных трещин и разломов в ледяной коре у крупных тел в поясе Койпера. Речь идет, прежде всего о Хароне, спутнике Плутона. По данным миссии «Новые горизонты», на его поверхности существует глобальный экваториальный разлом высотой около 10 км. Объяснение этого разлома требует глубокого проникновения в теорию равновесия двухкомпонентных космических тел.

- В современной динамической астрономии актуальным становится создание новых методов исследования долгопериодических и вековых возмущений экзопланетных систем. Акцент делается на создание специального аналитического подхода, который опирается не на классическую возмущающую функцию Лагранжа, а на взаимную гравитационную энергию орбит в виде эллиптических колец Гаусса. В русле этих идей, нами была предложена и изучена модель R-тороида, представляющая 3D обобщение прецессирующего кольца Гаусса.

- В небесной механике полезно обращаться к богатому наследию классиков. Здесь речь идет о методе Тиле-Иннеса определения орбиты спутника удаленного тела по пяти измеренным видимым относительным положениям. Старый метод Тиле-Иннеса удается модифицировать, дополнив его аналитическими формулами для определения секторной скорости спутника звезды или планеты на видимой орбите в пяти положениях. Это расширяет область применения метода Тиле-Иннеса.

Ставились задачи практической небесной механики. Для решения практических задач освоения Солнечной системы необходимо построение моделей движения небесных тел. Модели позволяют определять положения небесных тел на любые моменты времени в прошлом или в будущем. Когда эти модели находятся у нас в компьютере, на их основе можно проектировать и проводить космические миссии по Солнечной системе с помощью космических аппаратов и проводить исследования. Однако это имеет смысл только тогда, когда модели точно соответствуют реальному движению. Ре-

альное движение планет и спутников определяется астрометрическими, то есть позиционными наблюдениями. Построение моделей движения планет и спутников, основанных на наблюдениях, является задачей практической небесной механики и частью тематики исследования по НИР.

Обычно задача решается с использованием максимального набора наблюдений. Однако для применения такого метода необходимо иметь начальное приближение, то есть предварительные значения параметров. В работе показано, что необходимо иметь минимум пять измеренных относительных положений. Нужно было изобрести и построить метод определения первоначальной орбиты спутника планеты по минимальному набору наблюдений.

Ранее был построен сервер эфемерид спутников планет MULTI-SAT. Для этого сервера были созданы модели движения всех спутников планет и спутников астероидов, для которых имеется достаточно наблюдений. Однако появляются новые наблюдения и открываются новые спутники. Сервер эфемерид нужно постоянно обновлять. Именно эта задача ставилась по теме госзадания.

Большой опыт определения орбит спутников планет оказался применим для задачи определения орбит взаимного движения в системах двойных звезд. Эта задача входит в тему госзадания.

Прогресс в добыче астрометрических данных для спутников планет зависит от успехов приборостроения для астрономии, Однако некоторые астрономы не стали ждать этих успехов, а придумали, как извлекать позиционные данные из простой фотометрии спутников во время их взаимных покрытий и затмений. Этот процесс вылился в организацию всемирных кампаний наблюдений, в которой участвуют множество обсерваторий и любителей. Оказалось, что для такой фотометрии годятся телескопы и фотоприемники со скромными параметрами. Основная проблема в рамках темы госзадания была получить позиционные данные из фотометрии. Было не просто собрать получаемые данные со всего мира, согласовать публикацию результатов в одной статье.

Ставилась задача о приливах в теле Солнца Гипотезы о том, что приливное воздействие больших планет на Солнце явно связано с модуляциями цикла солнечной активности привлекают большое внимание в солнечно-геофизическом научном сообществе. В частности, в ряде работ активно используется факт повторяемости определенных конфигураций орбитальных положений Венеры, Земли и Юпитера, таких как периодические «квазивыравнивания» положений этих трех планет примерно на одной линии с Солнцем. Повторяемость данных конфигураций составляет ~ 22 года, что приводит к возможным приливам на поверхности Солнца с периодом ~ 11 лет. Данное обстоятельство приводит к идее, что основной 11-летний период солнечного цикла может быть вызван совместным приливным действием данной конфигурации Венеры, Земли и Юпитера. Однако, несмотря на то, что притяжения Венеры, Земли и Юпитера (каждой планеты по отдельности) являются одними из основных компонентов приливной силы, действующей на Солнце, это не является достаточным условием для существования значительной приливной волны на Солнце с периодом, являющимся некоторой линейной комбинацией периодов этих трех планет. Данный вопрос может быть решен с помощью точного вычисления приливообразующего потенциала Солнца с использованием современных эфемерид и значений

