

МГУ им. М.В. Ломоносова
Физический факультет
Кафедра астрофизики и звездной астрономии
Кафедра экспериментальной астрономии
Отдел изучения Галактики и переменных звёзд ГАИШ

Методическое пособие к задаче специального астрономического практикума для студентов 4 курса физического факультета МГУ, обучающихся по программе МС_Астрономия (специальность 03.05.01 "Астрономия")

**"ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗБЫТКА ЦВЕТА, РАССТОЯНИЯ И ВОЗРАСТА
ЗВЁЗДНОГО СКОПЛЕНИЯ ПО АСТРОМЕТРИЧЕСКИМ И
ФОТОМЕТРИЧЕСКИМ ДАННЫМ МИССИИ GAIA"**

Составители:

**Проф. Расторгуев А.С.
К.ф.-м.н. Заболотских М.В.**

Москва, 2023

Введение

Звёздные скопления - гравитационно-связанные звёздные системы - играют в современной астрономии исключительную роль. Звёздные скопления делятся на два основных класса: рассеянные скопления, населяющие преимущественно тонкий и старый диски Галактики, и шаровые скопления, старые объекты галактического гало, толстого диска и балджа. В Млечном пути известно приблизительно 3000 рассеянных и около 170 шаровых скоплений. И ещё несколько тысяч объектов считаются кандидатами в звёздные скопления и требуют дальнейшего тщательного изучения.

Скопления населены звёздами, образовавшимися практически одновременно в результате фрагментации единого гигантского молекулярного облака, и характеризуются почти одинаковым химическим составом. Звёзды-члены одного скопления различаются в основном массами и, следовательно, стадиями эволюции. Звёздное население скоплений эффективно изучается с помощью различных вариантов диаграммы Герцшпрунга-Рассела (показатель цвета - видимая величина; нормальный цвет - абсолютная величина; эффективная температура - поверхностное ускорение силы тяжести или болометрическая светимость и др.), а также их 3-мерных аналогов в виде диаграмм Гесса. Различие масс членов скоплений и сопутствующие различия в их темпах эволюции существенным образом определяют вид диаграмм ГР и форму их основных ветвей. Например, хорошо известно, что время жизни массивных звёзд на главной последовательности значительно короче, чем звёзд малой массы. Поэтому светимость и цвет звёзд вблизи точки поворота от главной последовательности звёздных скоплений являются самым надёжным индикатором их возраста. Именно это обстоятельство - зависимость формы ГР и ветви субгигантов и красных гигантов от возраста - является теоретической основой определения важнейших физических характеристик звёздных скоплений (возраста, избытка цвета и расстояния) методом наложения теоретических изохрон на наблюдаемую диаграмму "цвет - звёздная величина".

Таким образом, звёздные скопления являются уникальными объектами, предоставляющие нам самую надёжную информацию об истории звездообразования в Галактике. Изучение рассеянных звёздных скоплений как типичной популяции тонкого галактического диска осложнено значительным влиянием поглощения света. Более того, молодые рассеянные скопления в областях текущего звездообразования и в звёздных ассоциациях часто остаются генетически связанными с межзвёздной средой - атомарным и молекулярным газом и пылью. Такие скопления обычно называют "погружёнными" (в газо-пылевую среду); их вид диаграмм цвет - звёздная величина явно отражает наличие дифференциального поглощения (разной величины поглощения для разных звёзд). Более того, зачастую в таких областях закон межзвёздного поглощения может значительно отличаться от "стандартного" с $R_V \approx 3.1$.

Вторая и весьма существенная сложность исследования рассеянных звёздных скоплений состоит в том, что большинство из них - особенно более далёкие от Солнца скопления - наблюдаются на плотном фоне близких и более далёких звёзд. Очевидно, они сильно "засоряют" наблюдаемые диаграммы ГР и затрудняют их интерпретацию. Проблема отделения реальных членов скопления от звёзд галактического поля относится к числу наиболее важных, и от её решения зависит надёжность определения параметров скопления. Существует целый ряд известных свойств скоплений, на которые опираются методы выделения членов.

Во-первых, на небесной сфере члены рассеянного скопления должны показывать некоторую концентрацию к центру (хотя в небогатых скоплениях она может быть выражена не очень ярко). Во-вторых, звёзды типичного скопления образуют в пространстве довольно компактную группу размером порядка 10 пк, и при наличии тригонометрических параллаксов, измеренных обсерваторией GAIA, их также можно использовать для предварительного отбора членов скопления. В-третьих, с помощью теоремы вириала можно легко показать, что дисперсия скоростей в гравитационно-связанном скоплении с массой порядка 100-1000 солнечных должна составлять менее 1 км/с; следовательно, собственные движения звёзд-членов скопления должны совпадать в

пределах ошибок измерений. Именно этот мощный кинематический критерий является самым надёжным способом выделения реальных членов скоплений. Наконец, в-четвёртых, скопления обладают характерным видом наблюдаемой диаграммы ГР, отражающим их возраст. Однако надо иметь в виду, что именно "очистка" наблюдаемой диаграммы ГР от звёзд поля и является нашей целью, т.к. на виде диаграммы ГР основаны оценки возраста, избытка цвета и фотометрического расстояния.

Цель данной работы: знакомство с методами выделения членов рассеянного скопления и последующими способами оценки покраснения (избытка цвета), возраста и фотометрического расстояния путём наложения теоретических изохрон.

Наблюдательный материал: полный набор данных для рассеянного скопления из каталога GAIA DR3.

Инструменты для решения задачи: программа анализа и визуализации табличных данных TopCat; создание собственной программы вычисления вероятности членства в скоплении по собственным движениям на платформе MatLab или Python; набор теоретических изохрон MESA.

Отбор выборки звёзд в области звёздного скопления

Предварительный отбор выборки звёзд в области скопления проводится по тригонометрическим параллаксам звёзд и характерному виду диаграммы "показатель цвета - видимая звёздная величина". Проще всего сделать это с помощью очень удобной кросс-платформенной программы анализа и визуализации табличных данных TopCat, функционирующей в среде JAVA, которую можно скачать со странички германской Виртуальной Обсерватории, доступной по адресу <https://www.g-vo.org/topcat/topcat/>.

