

Научно-культурный центр “SETI”

О возможности регистрации сигналов радаров внеземных цивилизаций

Докладчик: Антон Ткачев
Апрель 2026

Содержание доклада

1. **Постановка задачи** обнаружения сигналов радаров внеземных цивилизаций
2. О **диаграммах направленности** и направленном усилении антенн
3. Чем определяется **мощность сигнала на приемнике**
4. О режиме радаров с **линейной частотной модуляцией (ЛЧМ)**
5. Определение сигнала с ЛЧМ, его свойства и спектр
6. О теории обнаружения сигналов и **корреляционном приеме**
7. Определение и свойства **согласованного фильтра**
8. **Данные земных радаров** и способы статистической обработки
9. **Вычисление интервальных оценок** по данным земных радаров
10. Как мог бы выглядеть **комплекс антенн** с достаточной эффективной апертурой
11. **Выводы** и список литературы

Какие бывают мощные радары

- Радары противовоздушной обороны (ПВО)
- Радары противоракетной обороны (ПРО)
- Радары раннего предупреждения о ракетном нападении (СПРН)
- Аэродромные и морские радиолокационные системы (РЛС)
- Радары для поиска космического мусора
- ~~Загоризонтные РЛС~~



Дон-2Н – стационарная многофункциональная радиолокационная станция кругового обзора сантиметрового диапазона, созданная в рамках выполнения задач ПРО Москвы.

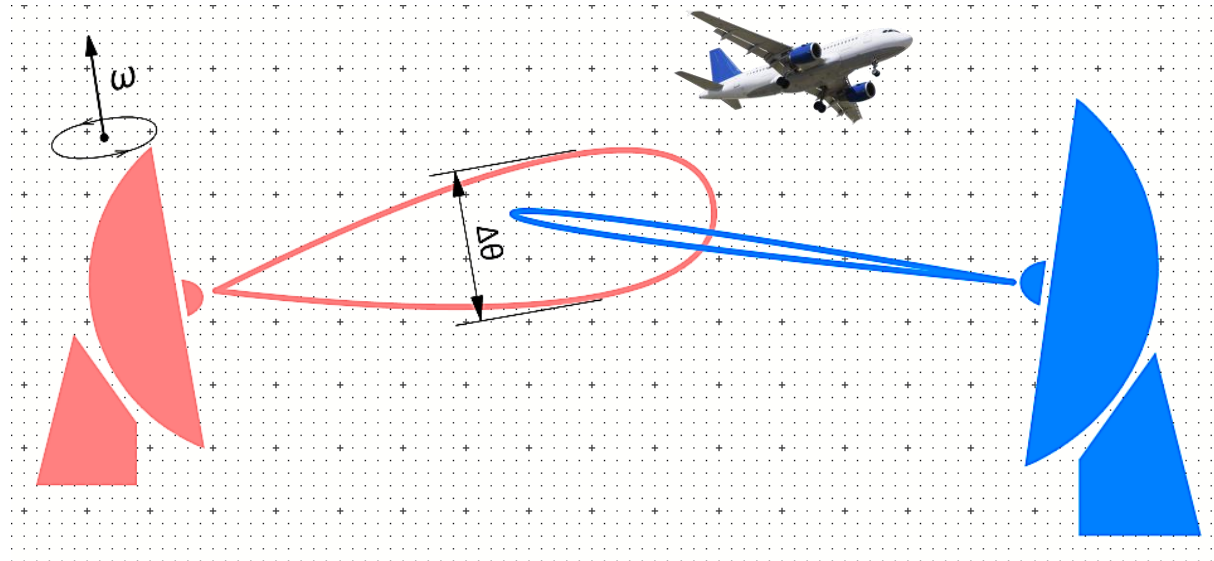


The AN/FPS-108 **COBRA DANE** is a PESA phased array radar installation operated by Raytheon for the United States Space Force (originally for the United States Air Force) at Eareckson Air Station on the island of Shemya, Aleutian Islands, Alaska.

Какую длительность наблюдения сигнала от внеземных радаров можно ожидать

Передающая антенна

- обладает широкой ДН
- и вращается с угловой скоростью ω



Приемная антенна

- обладает очень узкой ДН
- может быть как «следающей» так и фиксированной

- Ширина ДН передающей антенны: $\Delta\theta \simeq 10^{-3} - 10^{-2}$ рад
- Период обращения планет земного типа (?): $T \simeq 10^0 - 10^1$ ч
- Угловая скорость передающей антенны: $\omega \simeq 10^{-4} - 10^{-5}$ рад/с
- Время пересечения диаграмм направленности: $\tau \simeq 10^0 - 10^2$ секунд

На каких частотах / длинах волн можно наблюдать [5, 6]

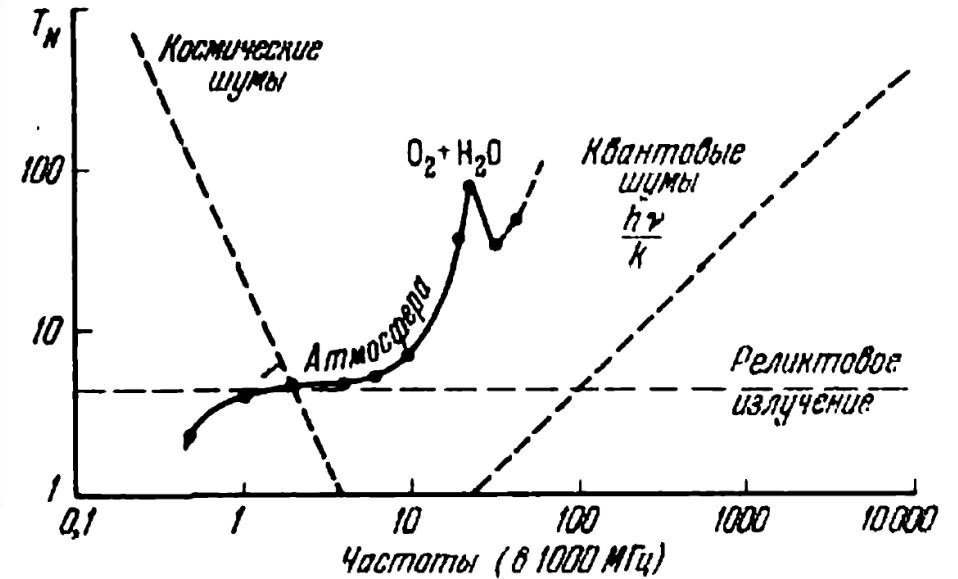
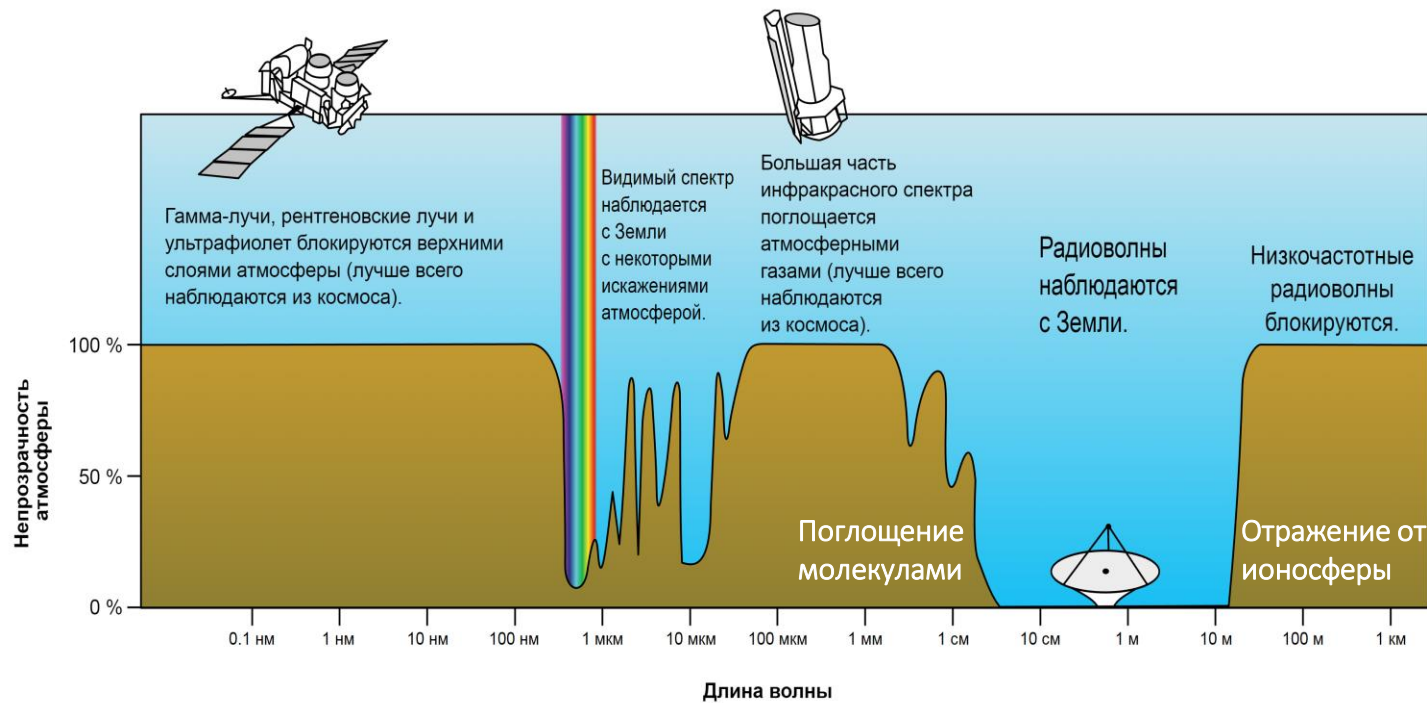


Рис. 88. Спектр шумов в радиодиапазоне

https://en.wikipedia.org/wiki/Radio_window

- Прозрачность земной атмосферы
- Спектральное окно в спектре шумов
- Температура шумов в спектральном окне
- Температура Солнца на длине волны 10 см

3 см – 15 м

10 МГц – 10 ГГц

3 см – 30 см

1 ГГц – 10 ГГц

$T_{ns} \approx 10 \text{ К}$

$T_{\odot} = 50\,000 \text{ К (!)}$

Гауссовский пучок – хорошая модель излучения апертурной антенны^[3]

1. Возьмем уравнение параксиального луча

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} = 0$$

2. Гауссовский пучок – частное решение наименьшего порядка

$$E(r, z) = E_0 \frac{w_0 e^{-r^2/w(z)^2}}{w(z)} e^{-i\omega t + i\psi_t(r, z) + i\psi_l(z)}$$

3. Здесь использованы следующие обозначения

Начальный радиус луча при $z = 0$ w_0

Релеевская длина $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$

Радиус луча на расстоянии z $w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$

Поперечная фазовая добавка $\psi_t(r, z) = \frac{kr^2}{2R(z)}$

Продольная фазовая добавка $\psi_l(z) = kz - \text{atan}(z/z_R)$

Радиус кривизны волнового фронта $R(z) = z(1 + z_R^2/z^2)$

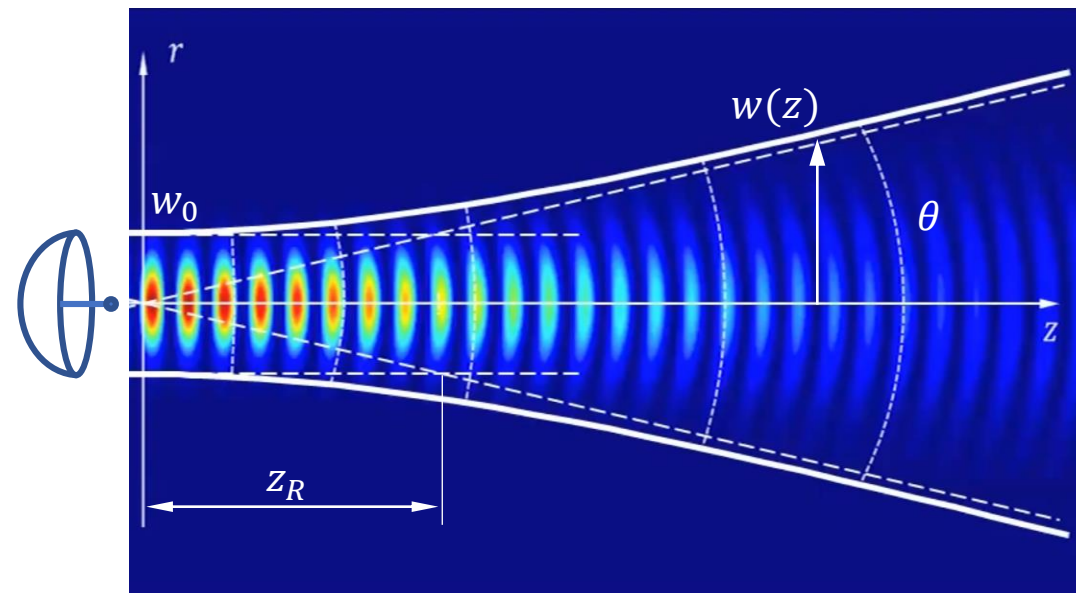
7. Также в силу теоремы Лиувилля о сохранении фазового объема пучка