масс больших планет и его последующего разложения в гармонические ряды с одновременным определением «источника» (т.е., притягивающей планеты или комбинации планет) каждого существенного периодического члена разложения.

Для решения некоторых задач небесной механики и астрофизики созданы новые модели эллиптической галактики (ЭГ), хорошо согласующиеся с современными представлениями о строении таких галактик. Согласно этим моделям ЭГ представляет собой двухслойный неоднородный вытянутый сфероид, состоящий из барионной массы (БМ) и темной материи (ТМ). В качестве закона распределения плотности (профиля) для БМ берется так называемый «астрофизический закон», а для ТМ – аналоги известных профилей. Такие галактики считаются слоисто-неоднородными (СНЭГ). В рамках этих моделей ставится задача о пространственном движении пассивно-гравитирующего тела (ПГТ) в гравитационном поле СНЭГ. В качестве ПГТ берется звезда или центр масс шарового скопления, в движении которого учитываются притяжения БМ и ТМ. Для получения точных результатов, потенциалы притяжения БМ и ТМ не разлагаются в ряд, а берутся их точные выражения.

Ставится теоретическая задача построения алгоритма расчета движения спутника конечных размеров в рамках эллиптической ограниченной задачи 3-тел, ER3BP: два массивных тела  $M_{\text{Sun}}$ ,  $m_{\text{planet}}$  вращаются вокруг общего барицентра по кеплеровым траекториям; спутник  $m$  вращается по квази-эллиптической “захваченной” орбите вокруг, и на незначительном удалении от планеты  $m_{\text{planet}}$  ( $m \ll m_{\text{planet}} < M_{\text{Sun}}$ ). Ключевыми особенностями являются полу-аналитические допущения для численных решений: 1) приближение “захваченной” плоской орбиты  $\{x, y\}$  спутника вокруг планеты (в синодической вращающейся, декартовой системе координат); 2) спутник рассмотрен как твёрдый эллипсоид почти сферической формы, с гравитационным потенциалом “MacCullagh type”. Задача относится к разделу небесной механики по устойчивости спутниковой динамики. Необычным приемом является рассмотрение спутника конечных размеров, с гравитационным потенциалом “MacCullagh type” при поиске решений уравнений ER3BP.

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Тематика работы в рамках заявленной темы была разнообразной, разнообразие обусловлено местом института в системе Московского университета: тематика должна служить организации учебного процесса.

Решались как сугубо теоретические задачи, так и задачи практической небесной механики. Работа по теме госзадания была основана на полученном опыте предыдущих исследований и построений. Решались следующие задачи.

Исследование влияния друг на друга гравитирующих подсистем в плоских галактиках. Это представляет важную и сложную проблему в динамике звездных систем. Мы предлагаем для решения таких задач новый метод, основанный на вычислении взаимной гравитационной энергии внешнего гало и внутреннего бара. С помощью взаимной гравитационной энергии построен лагранжиан и выводятся дифференциальные уравнения нелинейных вращательных колебаний бара. Найдены частоты и периоды либраций угловой скорости бара как в общем нелинейном случае, так и в приближении гармонических колебаний.

Разработан аналитический метод исследования взаимных поворотных колебаний гравитирующих звездных эллипсоидов, образующих двойные бары в галактиках. Рассмотрены модели с однородным и неоднородным внешним баром. Для каждой модели получены выражения взаимной гравитационной энергии эллипсоидов и рассчитан момент сил между ними, построены лагранжианы и выводятся дифференциальные уравнения нелинейных либраций баров. Найдены решения этих уравнений, вычислены частоты и периоды либраций как в нелинейном случае, так и в приближении гармонических колебаний.