(1) Вначале активируем программу **TopCat**. В меню **VO** выберем пункт **VizieR Catalogue Service** (рис. 1).

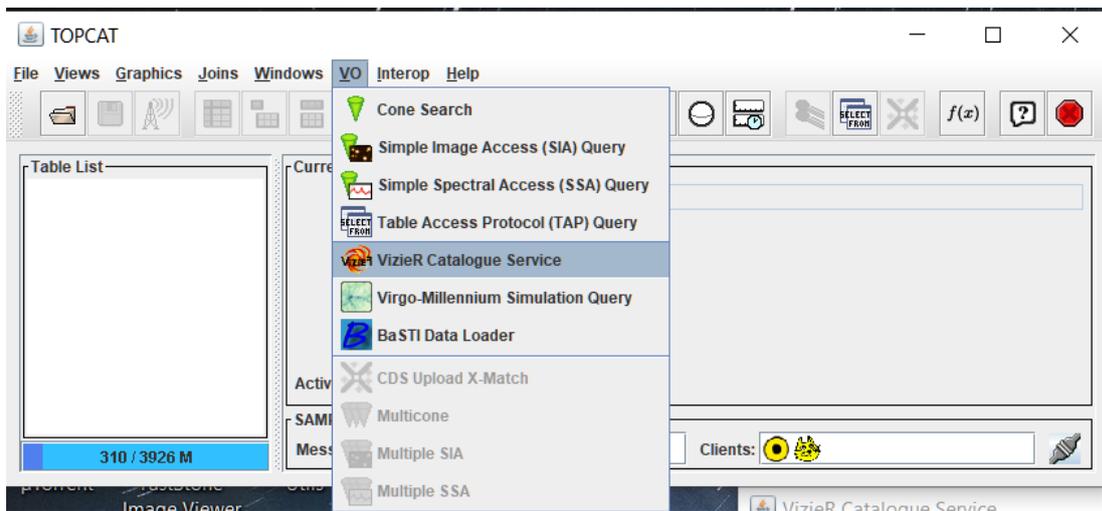


Рис. 1

(2) В поле **Object Name (Cone Selection)** (рис. 2) введём одно из принятых обозначений (имён) скопления и нажмём кнопку **Resolve** для отождествления в Simbad (как альтернатива, можно ввести экваториальные координаты нужной области в одном из указанных в выпадающем меню справа форматов).

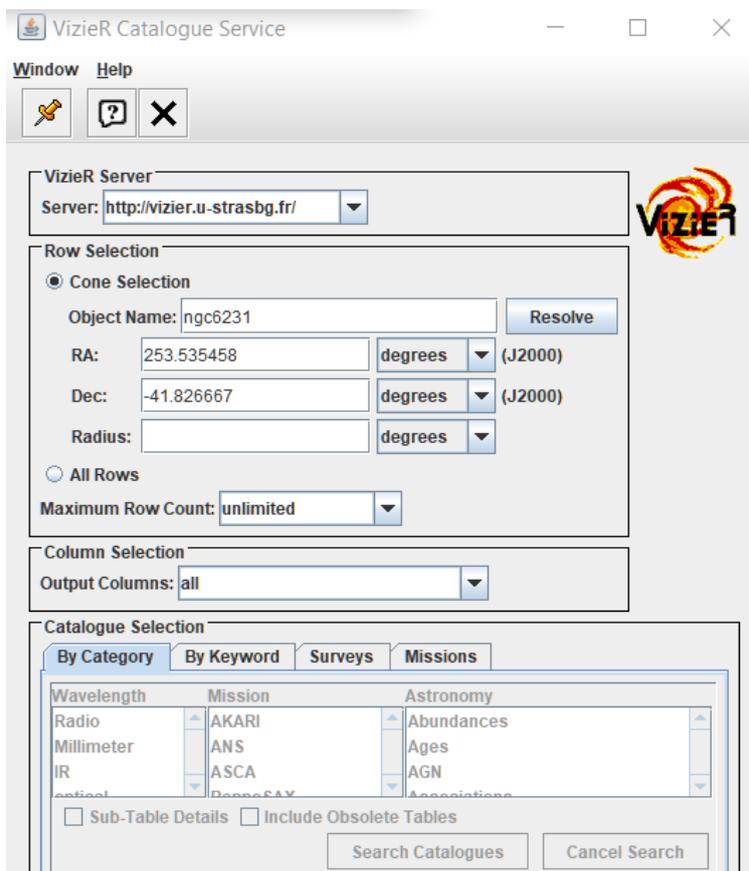


Рис. 2

(3) В поле **Radius** введём радиус области поиска объектов в режиме **Cone Search** (надо выбрать также нужную единицу измерения в ниспадающем меню справа). Заодно укажем максимальное число объектов в поле **Maximum Row Count** (если число объектов заранее не известно, рекомендуется установить параметр **Unlimited**), и выбор нужных столбцов **Output Columns** (рекомендуется **All**). В поле **Catalogue Selection - By Keyword** введём название каталога **GAIA DR3** и нажмём кнопку **Search Catalogues** (рис. 3).