существует инвариант $\pi w_0 \theta = \lambda$ (beam parameter product)

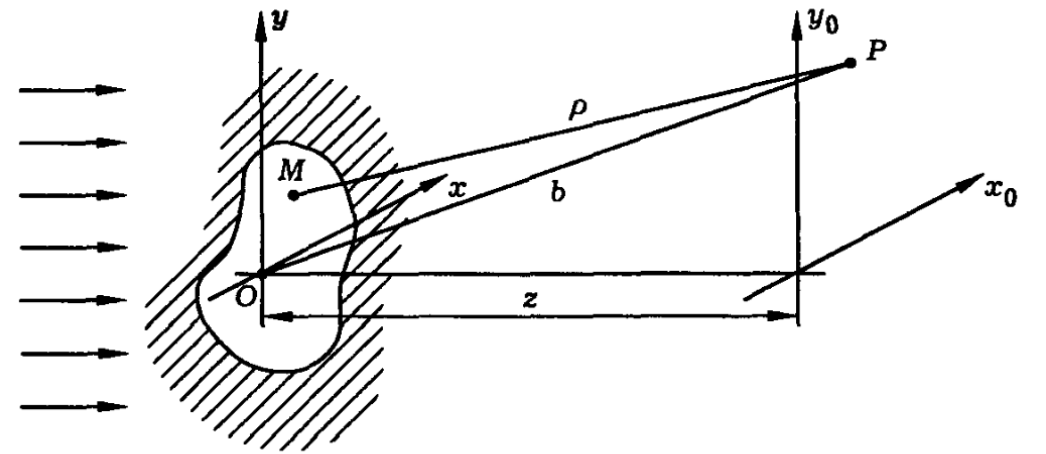
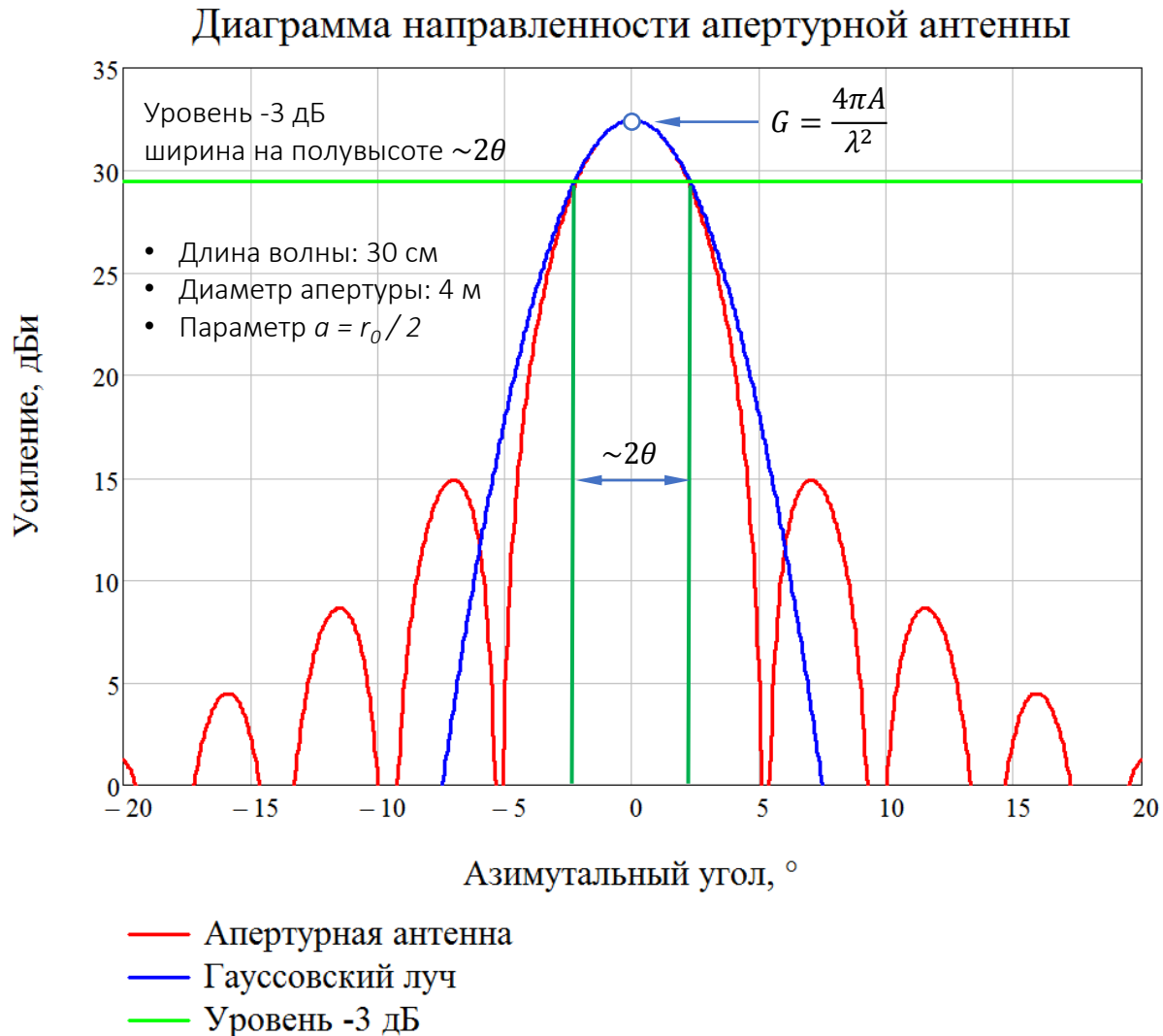
8. Тогда телесный угол, в который антенна излучает, равен $\Omega = \pi \theta^2$

9. И можно получить формулу коэффициента усиления антенны по отношению к изотропному излучателю

$$G = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi S}{\lambda^2}$$



Диаграммы направленности апертурной антенны^[4]



$$\mathcal{E}(x_0, y_0, z) = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_0(x, y) \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} dx dy,$$

Апертурная антенна $F(\theta) = \left[\frac{2}{\theta} J_1 \left(\frac{2\pi r_0 \theta}{\lambda} \right) \right]^2$

Гауссовский луч $F_G(\theta) = \left(\frac{4\pi a}{\lambda} \right)^2 \exp \left[- \left(\frac{2\pi a \theta}{\lambda} \right)^2 \right]$

Иллюстрация к диаграммам направленности направленных антенн^[13]

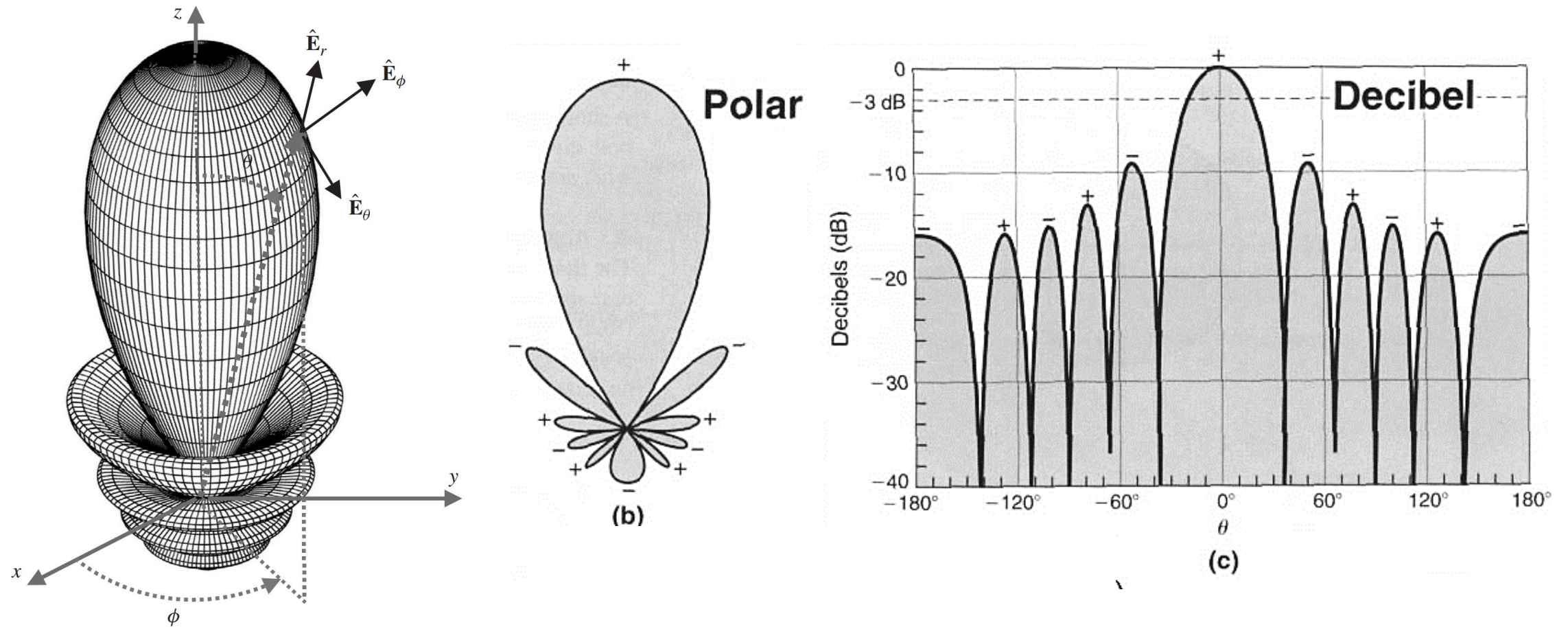


Figure 1.4 Normalized three-dimensional amplitude *field* pattern (in *linear scale*) of a 10-element linear array antenna with a uniform spacing of $d = 0.25\lambda$ and progressive phase shift $\beta = -0.6\pi$ between the elements.

Как определяется мощность сигнала на приемнике^[1, 2, 3]

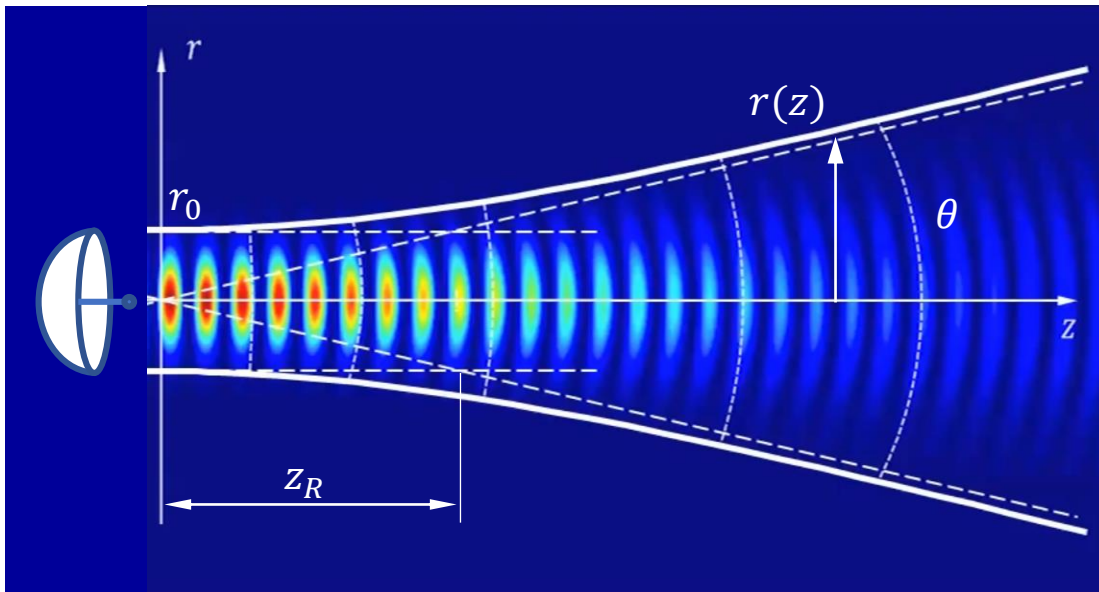
1. Вводится определение **апертуры** изотропного излучателя
2. Также у луча сохраняется **фазовый объем** (т. Ливилля)
3. Усиление антенны определяется как отношение телесного угла Ω к 4π либо **эффективной апертуры** антенны A к A_{iso}
4. Тогда мощность, доступная для регистрации на приемнике определяется по **формуле Фрииса**