Применение методов теории фигур равновесия позволяет получить новую информацию о строении и вековой эволюции небесных тел. В нашей работе построен механизм вековой эволюции аксиально симметричных двухкомпонентных моделей небесных тел, состоящих из каменного ядра и ледяной оболочки. Установлено, что внешняя поверхность фигуры и поверхность ядра одновременно не могут быть уровнями. В этих условиях действует механизм вековой эволюции ядра и оболочки: каменное ядро уменьшает свою угловую скорость и постепенно округляется. Вследствие этого появляется дополнительное давление от ядра на лед в направлении оси вращения. Давление от ядра растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и когда оно достигнет критического значения, на экваторе фигуры возникнут трещины и разрывы. Для иллюстрации рассмотрен Харон, спутник Плутона. Данный механизм не только позволяет объяснить причину появления разлома ледяной мантии на экваторе Харона, но и дает веские аргументы в пользу гипотезы дифференциального строения этого небесного тела.

Новым аналитическим методом R-тороидов изучается апсидальная и нодальная прецессия пробных орбит в 8 циркумбинарных экзосистемах. Для каждой экзосистемы построена суперпозиция из трех R-тороидов, рассчитаны угловые моменты звездной пары и планеты относительно плоскости Лапласа, найдены коэффициенты 2-й и 4-й зональных гармоник внешнего потенциала R-тороидов, выведены и решены уравнения для частот обеих видов прецессии у пробных орбит. В гравитационном поле R-тороида отношение периодов апсидальной и нодальной прецессии у кольца Гаусса с ну-

левым наклоном равно  $(-2)$ . Установлено, что известные из литературы методы исследования циркумбинарных систем являются частным случаем нашего подхода.

Решались следующие задачи практической небесной механики.

Определение орбиты по пяти относительным положениям.

Объектами могут быть спутник астероида или компонента двойной звезды. В обоих случаях в процессе наблюдений измеряются видимые топоцентрические относительные координаты одного объекта (спутника или компоненты двойной звезды) относительно другого объекта (астероида или другой компоненты двойной звезды). Задача состоит в определении параметров кеплеровой орбиты относительного движения. Обычно задача решается с использованием максимального набора наблюдений. Параметры кеплеровой орбиты находятся дифференциальным уточнением с применением метода наименьших квадратов. Однако для применения такого метода необходимо иметь начальное приближение, то есть предварительные значения параметров. Это делается по минимальному набору наблюдений. В работе показано, что необходимо иметь минимум пять измеренных относительных положений. Идея решения задачи взята из работы Торвальда Николая Тила 1883 года. В этой работе предлагается метод определения всех искомым параметров по трем наблюдениям, если известна так называемая секторная скорость видимого движения. В работе предполагается, что необходимая секторная скорость находится приближенно некоторыми графическими построениями.

Построенный новый метод, основанный на методе Тиле-Иннеса, позволяет определять орбиты спутника удаленного тела по пяти измеренным видимым относительным положениям. Объектами его применения могут быть компоненты визуально двойной звезды или (с некоторыми ограничениями) спутники астероида. У нас метод Тиле-Иннеса дополнен аналитическими формулами для определения секторной скорости спутника звезды или планеты на видимой орбите в пяти положениях. Показана адекватность метода в задаче определения орбиты визуально-двойной звезды ZZ Тау на основе реальных наблюдений. В работе по теме разработан точный метод определения секторной скорости видимого относительного движения по пяти измеренным положениям. Показано, что необходимо минимум пять измеренных положений. Выведены формулы для вычисления искомой секторной скорости по этим данным. Измеренные относительные положения задаются двумя координатами: разностью прямых восхождений и разностью склонений двух рассматриваемых объектов. Необходимо иметь пять таких измеренных положений в пределах одного оборота спутника по орбите. Формулы для вычислений приводятся в результирующей статье по этой задаче. Метод реализован в виде вычислительной программы. Программа помещена в специальный сервер на страницах интернета. Вычисления могут выполняться онлайн. Этот онлайн-сервис позволяет рассчитать орбиту по наблюдениям пользователя. На странице пользователь вводит исходные данные по пяти измеренным положениям. После нажатия экранной кнопки «Выполнить» результирующие искомые параметры выводятся на отдельной странице интернета. Выводится также графическое изображение найденной видимой орбиты и исходные относительные положения вдоль орбиты.