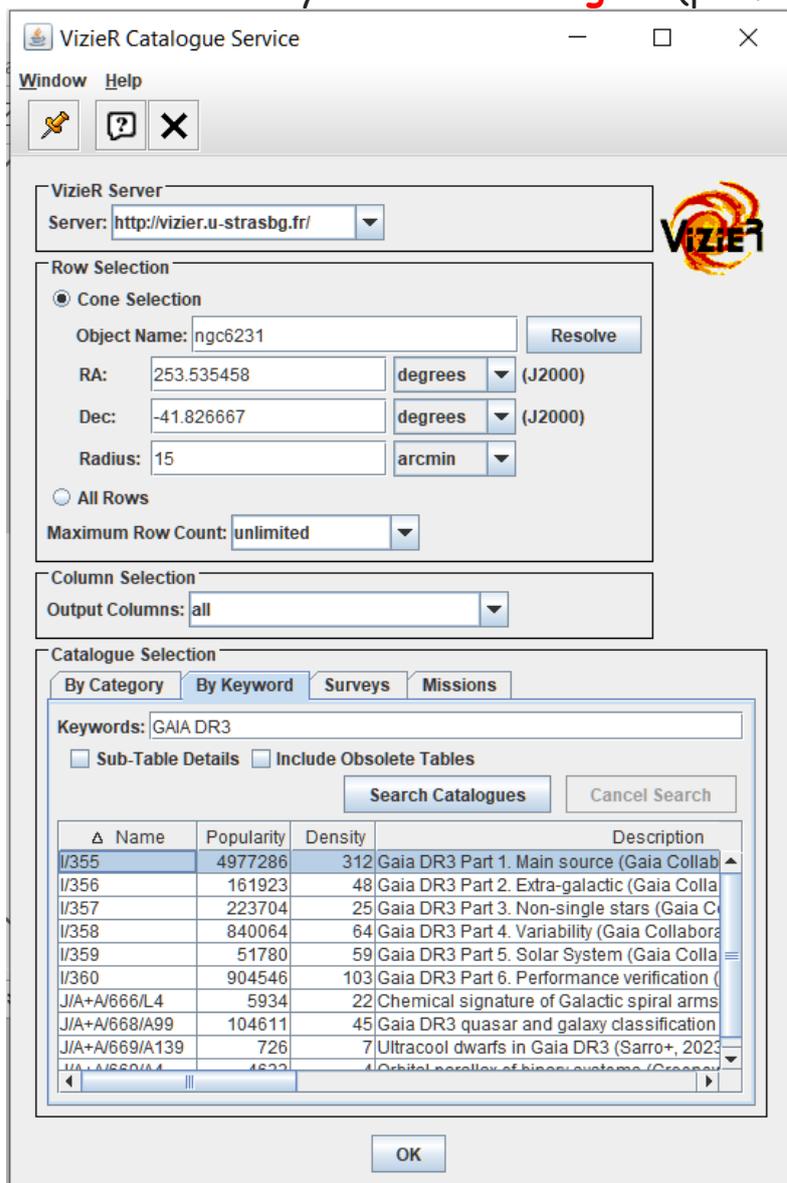
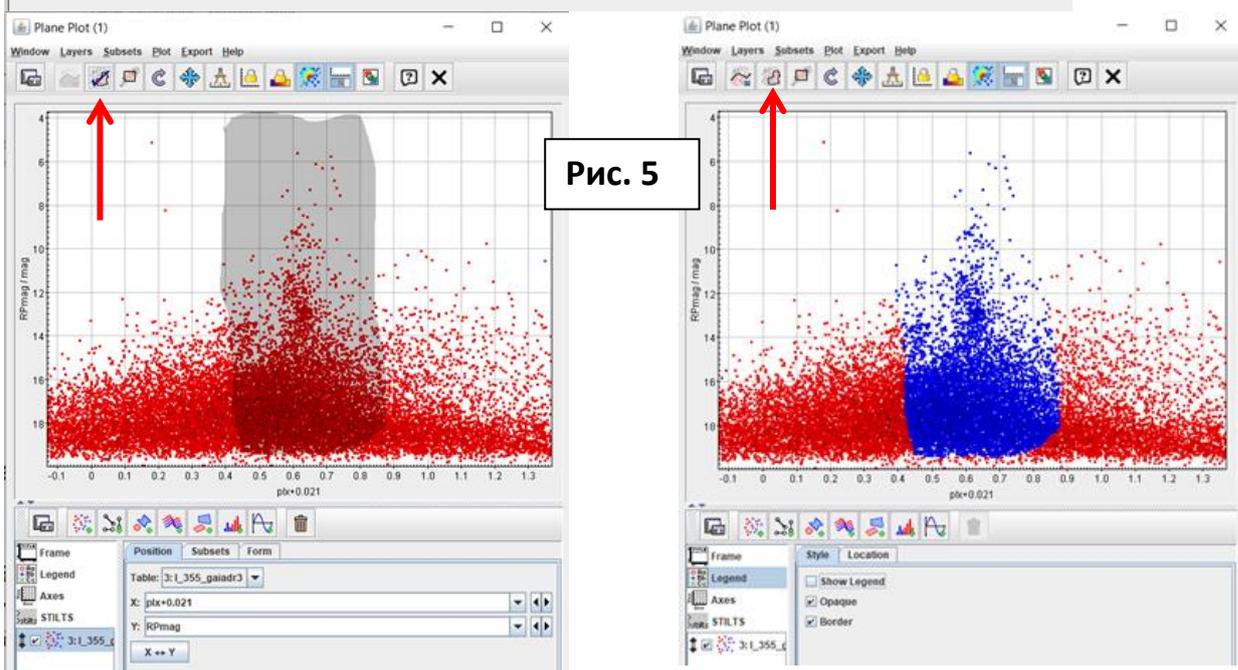
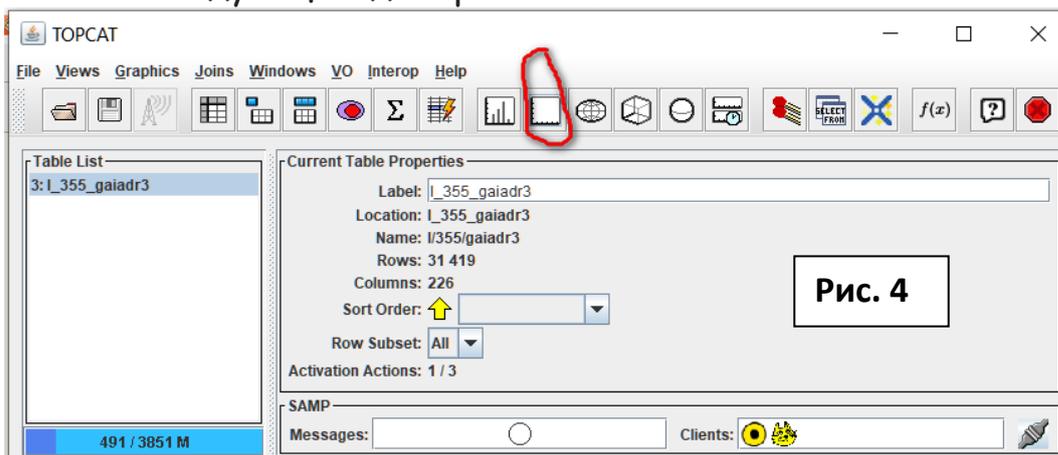