$$A_{iso} = \lambda^2 / 4\pi$$

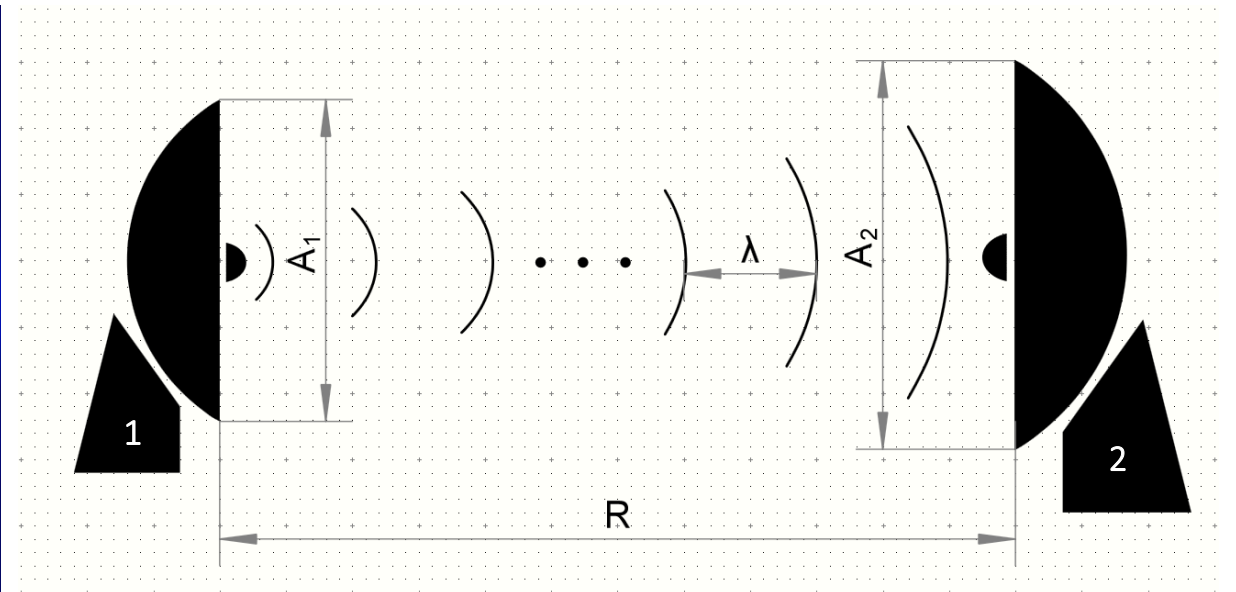
$$\pi\theta r_0 = \lambda \quad \theta \approx \lambda / \pi r_0 = 4\lambda / \pi d$$

$$G = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{A}{A_{iso}} = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad \Omega = \pi\theta^2 \quad A = \pi r_0^2$$

$$P_2 = P_1 \frac{A_1 A_2}{\lambda^2 R^2} \quad P_2 = P_1 G_1 G_2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$



Гауссовский пучок приближенно описывает поведение луча



Приемо-передающий тракт из двух апертурных антенн

Спектральная плотность мощности источника сигнала^{[1], [2]}

1. Допустим, есть передающая антенна с параметрами:

- P_1 полная излучаемая мощность
- Δf_1 спектральная ширина излучаемого сигнала
- G_1 направленное усиление антенны по отн. к изотропному излучателю
- S_1 эффективная площадь излучающей антенны, включая КПД системы

2. Пусть также есть приемная антенна с параметрами:

- P_2 полная мощность сигнала, доступная для регистрации на приемнике
- Δf_2 спектральное окно наблюдения
- G_2 направленное усиление антенны по отн. к изотропному излучателю
- S_2 эффективная площадь антенны, включая КПД системы

3. Будем считать, что частоты настройки передающей и принимающей антенн совпадают, а диаграммы направленности коллинеарны

4. Тогда P_1 и P_2 связаны соотношением^[1, 2]
$$P_2 = P_1 G_1 G_2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

5. Введем спектральную плотность излученного сигнала $\left(\frac{dP}{df} \right)_1 \approx \frac{P_1}{\Delta f_1}$

6. Тогда спектральная плотность на приемнике
$$\left(\frac{dP}{df} \right)_2 = \left(\frac{dP}{df} \right)_1 \cdot \frac{S_1 S_2}{\lambda^2 R^2}$$

7. В формуле (6) было учтено:

- λ длина волны, соответствующая частоте излучения и приема
- R расстояние между антеннами
- $G = \frac{4\pi S}{\lambda^2}$ усиление антенны^[1, 2] по отн. к изотропному источнику

8. Мощность теплового шума на приемнике $P_{ns} = k T_{ns} \cdot \Delta f_2$

9. Мощность детектируемого сигнала $P_2 = \left(\frac{dP}{df} \right)_2 \cdot \Delta f_2$

10. Тогда соотношение сигнал-шум на приемнике будет таким

$$\alpha = \frac{P_2}{P_{ns}} = \frac{1}{k T_{ns}} \left(\frac{dP}{df} \right)_1 \frac{S_1 S_2}{\lambda^2 R^2}$$

11. Выделим параметры, зависящие только от передающей антенны, и обозначим их произведение как W_1 .

$$\left(\frac{dP}{df} \right)_1 \frac{S_1}{\lambda^2} \approx \frac{P_1}{\Delta f_1} \frac{S_1}{\lambda^2} = W_1$$

$$SNR = \frac{W_1}{k T_{ns}} \cdot \frac{S_2}{R^2}$$

12. Передающие антенны с бóльшим W_1 – более заметные

$$k T_{ns} R^2 = k (10\text{K}) (1000 \text{ св. лет})^2 \approx 1.236 \times 10^{16} \text{ (Вт/Гц) м}^2$$

Сигналы радаров скорее всего имеют линейную частотную модуляцию (ЛЧМ)^[8]

- У сигнала с фиксированной частотой длительность τ и ширина спектра Δf — жёстко связаны
- У сигнала с частотной модуляцией (ЛЧМ или НЛЧМ) спектр искусственно делают **сильно шире**.
- Большая база ($\Delta F \cdot \tau$) сигнала с ЛЧМ позволяет за счет сжатия импульса на приёме с помощью согласованного фильтра получить выходной импульс длительностью $\tau_{\text{вых}} \approx 1/\Delta F$, который будет гораздо короче исходного ($\tau_{\text{вых}} \ll \tau$). Это и даёт высокое разрешение, невозможное для простого импульса той же длительности.
- Это главное радиотехническое преимущество ЛЧМ. Можно создать длинный во времени сигнал, что важно для накопления энергии и помехоустойчивости, но при этом с широким спектром, что важно для высокой разрешающей способности по дальности в радиолокации.
- **ВЫВОД:** Практически ВСЕ радары используют режим с ЛЧМ или НЛЧМ

Изображения: Stimson, George W. *Introduction to Airborne Radar. 3rd ed., SciTech Publishing / IET, 2014.*

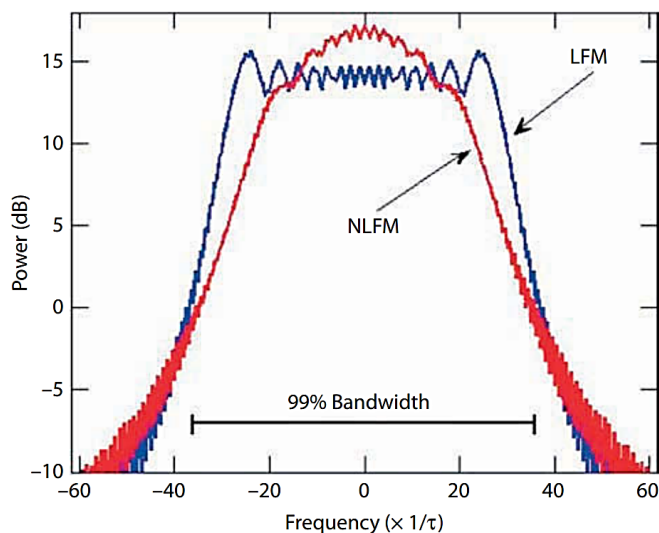


Figure 46-11. The power spectral density of LFM and NLFM waveforms having the same bandwidth and time–bandwidth product of 64. The NLFM spectrum energy is more concentrated in the middle and rounded at the edges of the band.

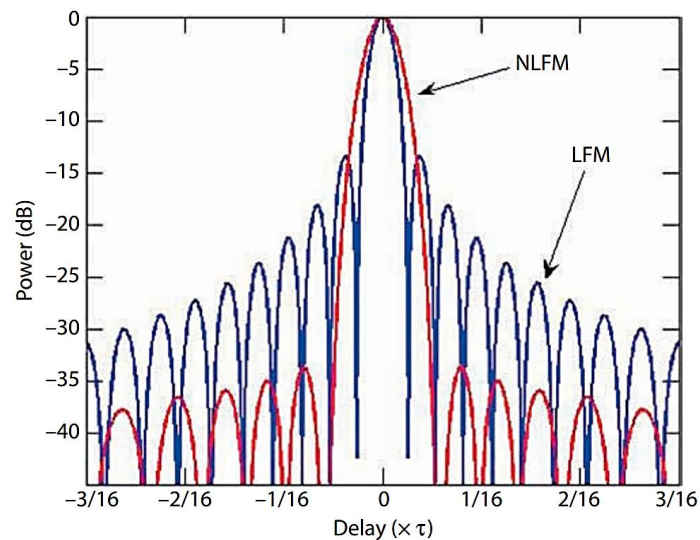
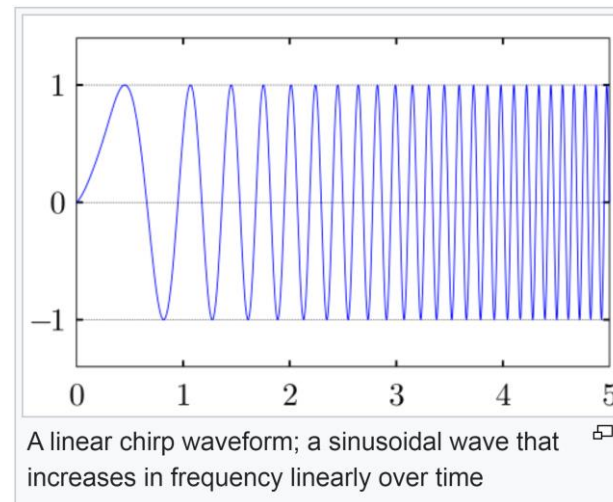
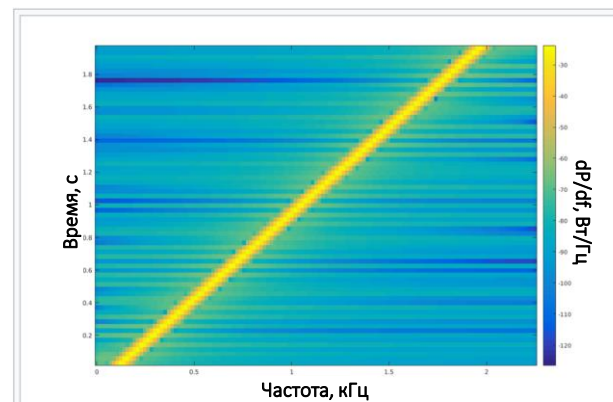


Figure 46-12. Matched filter responses for NLFM and LFM waveforms. NLFM provides lower range sidelobes, some degradation in range resolution, and no mismatch loss.



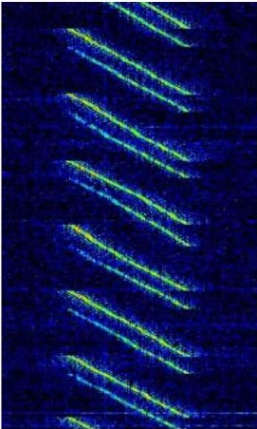
A linear chirp waveform; a sinusoidal wave that increases in frequency linearly over time



Spectrogram of a linear chirp. The spectrogram plot demonstrates the linear rate of change in frequency as a function of time, in this case from 0 to 7 kHz, repeating every 2.3 seconds. The intensity of the plot is proportional to the energy content in the signal at the indicated frequency and time.