Новые эфемериды далеких спутников планет.

Ранее по теме госзадания был разработан сервер эфемерид спутников

планет MULTI-SAT. При этом в сервере использовались оригинальные модели движения далеких спутников Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна, разработанные ранее в рамках темы.

С течением времени появилось большое число новых наблюдений, были открыты новые спутники Юпитера и Сатурна. Возникла необходимость существенного обновления моделей движения спутников в сервере MULTI-SAT. В работе получены новые модели движения спутников. Они включены в сервер эфемерид.

Оригинальным и новым результатом работы явились оценки точности эфемерид. Оценки точности полученных эфемерид сравнивались с оценками точности эфемерид, построенных в американском научном центре JPL (Jet Propulsion Laboratory). Показано, что наши эфемериды не уступают по точности американским эфемеридам. В некоторых случаях точность наших эфемерид оказалась лучше. Это объясняется тем, что мы использовали ряд новых наблюдений, которые не использовались еще американскими коллегами. Показано, что точность эфемерид значительно улучшается при увеличении интервала времени наблюдений.

Новые эфемериды спутников астероидов.

Ранее по теме госзадания были созданы эфемериды спутников астероидов. Были построены эфемериды 62 спутников. С тех пор открыты новые спутники астероидов и опубликованы новые наблюдения. В работе по теме НИР из наблюдений определены орбитальные параметры четырех новых спутников. Сообщается об обновлении эфемерид спутников на основе новых наблюдений.

Важной и необходимой характеристикой эфемерид является точность. В настоящей работе показано, как делаются оценки точности эфемерид, даны примеры оценок. Выявлено важное обстоятельство: для большого числа спутников точность эфемерид деградировала к настоящему времени настолько, что эфемериды стали практически непригодными. Имеется острая необходимость новых наблюдений спутников астероидов. Все новые построения эфемерид спутников астероидов отражаются в созданном сервере эфемерид, позволяющем получать эфемериды путем обращения к страницам сервера в интернете.

Обработка и подготовка к публикации результатов всемирной кампании фотометрических наблюдений Галилеевых спутников Юпитера во время их взаимных покрытий и затмений в 2021 году.

Обработка заключалась в получении астрометрических результатов на основе фотометрических наблюдений. Это выполнялось оригинальным методом, разработанным ранее исполнителями темы. Обработаны 85 кривых блеска спутников. Выполнена большая работа по согласованию материалов публикации. Осуществлялось общение с 40 соавторами из 12 стран.

Определение орбитальных параметров в системе двойной звезды.

Изучение динамики визуально двойных звезд дает много новой информации для моделирования процессов внутри звезд и для изучения эволюции звезд. Для этого необходимо знать массу системы. Масса системы двойной звезды определяется по орбитальным параметрам относительного движения. В данной работе изучалась система визуально двойной звезды ZZ Tau. В рамках работы по теме госзадания были определены из наблюдений параметры орбитального движения. Это новый результат, поскольку в состав наблюдательных данных были включены новые астрометрические наблю-

дения двойной звезды на Кавказской горной обсерватории ГАИШ МГУ. Метод определения орбиты был обычным, который применялся для определения орбит спутников планет. Однако по отношению к задаче определения орбиты двойной звезды метод был оригинальным. В итоге на основе всех имевшихся наблюдений были найдены параметры орбиты, из которых была определена масса системы. Это новый результат, который позволил сделать астрофизические выводы об эволюции системы.

Задача о приливах в теле Солнца.