Рис. 3

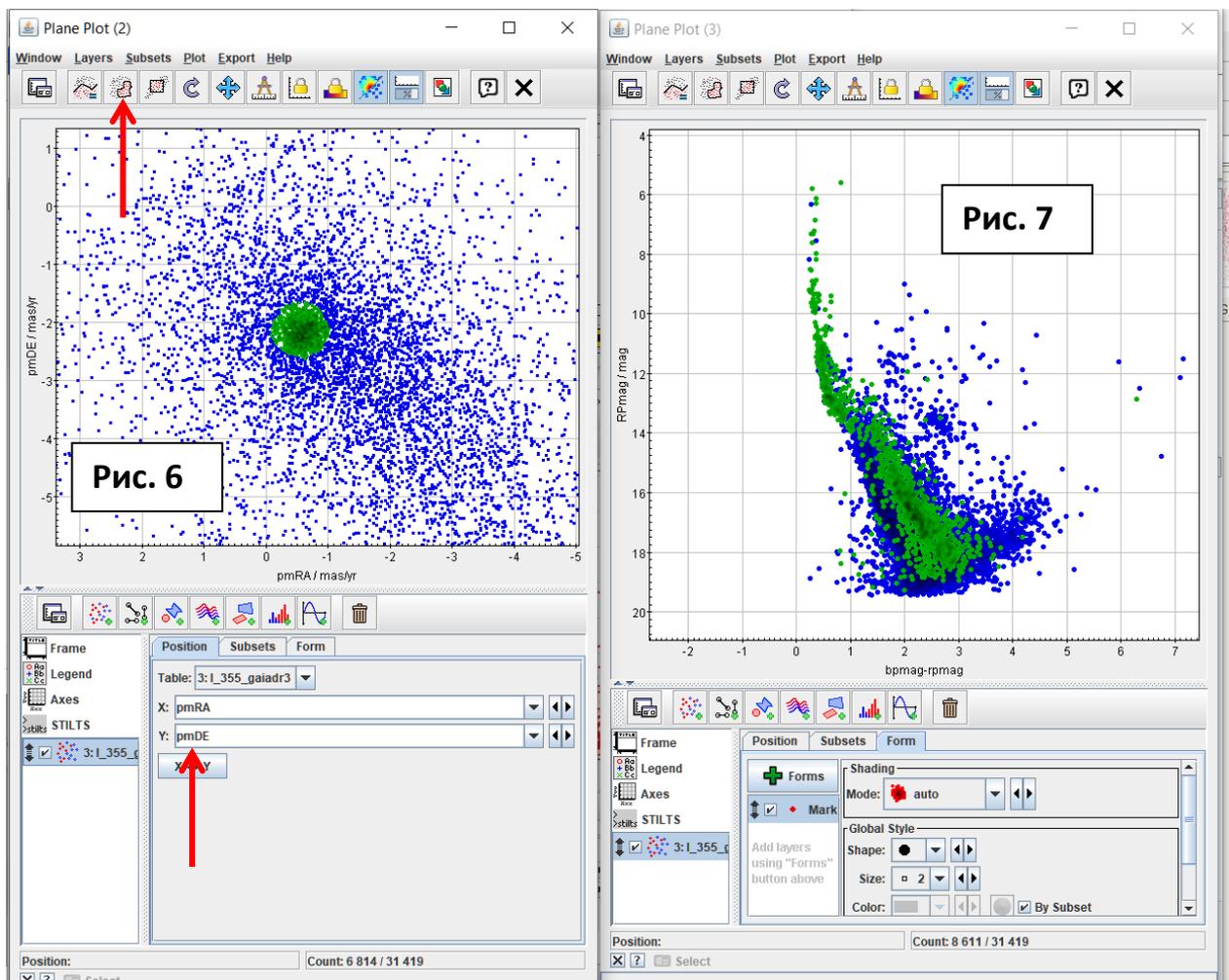
(4) После успешного завершения поиска каталога в нижнем окошке на рис. 3 появится список связанных с GAIA DR3 каталогов. Нас будет интересовать верхняя строчка с именем основного каталога **I/355 (Gaia DR3. Main source)**. Наведём на неё указатель мышки и нажмём нижнюю кнопку **OK**.

Внимание! В TopCat вместе с основным каталогом GAIA DR3 автоматически будут загружаться ещё несколько каталогов семейства DR3, которые для экономии памяти будет лучше сразу же удалить из системы (для этого сначала стандартным способом выделим их в окне **Table List**, а затем удалим с помощью основного меню TopCat **File - Discard Table(s)**).

(5) В качестве примера ограничимся предварительным выделением звёзд по параллаксам. Откроем окно **Plane Plotting Window** (отмечено ниже) и выведем на него диаграмму **plx+0.021 - RPMag** (см рис. 4 внизу). Выделим на нём нужную область параллаксов (показано затенением). Нажмём галочку (поле отмечено стрелкой на рис. 5) и введём имя подмножества (Subset), например **Plx**. Это подмножество будет выделено цветом на этой и всех последующих диаграммах.



(6) **Окончательный отбор звёзд** проведём по **собственным движениям**. На диаграмме собственных движений (**pmRA, pmDE**) рассеянных скоплений (см. рис. 6) обычно чётко выделяется компактная область, занимаемая членами скопления (звёзд с практически одинаковыми пространственными скоростями). Мы можем тем же способом, что и по тригонометрическим параллаксам, выбрать подмножество этих звёзд (**pm**) для дальнейшего анализа.



В результате совместного выделения звёзд по критериям близости тригонометрических параллакса и собственных движений, как правило, удаётся существенно улучшить вид диаграммы показатель цвета ($B-P_{\text{mag}}$) - видимая звёздная величина ($R-P_{\text{mag}}$) (выделено зелёным цветом на рис. 7).