Пример чирп-сигнала – прибрежный радар CODAR, Калифорния, США

CODAR



Frequencies 4.438 MHz, 12.92 MHz, 13.5 MHz, 42.5 MHz, 12.47 MHz

Frequency 4.438 MHz - 42.5 MHz

Range

Mode USB

Modulation ILFM

ACF —

Emission —

Designator

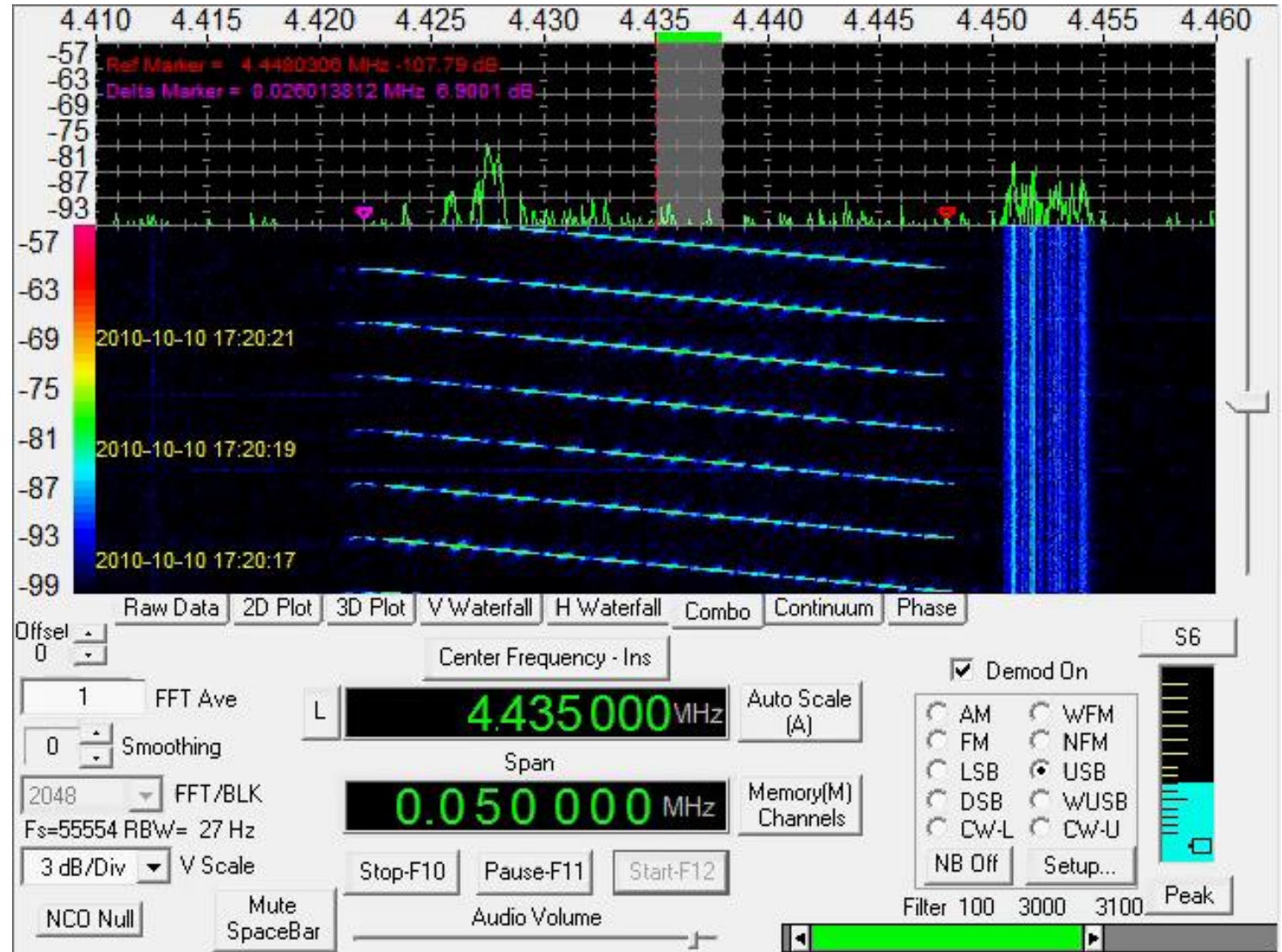
Bandwidth 50 kHz

Location Worldwide

Short Description CODAR (Coastal Ocean Dynamics Applications Radar) is used for near-surface ocean monitoring, such as waves and water current.

I/Q Raw Recording [Download file](#)

Audio Sample 0:01 / 0:15



<https://www.sigidwiki.com/wiki/CODAR>

<https://www.youtube.com/watch?v=zupfLO1PjrA>

Определение и свойства импульса с ЛЧМ

Закон изменения частоты

$$f(t) = f_0 + \frac{\Delta f}{T} t$$

Закон изменения фазы

$$\phi(t) = 2\pi \int f(t) dt = 2\pi \left(f_0 t + \frac{\Delta f}{2T} t^2 \right) + \phi_0$$

Чирп-сигнал во времени

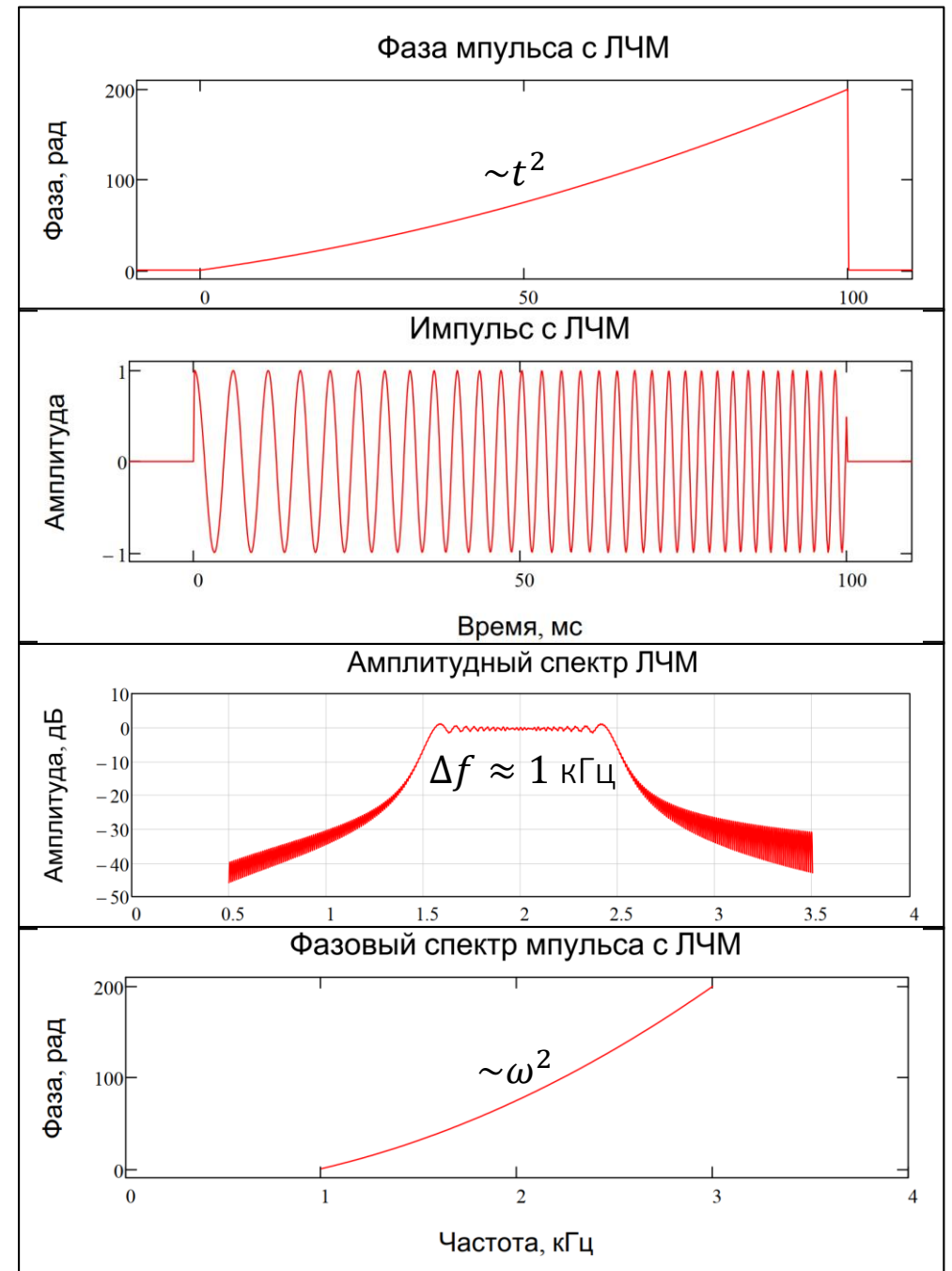
$$s(t) = A \cos \phi(t), \text{ при } t \in [0; T], \text{ иначе } s(t) \equiv 0$$

Спектр ЛЧМ сигнала

$$S(\omega) = \int_0^T A \cos[\phi(t)] e^{-i\omega t} dt$$

Фазовый спектр

$$\Phi(\omega) = \phi_0 + \frac{T}{4\pi\Delta f} (\omega^2 - \omega_0^2) = \phi_0 + \frac{\pi T}{\Delta f} (f^2 - f_0^2)$$



Чем больше база сигнала, тем больше спектр ЛЧМ похож на прямоугольный^[9]

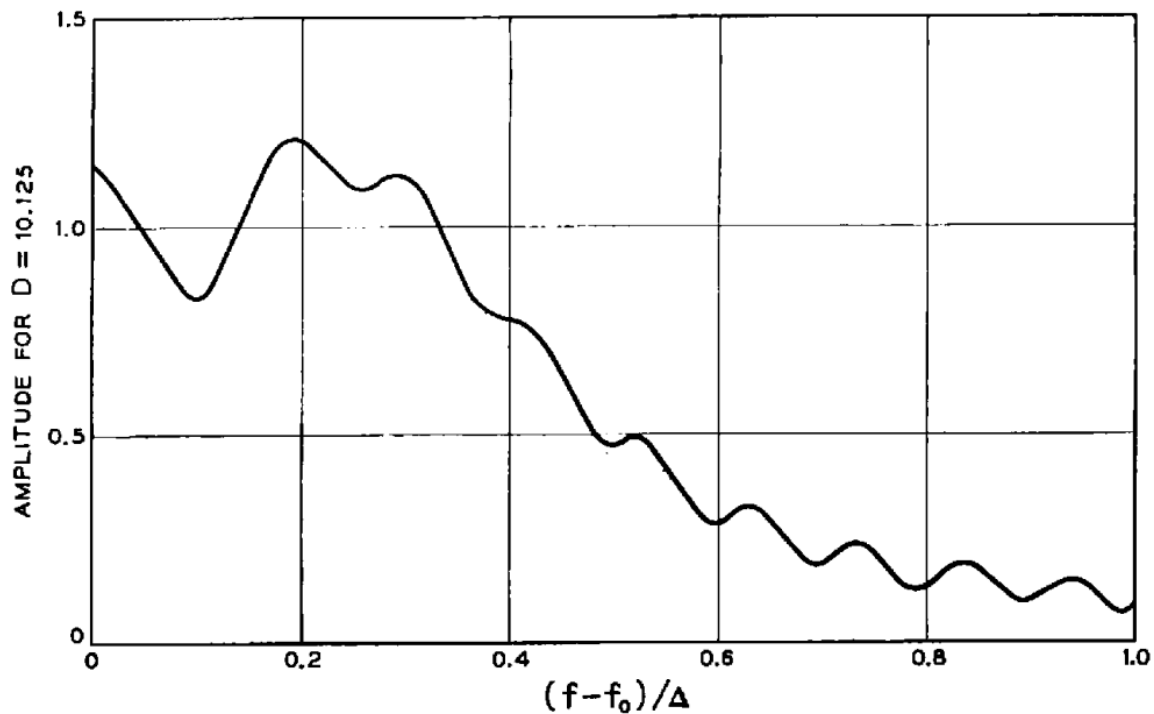


Fig. 4 — Spectral amplitude of a rectangular Chirp signal for $D = 10.125$. The shape is symmetric about the point $(f - f_0)/\Delta = 0.5$.

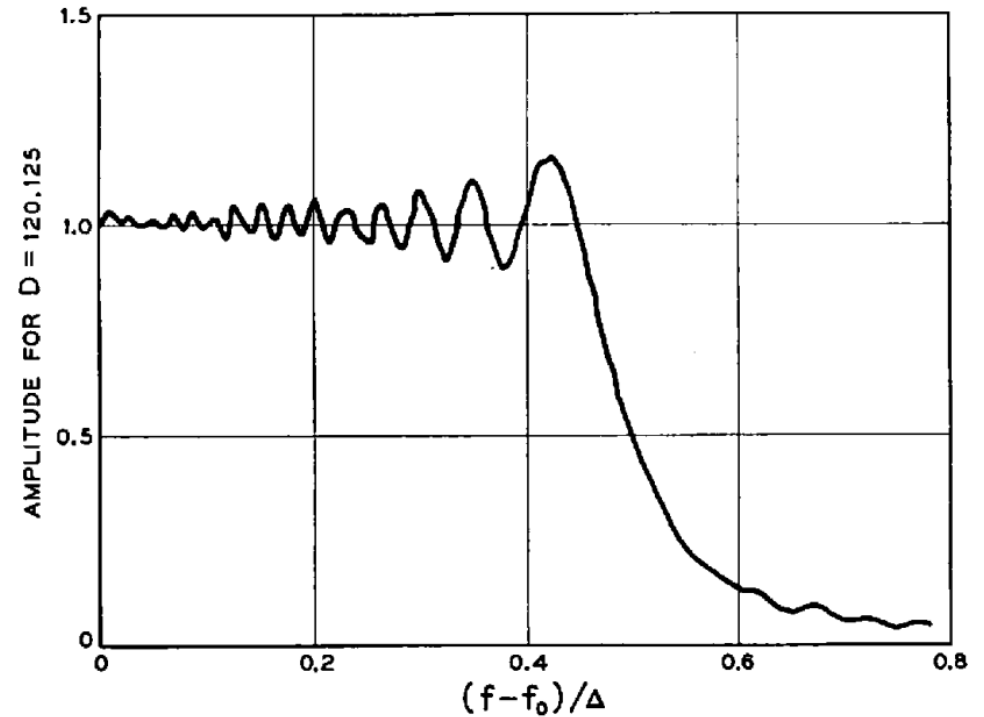


Fig. 6 — Spectral amplitude of a rectangular Chirp signal for $D = 120.125$.

$$s(t) = \text{rect} \left(\frac{t}{T} \right) e^{j(2\pi f_0 t + \pi \mu t^2)}$$

$$S(f) = \frac{1}{\sqrt{2\mu}} e^{-j\frac{\pi(f-f_0)^2}{\mu}} \cdot [\Phi(x_2) - \Phi(x_1)]$$

$$x_1 = -\sqrt{2B} \left(\frac{1}{2} + \frac{f - f_0}{\Delta f} \right)$$

$$x_2 = \sqrt{2B} \left(\frac{1}{2} - \frac{f - f_0}{\Delta f} \right)$$

$$\Phi(x) = \int_0^x e^{j\frac{\pi t^2}{2}} dt$$

$$\Phi(x) = C(x) + jS(x)$$

Приём зашумленного сигнала известной формы на корреляционный приемник^[7]