Для разложения приливообразующего потенциала Солнца в гармонические ряды нами была применена методика, ранее использованная, в частности, для разложения приливообразующего потенциала Земли и планет земной группы. Первоначально численные значения потенциала вычислялись с шагом 1 день на длительном интервале времени в 30 000 лет (13 000 г. до н.э. – 17 000 г. н.э.). В качестве притягивающих тел рассматривались 8 больших планет Солнечной системы и Луна. Для вычисления координат тел использовались наиболее современные долгосрочные численные эфемериды больших планет и Луны DE-441 (JPL/NASA). Далее использовался модифицированный метод спектрального анализа полученной таблицы значений потенциала (опубликовано ранее С.М. Кудрявцевым). Результат разложения представляет собою гармонический ряд, где частоты членов ряда и их амплитуды есть, в общем случае, нелинейные полиномы от времени. Это позволяет выполнить точное разложение функции на длительных интервалах времени и, как следствие, лучше разделить члены с близкими частотами. В итоговом разложении приливообразующего потенциала Солнца мы получаем не только амплитуды и периоды всех основных членов разложения, но и, в отличие от классического спектрального анализа, определяем источник возникновения той или иной вариации потенциала (как результат притяжения определенной планеты или комбинации планет).

В результате, нами были получены все члены полного разложения приливообразующего потенциала Солнца с амплитудой не менее  $10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> (при том, что максимальная амплитуда членов достигает величин порядка  $10^{-1}$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>). Максимальная степень членов разложения (относительно малого параметра, равного отношению условного радиуса Солнца к текущему гелиоцентрическому расстоянию планеты), которая приводит к появлению членов разложения с амплитудой, не менее данного порогового значения, равна 4. Общее количество членов разложения составило 713.

Анализ полученного разложения показал, что хотя обнаруженные периоды приливов варьируются от ~ 10<sup>4</sup> лет до 1 недели, среди них отсутствуют как члены с периодом ≈ 11,0 лет, так и члены, содержащие комбинации частот Венеры, Земли и Юпитера со сколь-либо значительной амплитудой. Также не обнаружены члены с периодом ≈ 22,0 года. В 11-летней полосе спектра доминируют члены, обусловленные орбитальным движением Юпитера, а также линейной комбинацией средних движений Юпитера и Сатурна. Членов, связанных с движением Венеры, в 11-летней полосе спектра не выявлено. Планетой, которая вносит наибольший вклад в приливообразующий потенциал Солнца в обнаруженных конфигурациях из трех планет, содержащих Венеру и Землю, является Сатурн.

Задача о движении звезд в слоисто-неоднородных эллиптических галактиках (ЭГ) на основе новых моделей.

На основе созданных новых моделей для решения задач небесной ме-

ханики и астрофизики рассмотрено пространственное движение пассивно-гравитирующего тела (ПГТ) в гравитационном поле слоисто-неоднородной эллиптической галактики (СНЭГ). Согласно этим моделям ЭГ вместе с гало (вариант 1) или без него (вариант 2) представляет собой слоисто-неоднородный вытянутый сфероид, состоящий из барионной массы (БМ) и темной материи (ТМ). Выбор вытянутого сфероида в качестве модели трехосной ЭГ объясняется тем, что его динамические свойства оказываются весьма близкими к свойствам трехосного эллипсоида. В этой модели не существует границы раздела между БМ и ТМ. Поэтому определение условий сшивки потенциалов не рассматривается. Условные границы ЭГ определяются согласно известным формулам, из каталога Вокулера.

В качестве профиля БМ взят так называемый “астрофизический закон”, основанный на законе распределения поверхностной яркости Хаббла и хорошо моделирующий распределение плотности в ЭГ. Для ТМ берется один из аналогов известных профилей: модели Дэнена (1993), NFW (Navarro, Frenk, White, 1996), Хернквиста (1990) и Джаффа (1983). Эти модели могут быть объединены в один универсальный профиль, приведенный в книге Бинни, Тремайна 2008 года. Однако эти профили применимы исключительно к сферическим галактикам. Для применения вышеперечисленных моделей к ЭГ, они нами усовершенствованы и названы аналогами соответствующих профилей.