Выше мы описали простейший "ручной" способ выделения возможных членов скопления на основе близости компонентов собственных движений. Существует и более объективный метод,

использующий возможность приписать каждой звезде **вероятность членства** в скоплении по критерию собственных движений. Этот способ позволяет изучать население звёздных скоплений и определять их основные характеристики в рамках конвейерных (pipeline) алгоритмов, что особенно актуально в современных условиях необычайного обилия наблюдательного материала, в том числе и о рассеянных скоплениях.

После ознакомления с этим методом вы снова вернёмся к определению параметров звёздных скоплений методом наложения теоретических изохрон на диаграмме цвет – звёздная величина.

Описание алгоритма оценки вероятности принадлежности звёзд к скоплению

Распределение звёзд на диаграмме собственных движений (μ_α, μ_δ) задаётся в виде суммы двух нормальных законов, описывающих распределение звёзд фона и скопления соответственно. Полное число звёзд в площадке $(\vec{\mu}, \vec{\mu} + \Delta\vec{\mu})$ равно

$$\Delta N(\vec{\mu}) = f(\vec{\mu}|\Sigma_f, \Sigma_c)\Delta\vec{\mu}$$

где $f(\vec{\mu}|\Sigma_f, \Sigma_c)$ – плотность вероятности двумерного нормального распределения собственных движений (обычно называемого **GMM – Gaussian Mixture Model**), описываемая матрицами ковариации (Σ_f, Σ_c) :

$$\begin{aligned} f(\vec{\mu}|\Sigma_f, \Sigma_c) &= \frac{N_f}{\sqrt{2\pi \cdot \det(\Sigma_f)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\vec{\mu} - \vec{\mu}_f)^T \times \text{inv}(\Sigma_f) \times (\vec{\mu} - \vec{\mu}_f)\right] \\ &+ \frac{N_c}{\sqrt{2\pi \cdot \det(\Sigma_c)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\vec{\mu} - \vec{\mu}_c)^T \times \text{inv}(\Sigma_c) \times (\vec{\mu} - \vec{\mu}_c)\right] \\ &= N_f \times f_f(\vec{\mu}|\Sigma_f, \vec{\mu}_f) + N_c \times f_c(\vec{\mu}|\Sigma_c, \vec{\mu}_c) \end{aligned}$$

В этом выражении распределение звёзд поля задаётся формулой

$$f_f(\vec{\mu}|\Sigma_f, \vec{\mu}_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \det(\Sigma_f)}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\vec{\mu} - \vec{\mu}_f)^T \times \text{inv}(\Sigma_f) \times (\vec{\mu} - \vec{\mu}_f) \right]$$

а распределение членов скопления - формулой

$$f_c(\vec{\mu}|\Sigma_c, \vec{\mu}_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \det(\Sigma_c)}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\vec{\mu} - \vec{\mu}_c)^T \times \text{inv}(\Sigma_c) \times (\vec{\mu} - \vec{\mu}_c) \right]$$

Здесь $\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_\alpha \\ \mu_\delta \end{pmatrix}$ - вектор-столбец, содержащий компоненты собственных движений, $\vec{\mu}_f, \vec{\mu}_c$ - векторы-центроиды собственных движений звёзд поля и скопления соответственно; **T** - знак транспонирования, **inv, det** - обозначения для обратной матрицы и определителя матрицы соответственно.

$$\Sigma_f = \begin{pmatrix} \sigma_{f\alpha}^2 & \text{Corr} \cdot \sigma_{f\alpha} \cdot \sigma_{f\delta} \\ \text{Corr} \cdot \sigma_{f\alpha} \cdot \sigma_{f\delta} & \sigma_{f\delta}^2 \end{pmatrix} - \text{матрица ковариации для}$$

распределения звёзд фона, **Corr** - коэффициент корреляции компонентов собственных движений, отражающий возможную вытянутость их распределения; $\Sigma_c = \begin{pmatrix} \sigma_c^2 & 0 \\ 0 & \sigma_c^2 \end{pmatrix}$ - матрица ковариации

для распределения звёзд скопления с одинаковыми дисперсиями собственных движений по двум координатам. Кроме того, измеренная величина вектора собственного движения $\vec{\mu}_i$ характеризуется матрицей ковариации ошибок

$$E_i = \begin{pmatrix} S_{\alpha,i}^2 & r_i S_{\alpha,i} S_{\delta,i} \\ r_i S_{\alpha,i} S_{\delta,i} & S_{\delta,i}^2 \end{pmatrix}, \quad \text{где } r_i, S_{\alpha,i}, S_{\delta,i} - \text{соответственно}$$

коэффициент корреляции и ошибки компонентов собственного движения i-й звезды, приводимые в каталогах GAIA.

Прежде чем определять вероятность принадлежности звёзд к скоплению, следует найти параметры двумерного распределения собственных движений, а именно все указанные величины $\vec{\mu}_f, \vec{\mu}_c, \sigma_c, \sigma_{f\alpha}, \sigma_{f\delta}, \text{Corr}, N_f, N_c$. В итоге суммарное рассеяние каждой звезды на диаграмме собственных движений определяется тремя матрицами ковариации Σ_f, Σ_c, E_i (включая матрицу ковариации ошибок определения собственного движения). Следовательно,

задача определения всех параметров распределения сводится к поиску максимума функции правдоподобия

$$LF = \prod_{i=1}^{N=N_f+N_c} f(\vec{\mu}_i | \Sigma_f + E_i, \Sigma_c + E_i)$$

или, что одно и то же, к поиску минимума функции

$$\Gamma = -\ln(LF) = - \sum_{i=1}^{N=N_f+N_c} f(\vec{\mu}_i | \Sigma_f + E_i, \Sigma_c + E_i)$$

по всему пространству параметров. Здесь N - полное число звёзд в исследуемой выборке. Минимизация функции Γ проводится одним из вариантов методов оптимизации (градиентного спуска, деформируемых многогранников, trust region). Для решения задачи следует задать некоторые начальные приближения параметров исходя из вида двумерной диаграммы собственных движений.

После того как все параметры, в том числе численности звёзд, отнесённых к полю N_f и скоплению N_c , определены, можно оценить вероятность принадлежности каждой звезды к скоплению. Принцип определения вероятности членства состоит в следующем.