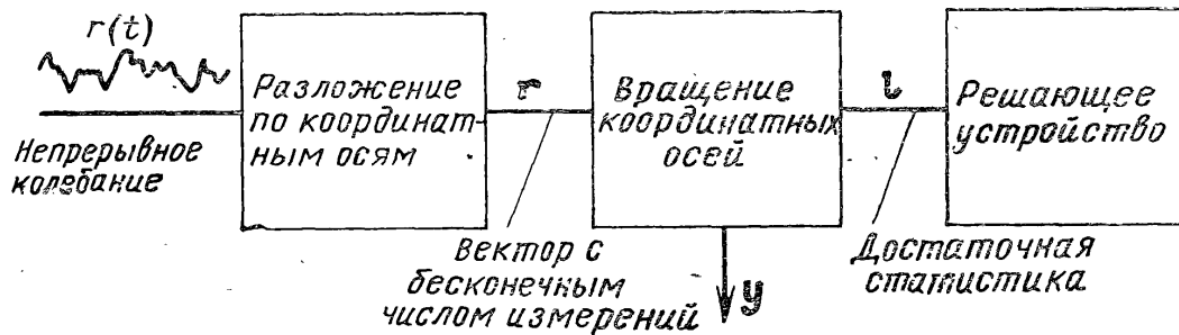


Рис. 4.10. Генерация достаточной статистики.

$$r_1 = \begin{cases} \int_0^T s(t) \omega(t) dt \triangleq \omega_1 : H_0, \\ \int_0^T s(t) [V\bar{E}s(t) + \omega(t)] dt = V\bar{E} + \omega_1 : H_1. \end{cases}$$

Если приемник может вычислить корреляцию сигнала с его копией $s(t)$, то коэф. r_1 будет также нормальной сл. величиной

Гипотезы: H_0 – сигнала нет, и H_1 – сигнал есть

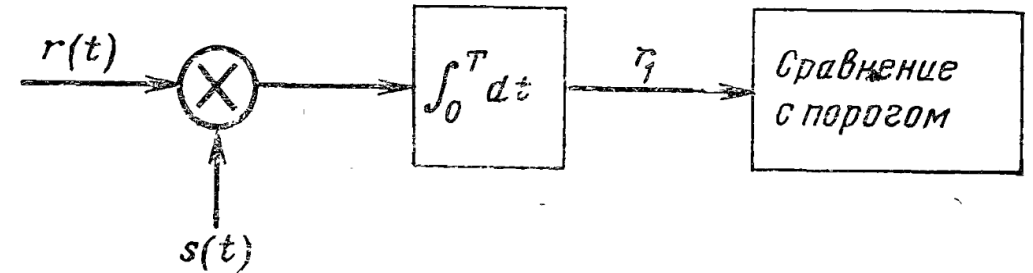


Рис. 4.11. Корреляционный приемник.

$$E(l | H_1) = E(r_1 | H_1) = V\bar{E},$$

$$E(l | H_0) = E(r_1 | H_0) = 0,$$

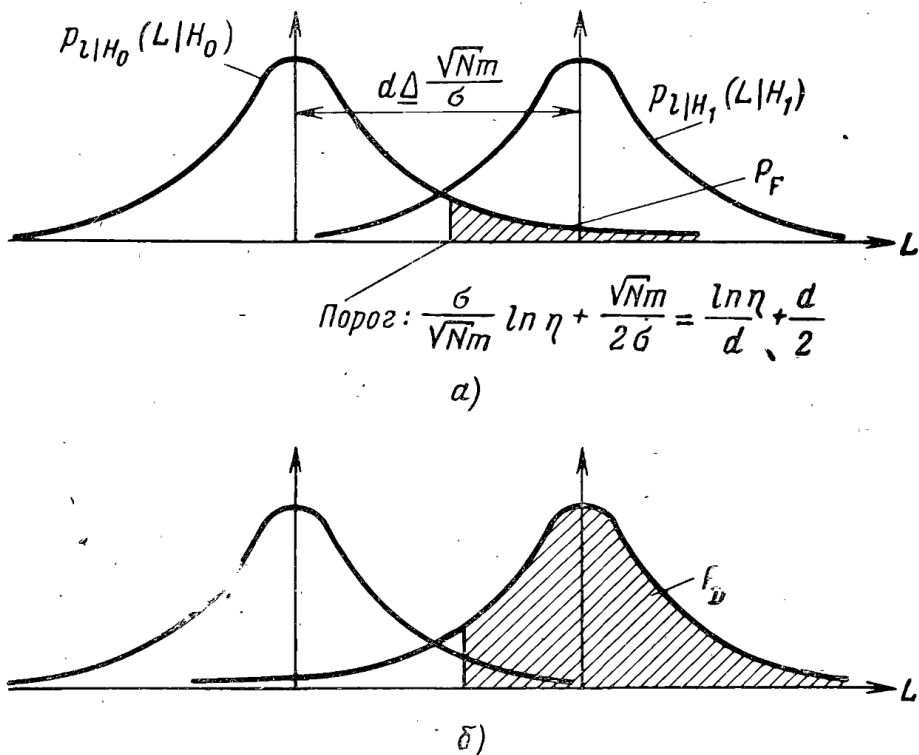
$$\sigma^2(l | H_0) = \sigma^2(l | H_1) = N_0 = kT_{ns}$$

Можно вычислить матожидание от достаточной статистики при условии гипотез H_0 и H_1 , а также дисперсию шумов

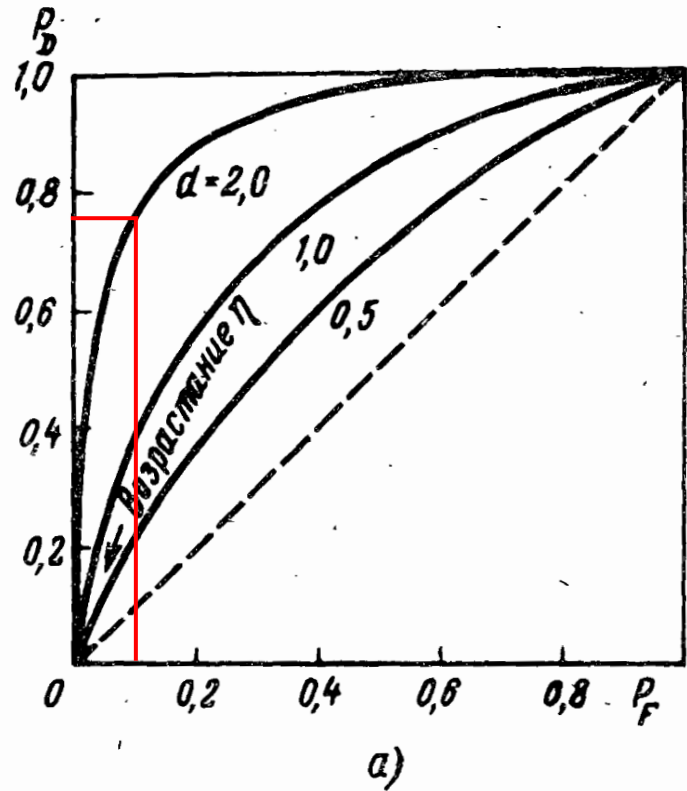
$$SNR = \sqrt{\frac{E}{N_0}} = \sqrt{\frac{E}{kT_{ns}}}$$

Соотношение сигнал-шум для сигнала известной формы

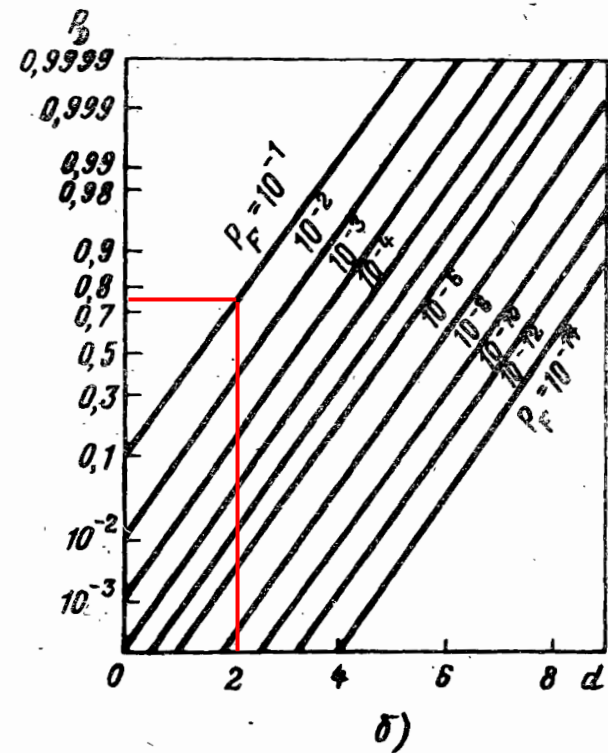
Как зависит вероятность обнаружения от соотношения сигнал-шум^[7]



Функции правдоподобия статистических гипотез H_0 – сигнала нет, и H_1 – сигнал есть



Графики вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги в зависимости от соотношения сигнал-шум



При соотношении сигнал-шум $SNR = 2.0$ (3 дБ):

- $P_D = 0.75$ вероятность обнаружения сигнала
- $P_M = 0.25$ вероятность пропуска сигнала
- $P_F = 0.10$ вероятность ложной тревоги
- $P_S = 0.90$ вероятность правильного молчания

При соотношении сигнал-шум $SNR = 10.0$ (10 дБ):

- $P_D = 0.9999$ вероятность обнаружения сигнала
- $P_M = 0.0001$ вероятность пропуска сигнала
- $P_F = 10^{-7}$ вероятность ложной тревоги
- $P_S = 1 - P_F$ вероятность правильного молчания

Как получается соотношение сигнал-шум на выходе корреляционного приемника

$$x(t) = \sqrt{E}s(t) + w(t) \quad \text{модель сигнала с шумом, } s(t) \text{ – нормирована на интервале } [0; T] \quad \int_0^T s^2(t)dt = 1.$$

$$r_1 = \int_0^T x(t)s(t)dt \quad r_1 = \int_0^T [\sqrt{E}s(t) + w(t)]s(t)dt \quad r_1 = \int_0^T \sqrt{E}s^2(t)dt + \int_0^T w(t)s(t)dt$$

$$E(r_1|H_1) = E\left(\sqrt{E} \int_0^T s^2(t)dt\right) + E\left(\int_0^T w(t)s(t)dt\right)$$

$$E\left(\int_0^T w(t)s(t)dt\right) = \int_0^T E[w(t)]s(t)dt = 0$$

$$E(r_1|H_1) = \sqrt{E} + 0 = \sqrt{E}$$

$$w_1 = \int_0^T w(t)s(t)dt \quad \sigma^2 = E[w_1^2] = E\left[\left(\int_0^T w(t)s(t)dt\right)\left(\int_0^T w(\tau)s(\tau)d\tau\right)\right]$$

$$\sigma^2 = \int_0^T \int_0^T s(t)s(\tau)E[w(t)w(\tau)]dtd\tau \quad E[w(t)w(\tau)] = \frac{N_0}{2}\delta(t - \tau)$$

$$\sigma^2 = \int_0^T \int_0^T s(t)s(\tau) \left[\frac{N_0}{2}\delta(t - \tau)\right] dtd\tau \quad \sigma^2 = \frac{N_0}{2} \int_0^T s(t)s(t)dt = \frac{N_0}{2} \int_0^T s^2(t)dt$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \cdot 1 = \frac{N_0}{2}$$

Согласованный фильтр использует операцию свертки, чтобы вычислить АКФ

- Операция свёртки

Физический смысл: Прохождение сигнала $f(t)$ через динамическое звено $g(t)$

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau \xrightarrow{\mathcal{F}} F(\omega) \cdot G(\omega)$$

- Взаимная корреляционная функция (ВКФ)

“Физический” смысл: Мера сходства двух сигналов в зависимости от сдвига

$$(f \star g)(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t - \tau)dt \xrightarrow{\mathcal{F}} F(\omega) \cdot G^*(\omega)$$

- Автокорреляционная функция (АКФ)

“Физический” смысл: Мера сходства сигнала с самим собой в зависимости от сдвига

$$(s \star s)(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t - \tau)dt \xrightarrow{\mathcal{F}} S(\omega) \cdot S^*(\omega) = |S(\omega)|^2$$

- Согласованный фильтр

Физический смысл: Вычисление АКФ **в реальном времени (!)**

$$\text{При } h(t) = s(T - t) \xrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega) = S^*(\omega)e^{-j\omega T}$$

$$(s * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)s(T - t + \tau)d\tau \xrightarrow{\mathcal{F}} S(\omega) \cdot H(\omega) = S(\omega) \cdot S^*(\omega)e^{-j\omega T} = |S(\omega)|^2 e^{-j\omega T}$$

$$y(T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 e^{-j\omega T} e^{j\omega T} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega = \|S(\omega)\|^2 \propto E_s$$

Согласованный фильтр и его свойства^{[10], [11], [12], [15]}

Работа **Дуайта Норта (1943 г.)** «Анализ факторов, определяющих различие сигнала и шума в импульсных системах с несущей», была написана в 1943 году как отчет лабораторий RCA под номером PTR-6C. Долгое время этот документ имел статус «секретно», так как он создавался в разгар Второй мировой войны для нужд радиолокации, и поэтому оставался неизвестным широкому кругу ученых.