Для решения задач небесной механики вычислены согласно созданным моделям потенциалы притяжения ЭГ и выведены уравнения движения ПГТ. Найден аналог интеграла Якоби, определена область возможности движения пассивно-гравитирующего тела и построены поверхности нулевой скорости. Установлена устойчивость в смысле Ляпунова найденных стационарных решений – точек либрации. Найденные согласно этим моделям коллинеарные точки либрации являются особыми точками и неустойчивы в смысле Ляпунова в первом приближении, а треугольные точки либрации являются особыми точками и устойчивы. Определена поверхность вокруг СНЭГ, внутри которой движения звезд или центра масс шарового скопления оказываются устойчивыми по Хиллу. Полученные результаты применены к эллиптическим галактикам NGC 4374, NGC 4472 (M49) и NGC 4697. Показано, что для получения точных результатов при нахождении точек либрации и исследовании их на устойчивость, вместо приближенных выражений потенциалов БМ и ТМ следует пользоваться их точными выражениями.

Решалась задача о движении спутника конечных размеров вокруг планеты. За основу постановки задачи взяты уравнения ER3BP в форме, рассмотренной в работе Ашенберга в 1996 году. Рассмотрена плоская синодическая система координат (с началом в барицентре системы), с последующим переходом в пульсирующую с новым масштабированием координат и истинной аномалией  $f$ . Представлен алгоритм расчета движения спутника конечных размеров, спутник рассмотрен как твердый эллипсоид почти сферической формы, с гравитационным потенциалом “MacCullagh type”. В уравнениях переменными являются: 2 координаты спутника  $\{x, y\}$ . Постоянными задачи являются: масса спутника (и его размеры), массы планеты и Солнца, гравитационная постоянная; эксцентриситет, большая полуось  $\{e, ap\}$  эллиптической орбиты планеты вокруг барицентра “планета-Солнце”. Получены полуаналитические и численные решения при выбранных начальных значениях. Сделан вывод о вынужденном характере колебаний расстояния

спутника до планеты и о реализуемости квазипериодического характера осцилляций в заданной малой окрестности планеты (в приближении “захваченной орбиты”). Установление данного факта есть основной результат работы, что и планировалось. Основные результаты получены С.В. Ершковым.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В итоге работы по теме госзадания в 2022 году были получены следующие результаты.

Для исследования вековой эволюции орбит в экзопланетных циркумбинарных системах разработаны новые аналитические методы в небесной механике. Наш подход основан на применении выражения взаимной энергии R-тороида и внешнего кольца Гаусса. Применение метода R-тороидов к изучению вековой эволюции пробных орбит в 8 циркумбинарных системах позволило выяснить некоторые особенности вековой эволюции.

Построен механизм вековой эволюции аксиально симметричных двухкомпонентных моделей небесных тел, состоящих из каменного ядра и ледяной оболочки. Установлено, что внешняя поверхность фигуры и поверхность ядра одновременно не могут быть уровнями. В этих условиях действует механизм вековой эволюции ядра и оболочки: каменное ядро уменьшает свою угловую скорость и постепенно округляется. Вследствие этого появится дополнительное давление от ядра на лед в направлении оси вращения. Давление от ядра растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и когда оно достигнет критического значения, на экваторе фигуры возникнут трещины и разрывы. Для иллюстрации рассмотрен Харон, спутник Плутона. Данный механизм не только позволяет объяснить причину появления разлома ледяной мантии на экваторе Харона, но и дает веские аргументы в пользу гипотезы дифференциального строения этого небесного тела.

Разработан новый метод исследования влияния друг на друга гравитирующих подсистем в плоских галактиках. Метод основан на вычислении взаимной гравитационной энергии внешнего гало и внутреннего бара. Построен лагранжиан и получены дифференциальные уравнения нелинейных вращательных колебаний бара. Найдены частоты и периоды либраций угловой скорости бара как в общем нелинейном случае, так и в приближении гармонических колебаний. Разработан аналитический метод исследования взаимных поворотных колебаний гравитирующих звездных эллипсоидов, образующих двойные бары в галактиках.

По задачам практической небесной механики получены следующие результаты.