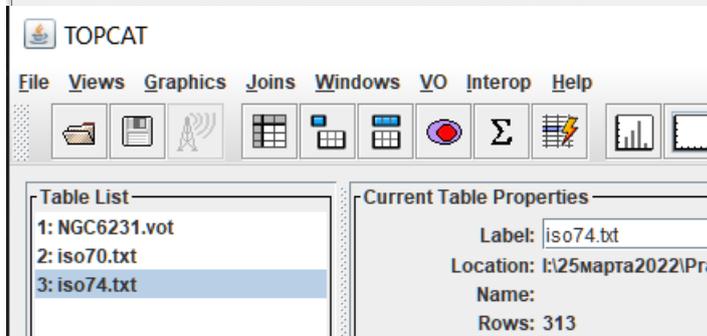
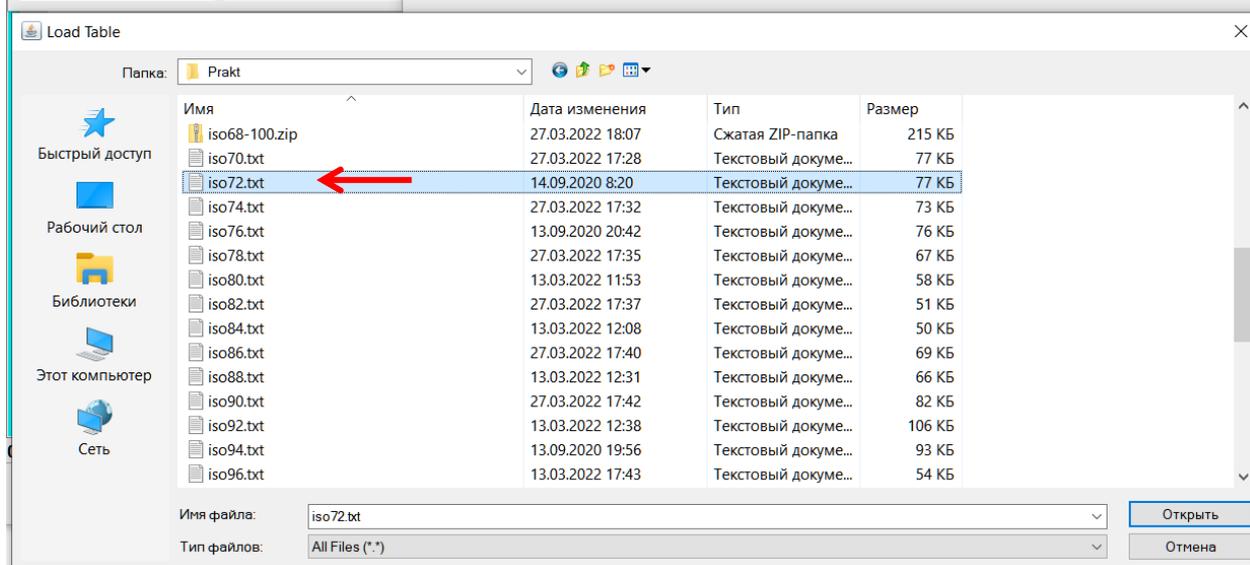
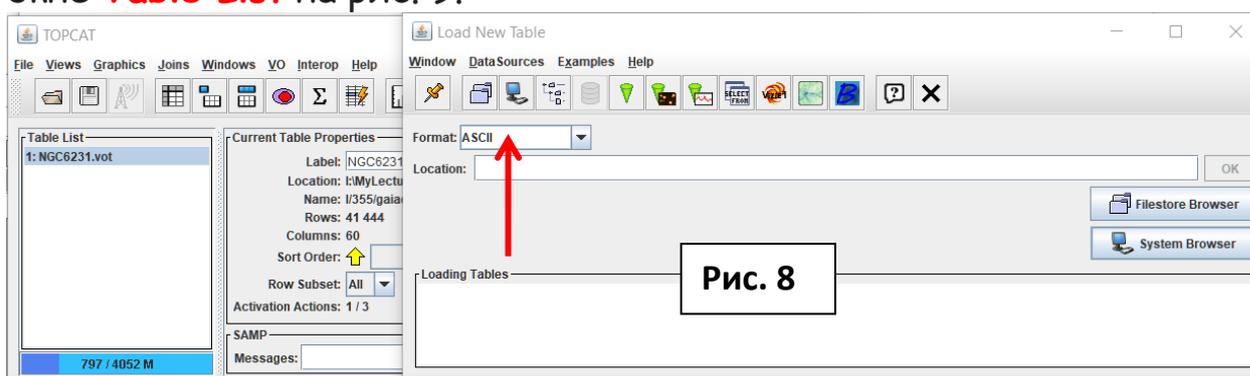
Рассмотрим малую элементарную площадку $(\vec{\mu}, \vec{\mu} + \Delta\vec{\mu})$. Очевидно, математическое ожидание числа звёзд поля в этой площадке равно $n_f = N_f \times f_f(\vec{\mu} | \Sigma_f, \vec{\mu}_f)$, а звёзд скопления - $n_c = N_c \times f_c(\vec{\mu} | \Sigma_c, \vec{\mu}_c)$. Следовательно, ожидаемая доля членов скопления среди всех звёзд выборки, попадающих в эту площадку, равна $P_c = \frac{n_c}{n_f+n_c}$. Логично отождествить эту величину с вероятностью членства в скоплении, которую можно рассчитать для каждой звезды нашей выборки с помощью формулы

$$P(\vec{\mu}_i) = \frac{N_c \cdot f_c(\vec{\mu}_i | \Sigma_c, \vec{\mu}_c)}{N_f \cdot f_f(\vec{\mu}_i | \Sigma_f, \vec{\mu}_f) + N_c \cdot f_c(\vec{\mu}_i | \Sigma_c, \vec{\mu}_c)}$$

в которой все параметры уже нам известны.