Основная ценность работы заключается в том, что в ней впервые математически выведено условие максимизации отношения сигнал/шум. Согласно выводам Норта, для достижения наилучшего обнаружения частотная характеристика приемника должна быть комплексно-сопряженной спектру принимаемого сигнала.

Хотя в оригинальном тексте 1943 года термин «согласованный фильтр» (matched filter) не используется — это название было предложено позже Дж. Ван Флеком и Д. Миддлтоном — именно отчет Норта заложил теоретический фундамент для всей последующей теории обнаружения сигналов и современной радиотехники.

Владимир Котельников (1946 г.): Его диссертация «Теория потенциальной помехоустойчивости» стала фундаментом всей советской радиотехники. Котельников математически определил предел того, насколько точно можно извлечь сигнал из шума. Хотя он не использовал термин «согласованный фильтр», его «идеальный приемник» по сути реализовывал ту же математическую операцию (вычисление взаимной корреляции).

$$h(t) = s(T - t) \xrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega) = S^*(\omega)e^{-j\omega T}$$

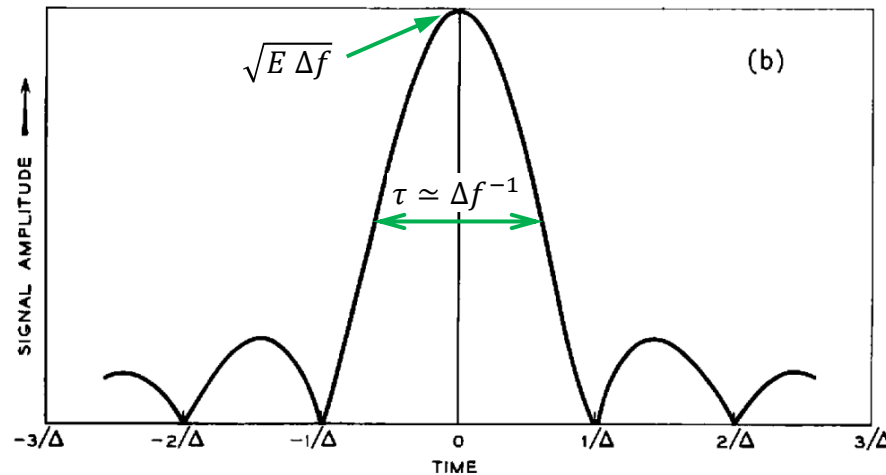
$$\Phi_h(f) = -\Phi_{sig}(f) - 2\pi fT \quad \tau_h(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_h(f)}{df} = T - \frac{T}{\Delta f}(f - f_0)$$

$$S(\omega) \cdot H(\omega) = S(\omega) \cdot S^*(\omega)e^{-j\omega T} = |S(\omega)|^2 e^{-j\omega T}$$

$$S(f) = \sqrt{\frac{E}{\Delta f}} \cdot \text{rect}\left(\frac{f}{\Delta f}\right)$$

Спектр близок к прямоугольному при $B = \Delta f T \gg 1$

$$y(t) = \sqrt{\frac{E}{\Delta f}} \int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2} e^{j2\pi f(t-T)} df \quad y(t) = \sqrt{E \cdot \Delta f} \cdot \frac{\sin(\pi \Delta f(t - T))}{\pi \Delta f(t - T)}$$



Демонстрация компрессии чирп-сигнала

Мгновенная частота сигнала с ЧМ (чирп)

$$f(t) = f_0 + \frac{\Delta F}{T} t$$

Мгновенная фаза сигнала

$$\phi(t) = 2\pi \int f(t) dt$$

Исходный сигнал с ЧМ (чирп-сигнал)

$$s(t) = s_m \cos[\phi(t)] \text{ при } 0 \leq t \leq T$$

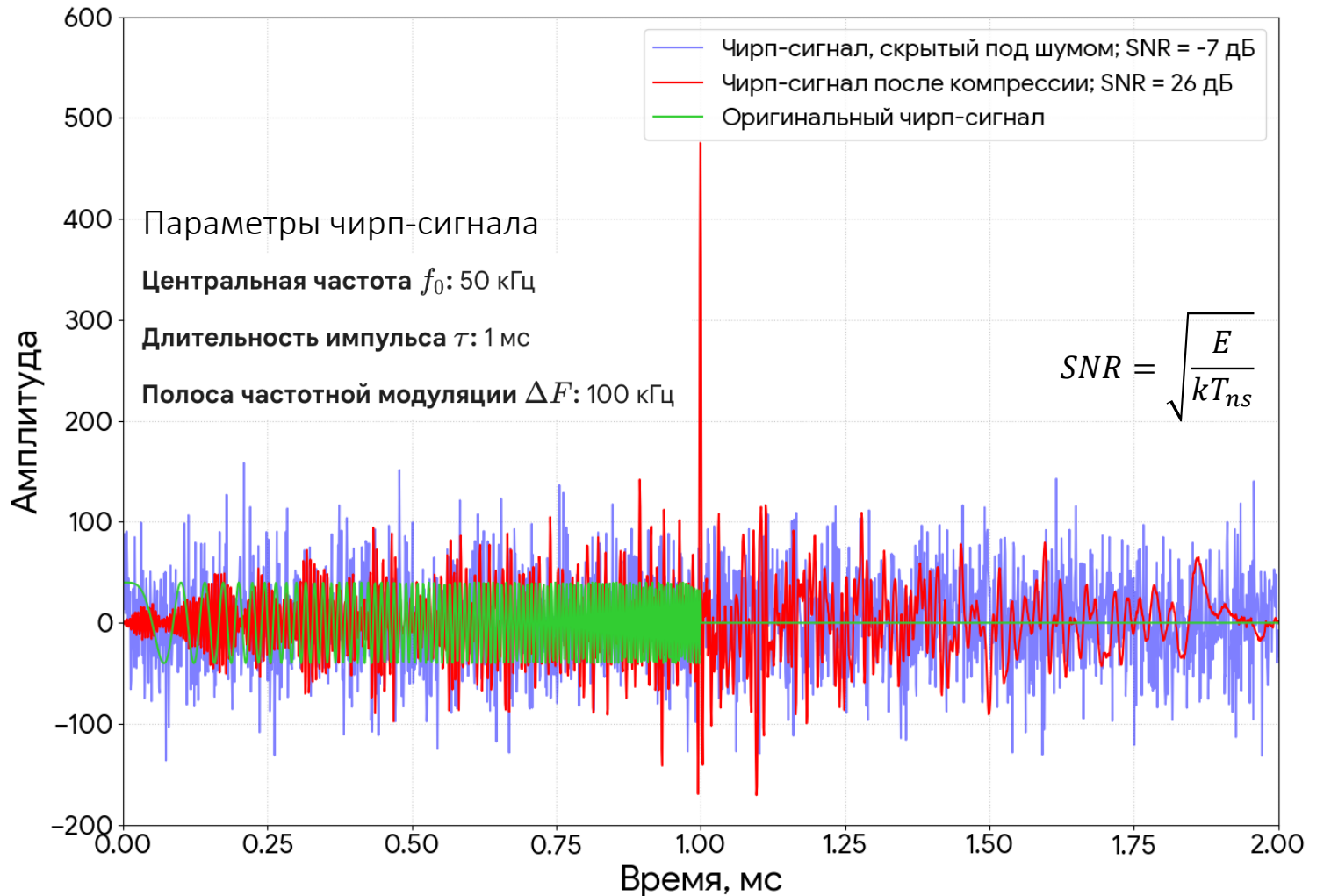
Зашумленный сигнал

$$x(t) = s(t) + w(t), \text{ где } w(t) \text{ – белый шум}$$

Компрессия согласованным фильтром

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) s(\tau - t + T) d\tau$$

Компрессия чирп-сигнала



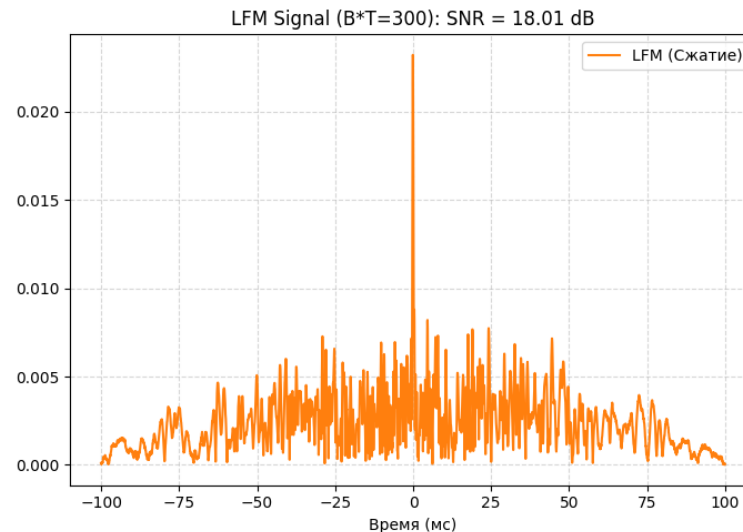
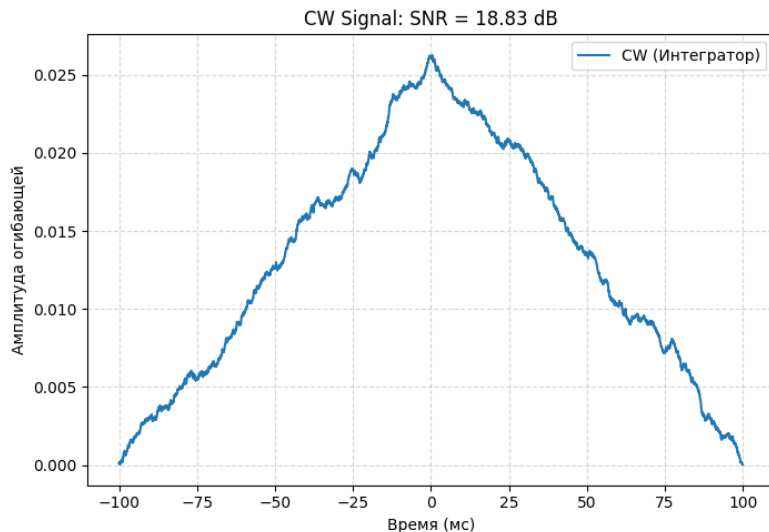
На самом деле, компрессия чирп-сигнала **не даёт** выигрыш сигнал-шум

При приёме монохроматического импульса

$\Delta f \approx T^{-1}$ спектральная ширина монохр. имп.
 $P = E/T \approx E \Delta f$ мгновенная мощность монохр. имп.
 $P_{\text{шум}} \approx kT_{\text{шум}} \Delta f$ мощность шумов
 $SNR = E/kT_{\text{шум}}$ соотношение сигнал-шум

При сжатии импульса с ЛЧМ

$B = T \Delta f \approx T/\tau_{\text{сж}}$ база сигнала (dispersion factor)
 $\tau_{\text{сж}} \approx \Delta f^{-1}$ длительность сжатого импульса
 $P_{\text{сж}} \approx P_0 B = E \Delta f$ пиковая мощность сжатого имп.
 $P_{\text{шум}} \approx kT_{\text{шум}} \Delta f$ мощность шума
 $SNR = E/kT_{\text{шум}}$ соотношение сигнал-шум



```

# --- Параметры ---
fs = 20000 # Частота дискретизации
T = 0.1 # Длительность импульса (100 мс)
B_lfm = 3000 # Полоса ЛЧМ (3 кГц)
f0 = 5000 # Несущая частота
    
```

$$SNR = \frac{E}{N_0} = \frac{E}{kT_{\text{шум}}}$$

Сводная таблица параметров радаров, работающих в диапазоне 1 – 10 ГГц; составлена лингвистическими моделями DeepSeek и Google Gemini

