Экзаменационные задачи к курсу "Строение и эволюция звезд".

1. Найти температуру и плотность в центре Солнца, полагая, что его внутреннее строение описывается политропой с индексом 1) n_1=1.5; 2) $n_2 = 3$. Сравнить полученные значения с численными расчетами при $X_c = 0.40$, $Z = 0.03$: $\lg\ \rho_c = 2.14$, $\lg\ T_c = 7.168$. ($M_\odot = 2.0 \cdot 10^{33}$ г, $R_\odot = 7.0 \cdot 10^{10}$ см.)

2. Найти, насколько электронный газ в центре Солнца близок к вырождению, полагая, что внутреннее строение Солнца описывается политропой с индексом $n_1 = 1.5$. Принять, что $X_c = 0.40$, $Z_c = 0.03$.

3. Показать, что по мере роста плотности вырожденный электронный газ, в отличие от классического газа, становится все более и более идеальным. Указание: сравнить энергию Ферми с энергией кулоновского взаимодействия.

4. Получить теорему вириала для области звезды, заключенной между центром и радиусом r ($r < R_*$).

5. Какой из критериев начала конвекции (Шварцшильда или Леду) следует применять в зонах неполной ионизации с однородным химсоставом $X_i(r) = const$?

6. Полагая $\rho = \rho(P, S)$ с учетом $(\partial\rho/\partial S)_P = -\gamma T\rho^2/P < 0$, покажите, что в конвективной зоне энтропия убывает наружу, т.е. $\mathrm{d}S/\mathrm{d}r < 0$.

7. Предположим, что ядерные реакции на Солнце мгновенно "выключились". Когда мы узнаем об этом? Как после этого будет меняться центральная температура Солнца с течением времени?

8. У Солнца нет поверхности, однако край Солнца виден отчетливо. Почему? Ответ подтвердить расчетом.

9. Найти характерную толщину атмосферы нейтронной звезды ($M = M_\odot$, $R = 10$ км), эффективная температура которой $\simeq 10^6$ К.

10. Найти характерную толщину атмосферы белого карлика ($M = M_\odot$, $R = 10^4$ км), эффективная температура которого $\simeq 10^4$ К.

11. Найти радиус Джинса для облака с массой 1 $M_\odot$, если оно состоит из молекулярного водорода и имеет температуру 30 К. Примем, что облако удалено от центра Галактики на 8 кпк и вращается вогруг галактического центра с с угловой скоростью $\simeq 10^{-16}$ с$^{-1}$. На основании этих данных оценить угловую скорость вращения облака вокруг своей оси вследствие дифференциального вращения Галактики, которое считать кеплеровским.

12. Найти, при какой плотности начинается нейтронизация вещества белых карликов, в каждой из указанных реакций:

$$C_6^{12} + e^- \longrightarrow B_6^{12} + \nu, \qquad O_8^{16} + e^- \longrightarrow N_7^{16} + \nu, \qquad Fe_{26}^{56} + e^- \longrightarrow Mn_{25}^{56} + \nu.$$

Дефект масс ($\Delta M = M - A$) ядер C_6^{12}, B_6^{12}, O_8^{16}, N_7^{16}, Mn_{25}^{56} и Fe_{26}^{56}, выраженный в МэВ, соответственно равен: 0.00, 13.3, -4.74, 5.68, -60.60 и -56.91. (1 МэВ $\simeq 1.6 \cdot 10^{-6}$ эрг.)

13. Найти, по какому закону меняется с глубиной температура $T(r)$ и плотность $\rho(r)$ во внешней лучистой оболочке звезды главной последовательности, если непрозрачность там определяется томсоновским рассеянием. Какова масса оболочки с температурой $T \leq 10T_{ef}$? Указание: считать массу оболочки пренебрежимо малой и $P(T_{ef}) = 0$.

14. Найти, по какому закону меняется с глубиной температура $T(r)$ и плотность $\rho(r)$ во внешней конвективой оболочке звезды главной последовательности, если $\nabla = \nabla_{ad}$ Какова масса оболочки с температурой $T \leq 10T_{ef}$? Указание: считать массу оболочки пренебрежимо малой и $P(T_{ef}) = 0$.

15. Найти закон изменения величин P, ρ и T в малой окрестности центра звезды (т.н. разложение в центре), если энергия там переносится а) излучением; б) адиабатической конвекцией.

16. Выясните, как при данной T_{ef} зависит L от содержания тяжелых элементов Z у звезд главной последовательности с $M \simeq M_{\odot}$. Обьяснить существование последовательности субкарликов.

17. На рисунке приведена зависимость величин ∇, ∇_{ad} и ∇_{rad} вдоль радиуса Солнца. Указать область, в которой находится конвективная зона и найти максимальный вклад (в %) конвекции в процесс переноса тепла.

18. Вычислить молекулярный вес μ газа, который состоит из смеси молекулярного водорода ($X = 0.8$) и атомарного гелия (Y=0.2).

19. Получите явное выражение для коэффициентов a_i, b_i в формулах (10.5), используемых для вывода предела Кумара.

20. По аналогии с выводом выражения для предела Кумара рассмотрите вопрос об изменении температуры в центре звезды, если вырожденный электронный газ будет ультрарелятивистским.