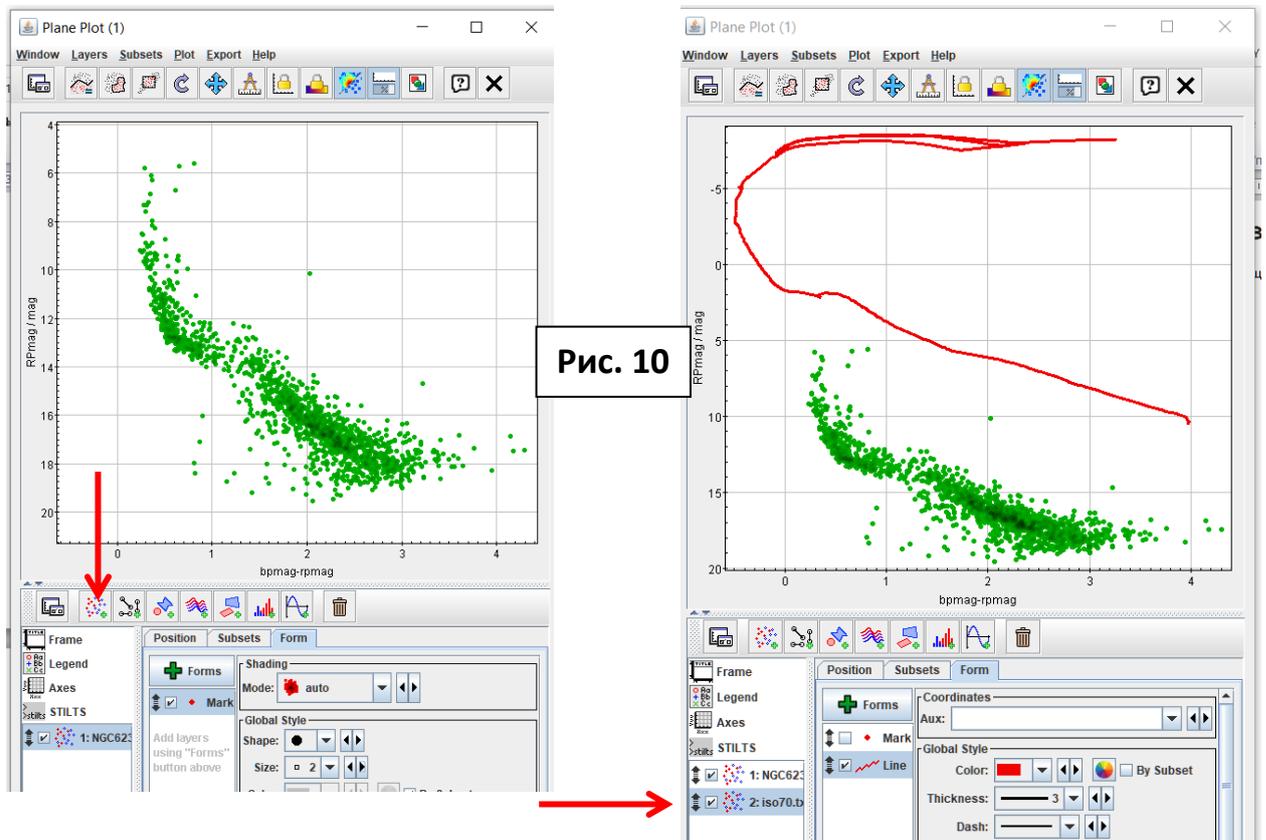
Определение физических параметров скопления методом наложения теоретических изохрон

Вначале загрузим в систему TopCat набор изохрон разного возраста (например, заранее скачанных с соответствующего сайта изохрон Падуанской группы с $I_g t = 7.0, 7.2, 7.4\dots$). Обычно изохроны представляются в простом текстовом формате ASCII, что и желательно прямо указать в окне загрузки (рис. 8). Они появятся в окне **Table List** на рис. 9.



Перейдём в системе TopCat к диаграмме цвет - видимая величина (рис. 7), предварительно убрав с неё все подмножества (Subsets), кроме выделенного вручную по диаграмме собственных

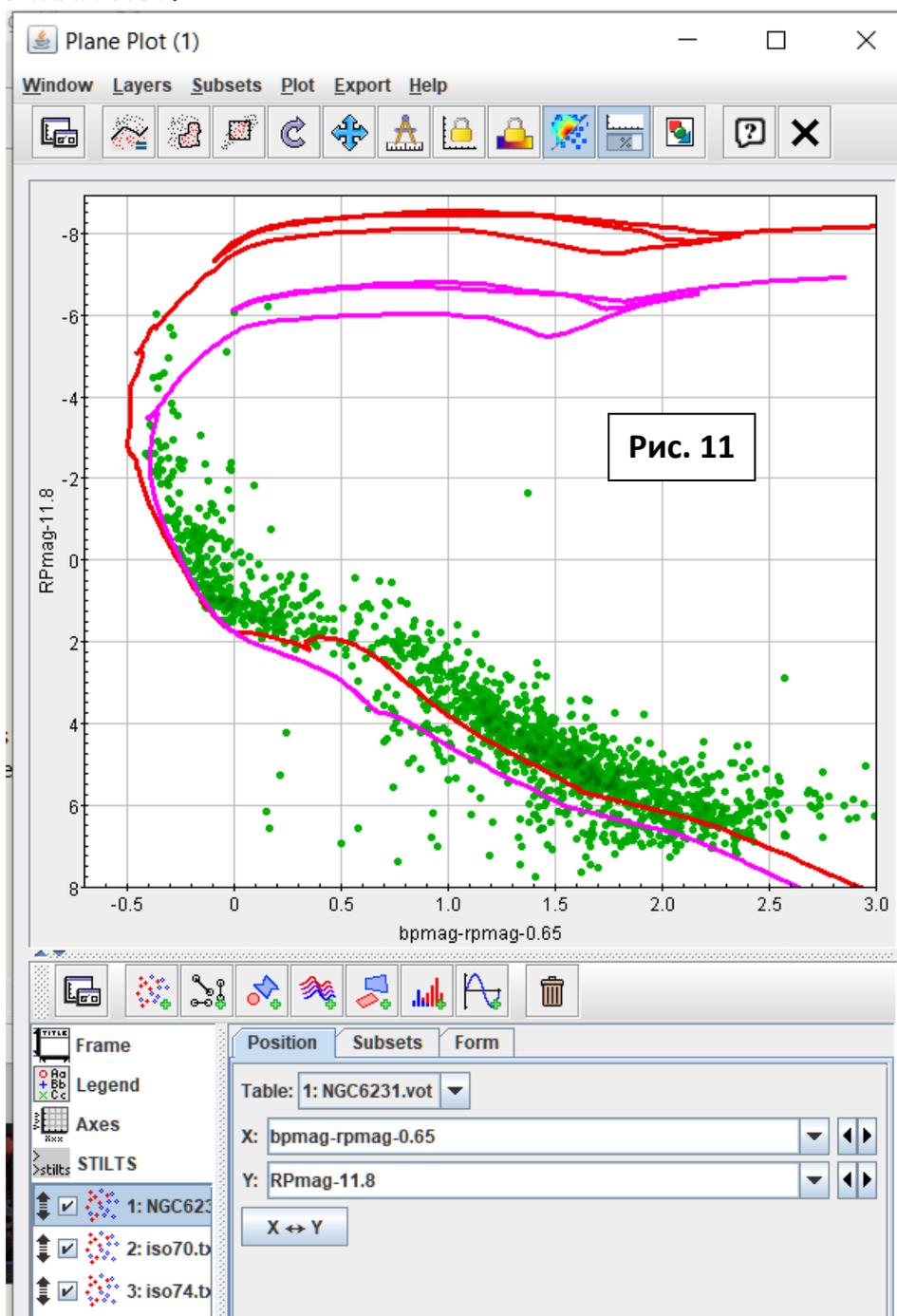
движений (или по результатам оценки вероятностей принадлежности) подмножества **PM**. Выведем в это же окно вместе с диаграммой "цвет - величина" и изохрону, нажав на кнопку **Add a new positional plot...**, показанную стрелкой на рис. 10 слева.