Название	Страна	Назначение	Рабочая частота (ГГц)	Длина волны (см)	Размер антенны (м)	Эффективная апертура (м²)	Пиковая мощность (МВт)	Длительность импульса (мкс)	Ширина полосы (ЛЧМ) (МГц)	Частота повторения (1/с)
3ON6E (S-300)	Россия	Тактическая РЛС подсвета/наведения (ЗРК)	8 - 12	2.5 - 3.75	1.6 (ФАР)	2	0.75 (импульсная)	100*	5*	до 100000 (квазинепр.)
92N6E (S-400)	Россия	Тактическая РЛС ПРО (ЗРК)	8 - 12	2.5 - 3.75	1.6 (ФАР)	2	0.075 (средняя)	100*	1000*	100000 (квазинепр.)
AN/MPQ-65 (Patriot)	США	Тактическая РЛС ПРО (ЗРК)	4 - 6	5 - 7.5	2.44 (диаметр)	4.68	1*	200*	5*	2000*
AN/SPY-6(V)1	США	Корабельная РЛС ПВО/ПРО	3.1 - 3.5	8.6 - 9.7	4.3 (ФАР)	14.5	10* (засекречено)	100*	500	2000*
AN/SPY-7 (LRDR)	США	Стационарная РЛС ПРО (дальнего обнаружения)	2 - 4	7.5 - 15	~18.3 x 18.3	~335	5* (засекречено)	1500*	10* (для S-диапазона)	200*
AN/TPY-2 (THAAD)	США	ПРО	8.5–10.0	3.3	9.2 (м2)	6.5	0.08	100–1000	500	до 1000
Arabel / Sampson	ЕС/УК	ПРО (Морская)	2.0–4.0	10	~2.5x2.5	4	0.025	100	100	2000
ASR-11	США	Аэродромная РЛС обзора (гражданская/военная)	2.7 - 2.9	10.3 - 11.1	4.9	18.8	0.025	1.0 и 80.0	1.0* (для обзора)	~1000
Cobra Dane (AN/FPS-108)	США	СПРН / Космос	1.17–1.37	23	29 (∅)	450	15.4	1000	200	50–100
GBR-P (HDR-H)	США	Наземная РЛС ПРО	9.5	3.15	12.5 (ФАР)	120	0.17	200*	1000	200*
Globus II (Have Stare)	США/Норв	Космос / ПРО	9.5–10.5	3	27 (∅)	350	0.2	1000	1000	до 200
Goldstone (SSR)	США	Планетная/космическая РЛС (мусор)	8.5	3.5	70 (диаметр)	3800	0.45	200*	1000*	200*
Haystack (LRIR)	США	Исследовательская РЛС (космический мусор)	10	3	36.6 (диаметр)	1050	0.5	200*	1000*	200*
Haystack HUSIR	США	Космос / Имидж	10	3	37 (∅)	650	0.25	1000	2000	1000
MWR (Materhorn)	Германия/США	Радиолокатор космического мусора	10	3	34 (диаметр)	907	1*	200*	1000	200*
Resolute (AN/TPS-80)	США	Наземная многоцелевая РЛС (МРН)	3.1 - 3.5	8.6 - 9.7	4.9 x 3.6	17.6	0.025*	100*	10*	1200*
SAMPSON	Великобритания	Корабельная многофункциональная РЛС	2 - 4	7.5 - 15	2.4 (диаметр)	4.5	1*	100*	100*	1500*
SBX-1	США	Морская РЛС ПРО	8 - 12	2.5 - 3.75	~19.6 (ФАР)	384	~1 (потребляемая)	200*	1000	200*
Sea Giraffe 4A	Швеция	Корабельная многоцелевая РЛС	2 - 4	7.5 - 15	4.0 x 2.4	9.6	0.06	50	4*	~5000
THAAD (AN/TPY-2)	США	Мобильная РЛС ПРО	8.55 - 10.0	3.0 - 3.5	9.2 (ФАР)	66.5	~1.5 (расчетная)	100* (типично)	500	~1500
TIRA	ФРГ	Космос (мусор)	1.3 (L) / 16.7 (Ku)	23 / 1.8	34 (∅)	550	1.0 (L)	1000	40	30
Дон-2Н (Pill Box)	Россия	ПРО / СПРН	3.9–4.0	7.5	18x18	~200 (грань)	250 (сум)	100–2000	20	10–100
П-37	СССР/Россия	Аэродромная РЛС обзора/наведения	2.7 - 3.1	9.7 - 11.1	9.7 x 3.0	22.5	0.7 (на канал)	1.2	5*	375 или 750

* догадка GPT модели на основе открытых данных и известных данных о похожих системах (был сделан запрос в явном виде построить такую оценку)

О статистической оценке разброса значений параметров современных радаров

Bootstrapping (или **бутстреп**) — это метод статистического моделирования, который позволяет оценивать точность статистических показателей (таких как среднее, медиана, дисперсия) с помощью многократной выборки из исходных данных.

Суть метода:

Из исходной выборки размера n многократно (тысячи раз) формируются новые выборки того же размера.

Для каждой такой «псевдовыборки» вычисляется интересующий нас показатель.

Полученное распределение этих показателей используется для расчета доверительных интервалов, стандартных ошибок или смещения оценки.

Зачем это нужно:

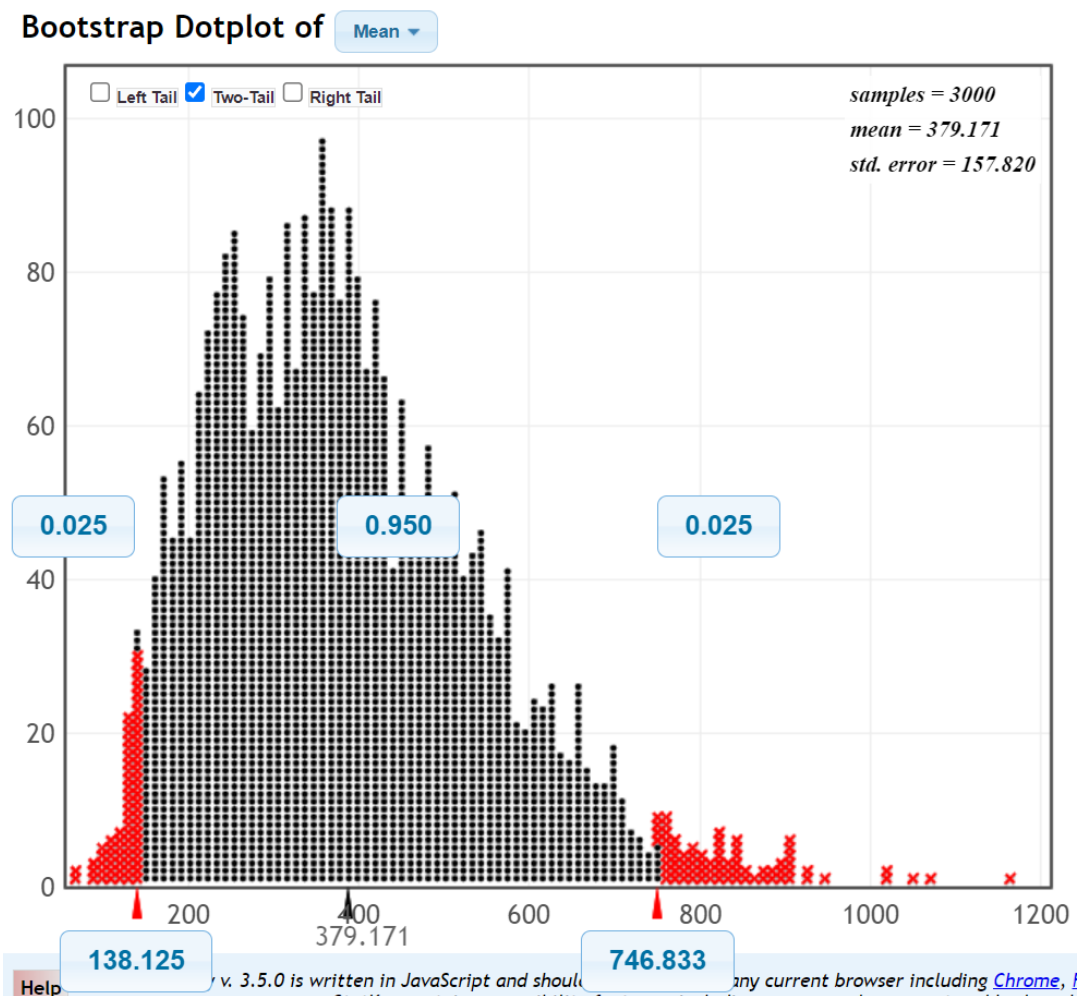
Главное преимущество — метод не требует предположений о нормальности распределения данных или сложных математических формул. Он просто «размножает» те данные, которые уже есть.

Bootstrapping особенно полезен, когда:

- Объем выборки небольшой
- Распределение данных неизвестно или отличается от нормального
- Нужно оценить статистику, для которой нет готовых формул (например, медиана или коэффициент корреляции)

<https://www.lock5stat.com/StatKey/index.html>

Доверительный интервал на среднее от эффективной апертуры, полученный методом бутстрапинга выборки данных

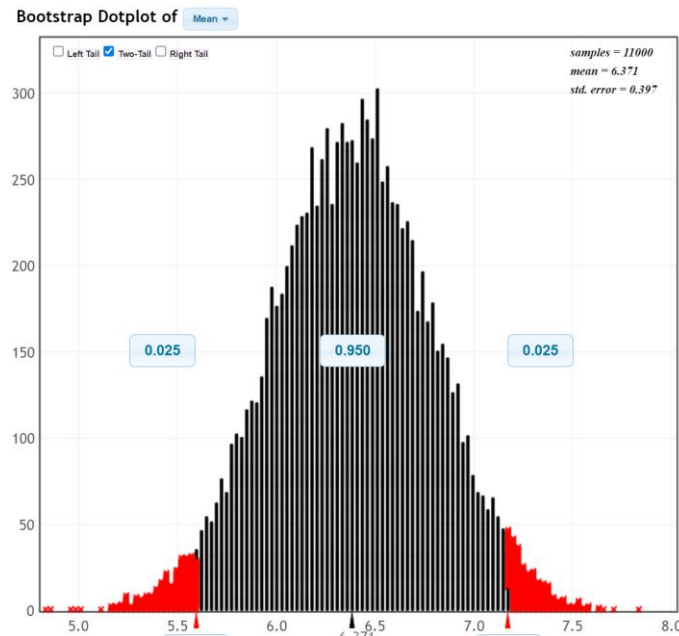
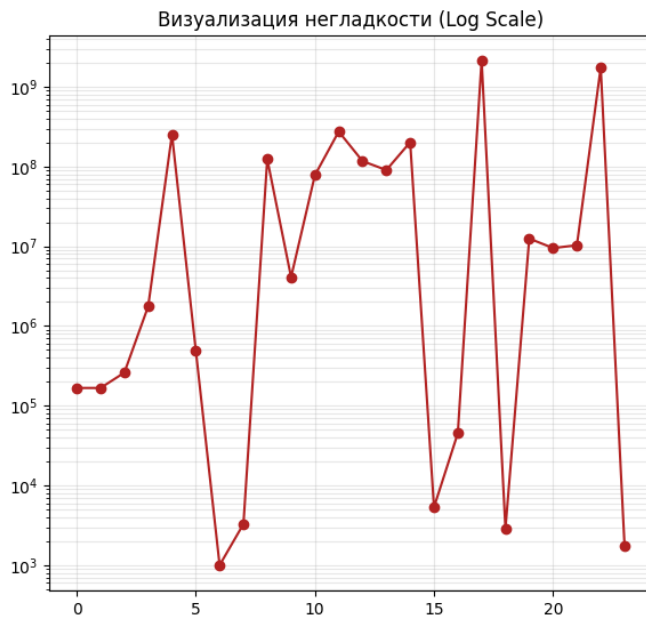


Пример: статистическая оценка параметра^[14] $W_1 = P_1 S_1 / \Delta f_1 \lambda^2$

Данные сильно «негладкие»,
данных мало!

После логарифмирования
данные нормально распределены

После бутстраппинга получаем
среднее геометрическое и
интервальную оценку



После возведения в степень
получаем интервальную оценку,
близкую к медиане от популяции

$$\overline{\ln(x)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) = \ln \left(\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \right)$$

Основные параметры мощных радаров, работающих в диапазоне 1 – 10 ГГц

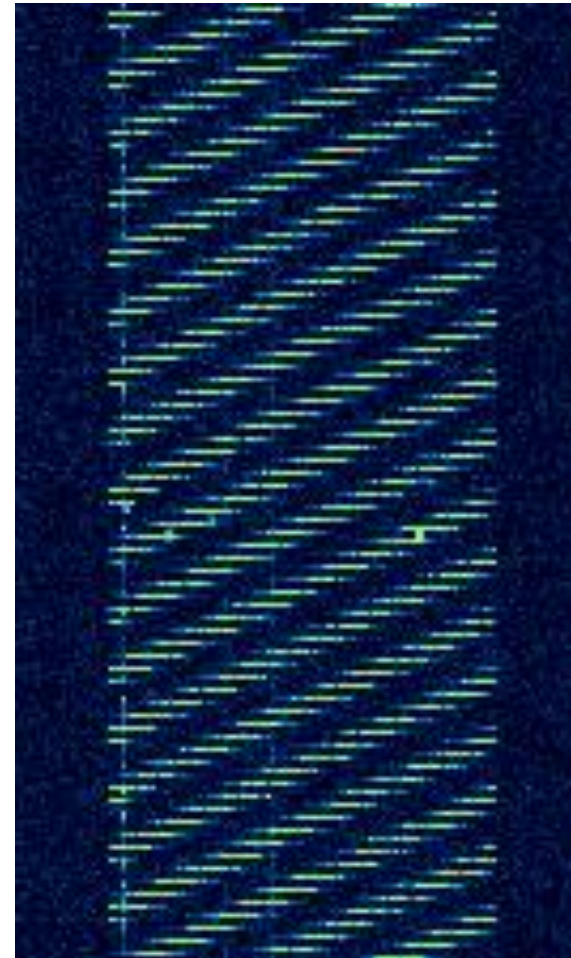
Параметр	Значение (95% дов. инт.)
• Размер антенны/рефлектора D	10 – 20 м
• Угол раствора диаграммы направленности 2θ	0.5 – 1.5°
• Эффективная апертура S	150 – 750 м ²
• Пиковая мощность P	1 – 10 МВт
• Полная энергия импульса E	1 – 10 кДж
• Частота повторения импульсов f_{rep}	10 ² – 10 ³ с ⁻¹
• Длительность импульса T	200 – 600 мкс
• Спектральная ширина ЧМ Δf	300 – 700 МГц
• База сигнала $B = \Delta f T$	6 x 10 ³ – 7 x 10 ⁴
• Сп. пл. мощ. источника $W_1 = P_1 \tau_1 S_1 / \lambda^2$, посчитанная по полной энергии импульса	10 ⁵ – 10 ⁷ Вт/Гц
• Сп. пл. мощ. источника $W_1 = P_1 S_1 / \Delta f_1 \lambda^2$, посчитанная по спектральной ширине ЛЧМ	10 ¹ – 10 ² Вт/Гц
• Сп. пл. мощ. Солнца ^[5] на длине волны 10 см по формуле Рэля-Джинса для $T_b = 50\,000\text{ K}$	2.6 x 10 ³ Вт/Гц

Иллюстрация частоты повторения импульсов радаров, <https://www.sigidwiki.com/>



Relocatable Over-the-Horizon Radar (ROTHR), also known as AN/TPS-71, is an OTH Radar used by the United States Navy that uses bistatic ionospheric backscattering for wide area surveillance.