Разработан новый метод определения предварительной орбиты спутника планеты или компоненты двойной звезды по минимальному числу наблюдений – пяти относительным видимым положениям. Это сделано на основе модифицированного метода Тиле-Иннеса, дополненного аналитическими формулами для определения секторной скорости спутника звезды или планеты на видимой орбите в пяти положениях. Показана адекватность данного метода в задаче определения орбиты визуально-двойной звезды ZZ Tau на основе реальных наблюдений. Определена орбита в системе двойной звезды ZZ Tau на основе всех имеющихся наблюдений. Параметры орбиты позволили определить массу системы, что дало новую информацию для астрофизических выводов об этой системе.

Существенно обновлены эфемериды спутников планет и спутников астероидов на основе нового состава наблюдений. Добавлены орбиты новых спутников, недавно открытых. Эфемериды добавлены в эфемеридный сервер MULTI-SAT.

Обработаны все наблюдения всемирной кампании наблюдений 2021 года

Галилеевых спутников Юпитера во время их взаимных покрытий и затмений. Результаты подготовлены к печати и опубликованы. Публикация была согласована с 40 соавторами из 12 стран.

Впервые выполнено полное разложение приливообразующего потенциала Солнца в точные гармонические ряды. Найдены все основные члены разложения с амплитудой, превышающей  $10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> (при том, что максимальная амплитуда членов достигает величин порядка  $10^{-1}$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>). Общее число членов разложения составляет 713.

В полученном разложении приливообразующего потенциала Солнца не выявлено членов с периодом  $\approx 11,0$  и  $\approx 22,0$  лет и амплитудой, превышающей заданный минимальный порог значений. Обнаружено, что члены разложения, содержащие различные конфигурации орбитальных частот Венеры, Земли и Юпитера не дают никакого сколь-либо заметного вклада в величину приливообразующего потенциала Солнца. Как следствие, гипотеза о возможном приливе на поверхности Солнца с периодом  $\approx 11,0$  лет, обусловленном совместным действием Венеры, Земли и Юпитера, и имеющем возможное физическое отношение к основному 11-летнему циклу солнечной активности, представляется крайне маловероятной.

Для решения некоторых задач небесной механики и астрофизики созданы три новые модели эллиптической галактики (ЭГ), хорошо согласующиеся с современными представлениями о строении таких галактик. Согласно этим моделям ЭГ вместе с гало рассматривается как двухслойный неоднородный эллипсоид вращения - вытянутый сфероид. В качестве модели неоднородной трехосной ЭГ выбран вытянутый сфероид потому, что его динамические свойства весьма близки к свойствам трехосного эллипсоида. Для такого сфероида, как и для трехосного эллипсоида, ось вращения не совпадает с видимой малой осью, а изофоты окажутся несоосными.

Вычислены согласно созданным моделям потенциалы притяжения ЭГ и выведены уравнения движения пассивно-гравитирующего тела (ПГТ). Определены точки либрации, установлены их устойчивость в смысле Ляпунова, найдены возможные первые интегралы - аналоги интеграла Якоби, определены области возможности движения ПГТ и построены поверхности нулевой скорости. Для получения точных результатов с помощью метода численного интегрирования дифференциальных уравнений, потенциалы в этих моделях не разлагаются в ряд по степеням малых параметров, а берутся целиком.

Найден аналог интеграла Якоби, определена область возможности движения ПГТ и построены поверхности нулевой скорости. Установлена устойчивость в смысле Ляпунова найденных стационарных решений - точек либрации.

По теоретической части работы сделан следующий вывод. Движение спутника конечных размеров (твёрдый эллипсоид почти сферической формы) вблизи планеты в рамках ER3BP не является устойчивым: спутник может быть выброшен за пределы "захваченной" орбиты в режиме сильных осцилляций квази-периодического характера. Нерешенной остается задача о движении спутника возле барицентра системы.

ПРИЛОЖЕНИЕ А  
Объем финансирования темы в 2022 году  
Таблица А.1

Источник финанси- рования	Объем (руб.)	
	Получено	Освоено собственными силами