После этого в появившееся новое поле (показанное стрелкой на рис. 10 справа) введите название загруженной таблицы с изохроной, а в координатные поля (вкладка **Position** - **X, Y**) введите имена полей, содержащих звёздные величины (для Падуанских изохрон это **G_BPmag, G_RPmag**). Результат будет выглядеть так, как показано на правом рис. 10.

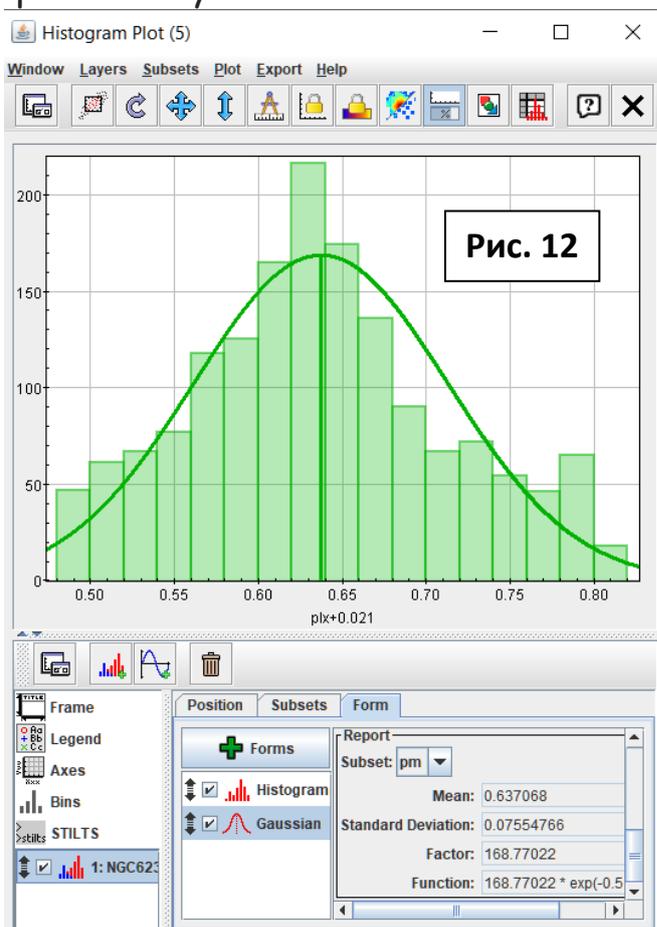
Для оценки избытка цвета и расстояния будем смещать по оси цветов и звёздных величин наблюдаемую диаграмму скопления, а не изохрону. Для этого проще всего **вычесть** их координат (**X, Y**) для скопления значения избытка цвета и видимого модуля расстояния, подобранные так, чтобы линия изохроны наилучшим образом представляла нижнюю (левую) огибающую наблюдаемого распределения звёзд на диаграмме. Пример хорошего согласия показан на рис. 11, на который выведены две изохроны разного возраста ($\lg t = 7.0, 7.4$). Видно, что распределение ярких (а также

слабых) звёзд лучше описывается изохроной, соответствующей возрасту 10 млн лет.



На рис. 11 видно, что наилучшее согласие достигнуто со значениями избытка цвета $E(BP-RP) \approx 0.65 \text{ mag}$ и видимого модуля расстояния $(m-M) \approx 11.8 \text{ mag}$. В предположении "нормального" закона поглощения величина поглощения в полосе RP приблизительно равна $A_{RP} \approx 0.92 \text{ mag}$. Следовательно, фотометрическая оценка расстояния соответствует $D_{phe} \approx 1.49 \text{ кпк}$ с характерной относительной точностью порядка 10%.

Сравним эту оценку с расстоянием, оцененным по среднему тригонометрическому параллаксу вероятных членов скопления. Гистограмма их распределения показана на рис. 12 вместе с автоматически подобранной гауссианой.



Как видно, $\langle plx \rangle \approx (0.637 \pm 0.076) \text{ mas}$, а тригонометрическое расстояние $D_{tr} \approx 1.57 \text{ кпк}$ находится в неплохом согласии с фотометрической оценкой.

Литература

Интерактивное описание приёмов работы с TopCat

(<https://www.g-vo.org/topcat/topcat/sun253/index.html>)

Падуанские изохроны

(<http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd>)

Курс лекций "Астрономические расстояния", часть 3.

(<http://lnfm1.sai.msu.ru/~milkyway/AD.HTM>)

Холопов П.Н. "Звёздные скопления". М.: "Наука", 1981.