$f = 5 \text{ MHz} - 28 \text{ MHz}$,
 $\Delta f = 4 \text{ kHz} - 100 \text{ kHz}$



Chinese OTH radar with wide bandwidth and usually low sweep rate.

$f = 6 \text{ MHz} - 29 \text{ MHz}$
 $\Delta f = 160 \text{ kHz}$



Какой размер рефлектора необходим, чтобы обнаружить земные радары с расстояния 1000 св. лет?

Название	Страна	Длина волны (см)	Эффективная апертура (м ²)	Пиковая мощность (МВт)	Длительность импульса (мкс)	LOG ₁₀ (W ₁) (Вт/Гц)	Диаметр рефлектора (км)
SBX-1	США	3	384	25	200	9.33	4
Дон-2Н (Pill Box)	Россия	7.6	200	50	1000	9.24	4
AN/SPY-7 (LRDR)	США	10	335	5	1500	8.4	11
Goldstone (SSR)	США	3.5	3800	0.45	200	8.44	11
MWR (Materhorn)	Германия/США	3	907	1	200	8.3	12
Cobra Dane (AN/FPS-108)	США	23.6	450	15.4	1000	8.09	16
Haystack (LRIR)	США	3	1050	0.5	200	8.07	16
Haystack HUSIR	США	3	650	0.25	500	7.96	19
Globus II (Have Stare)	США/Норвегия	3	350	0.2	1000	7.89	20
TIRA	ФРГ	23.1	550	1	1000	7.01	55
THAAD (AN/TPY-2)	США	3.2	67	1.5	100	6.98	58
GBR-P (HDR-H)	США	3.2	120	0.17	200	6.61	88
AN/SPY-6(V)1	США	9.1	15	10	100	6.24	134
AN/TPY-2 (THAAD)	США	3.2	7	0.08	1000	5.69	252
AN/MPQ-65 (Patriot)	США	6	5	1	200	5.42	348
30N6E (S-300)	Россия	3	2	0.75	100	5.22	434
92N6E (S-400)	Россия	3	2	0.75	100	5.22	434
SAMPSON	Великобритания	10	5	1	100	4.65	836
Resolute (AN/TPS-80)	США	9.1	18	0.03	100	3.73	2430
ASR-11	США	10.7	19	0.03	80	3.52	3098
Sea Giraffe 4A	Швеция	10	10	0.06	50	3.46	3304
П-37	СССР/Россия	10.3	23	0.7	1	3.25	4219
Arabel / Sampson	ЕС/УК	10	4	0.03	100	3	5606

Какого размера рефлектор обнаружит сигналы радаров с расстояния 1000 св. лет?

$$kT_{ns}R^2 \approx 1.236 \times 10^{16} \text{ (Вт/Гц) м}^2$$

Метод наблюдения	Время набл. 1 с $10^2 - 10^3$ имп-сов	Время набл. 10 с $10^3 - 10^4$ имп-сов	Время набл. 100 с $10^4 - 10^5$ имп-сов	Время набл. 1000 с $10^5 - 10^6$ имп-сов
Прямое обнаружение плотности мощности широкополосных импульсов (напр. ЛЧМ)	$S \approx 10^{14} - 10^{15} \text{ м}^2$ $D \sim 10^4 \text{ км}$			
Приём 1-го монохроматического импульса или компрессия ЛЧМ	$S = 10^9 - 10^{11} \text{ м}^2$ $D \approx 35 - 350 \text{ км}$			
Усреднение плотности мощности ЛЧМ по N импульсам	$S \approx 10^{12} - 10^{13} \text{ м}^2$ $D \sim 10^3 \text{ км}$	$S \approx 10^{12} - 10^{13} \text{ м}^2$ $D \sim 10^3 \text{ км}$	$S \approx 10^{11} - 10^{12} \text{ м}^2$ $D \approx 700 - 2200 \text{ км}$	$S \approx 10^{11} - 10^{12} \text{ м}^2$ $D \approx 400 - 1200 \text{ км}$
Усреднение сжатого ЛЧМ или монохроматического импульса по N импульсам	$S \approx 10^8 - 10^9 \text{ м}^2$ $D \approx 10 - 60 \text{ км}$	$S \approx 10^7 - 10^9 \text{ м}^2$ $D \approx 7 - 35 \text{ км}$	$S \approx 10^7 - 10^8 \text{ м}^2$ $D \approx 4 - 19 \text{ км}$	$S \approx 10^6 - 10^8 \text{ м}^2$ $D \approx 2 - 11 \text{ км}^*$

$$SNR \frac{R^2 kT_{ns}}{W_1} = S_2$$

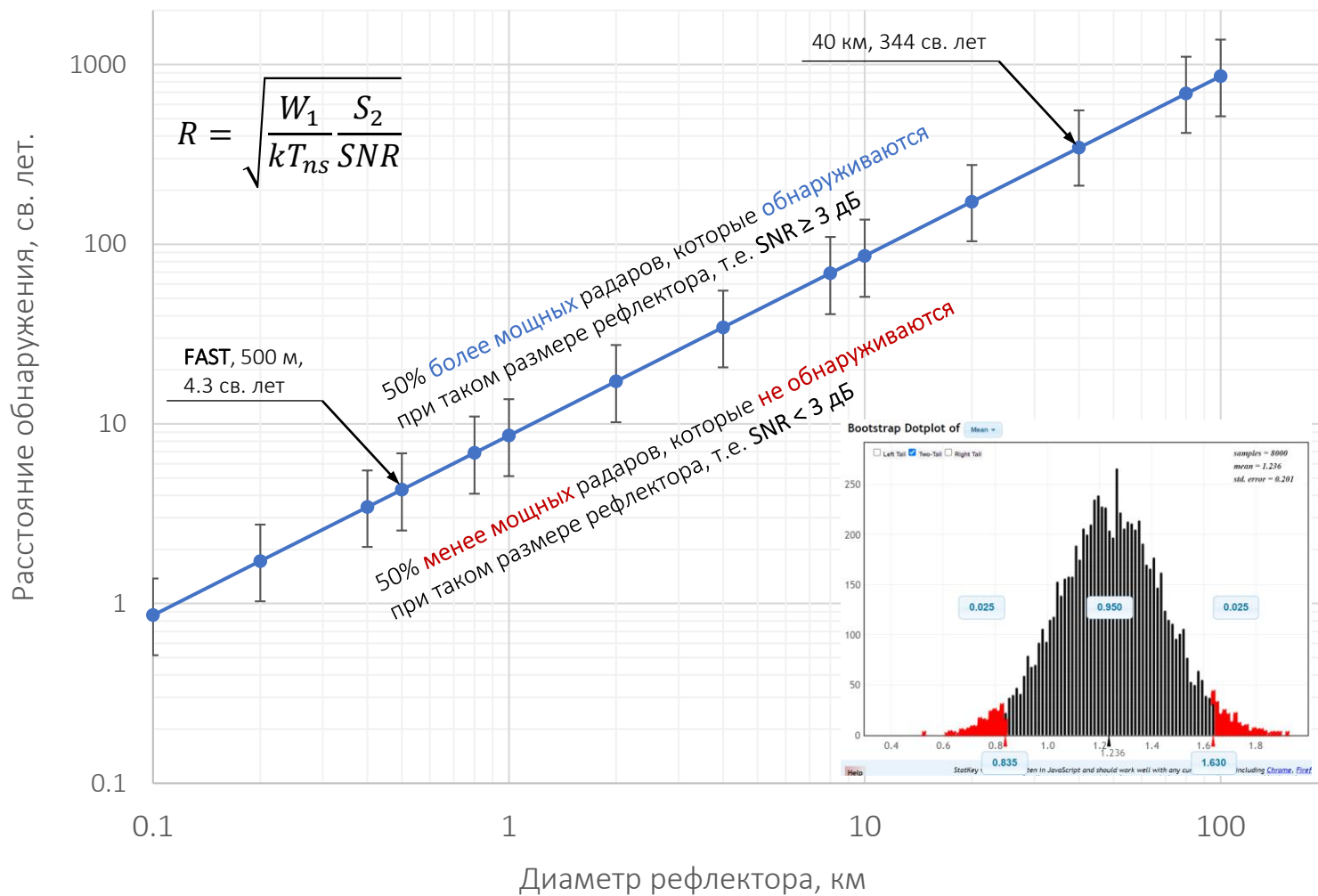
* Даже в случае $S = 10^6 \text{ м}^2$ понадобилось бы порядка 10^9 элементарных диполей, чтобы создать такую эффективную апертуру

Расстояние обнаружения сигналов **земных** радаров антенной **радиотелескопа FAST** с диаметром рефлектора 500 м по уровню отношения сигнал-шум 3 дБ

Название	Страна	Длина волны (см)	Эффективная апертура (м ²)	Пиковая мощность (МВт)	Длительность импульса (мкс)	LOG ₁₀ (W ₁), Вт/Гц	Расстояние обнаружения (св. лет)
SBX-1	США	3	384	25	200	9.33	130.3
Дон-2Н (Pill Box)	Россия	7.6	200	50	1000	9.24	117.5
Goldstone (SSR)	США	3.5	3800	0.45	200	8.44	46.7
AN/SPY-7 (LRDR)	США	10	335	5	1500	8.4	44.7
MWR (Materhorn)	Германия/США	3	907	1	200	8.3	40.1
Cobra Dane (AN/FPS-108)	США	23.6	450	15.4	1000	8.09	31.4
Haystack (LRIR)	США	3	1050	0.5	200	8.07	30.5
Haystack HUSIR	США	3	650	0.25	500	7.96	26.8
Globus II (Have Stare)	США/Норв	3	350	0.2	1000	7.89	24.9
TIRA	ФРГ	23.1	550	1	1000	7.01	9.1
THAAD (AN/TPY-2)	США	3.2	67	1.5	100	6.98	8.7
GBR-P (HDR-H)	США	3.2	120	0.17	200	6.61	5.7
AN/SPY-6(V)1	США	9.1	15	10	100	6.24	3.7
AN/TPY-2 (THAAD)	США	3.2	7	0.08	1000	5.69	2
AN/MPQ-65 (Patriot)	США	6	5	1	200	5.42	1.4
30N6E (S-300)	Россия	3	2	0.75	100	5.22	1.2
92N6E (S-400)	Россия	3	2	0.75	100	5.22	1.2
SAMPSON	Великобритания	10	5	1	100	4.65	0.6
ASR-11	США	10.7	19	0.03	80	3.52	0.2
Resolute (AN/TPS-80)	США	9.1	18	0.03	100	3.73	0.2
Sea Giraffe 4A	Швеция	10	10	0.06	50	3.46	0.2
Arabel / Sampson	ЕС/УК	10	4	0.03	100	3	0.1
П-37	СССР/Россия	10.3	23	0.7	1	3.25	0.1

Зависимость расстояния обнаружения от диаметра рефлектора

Расстояние обнаружения по полной энергии импульса;
рассчитано по медианному значению по уровню SNR = 3 дБ



FAST

КИТ. 五百米口径球面射电望远镜

Тип радиотелескоп

Расположение Китай, провинция Гуйчжоу, Цяньнань-Буи-Мяоский автономный округ, уезд Пинтан

Координаты 25°39'11" с. ш. 106°51'24" в. д. Н Г Я О

Длины волн 0,1 м – 4,3 м

Дата начала работы 3 июля 2016^[1]

Диаметр 500 м

Эффективная площадь 196 000 м²

Как могла бы выглядеть эффективная антенна, состоящая из многих диполей

Эффективная антенна могла бы быть модульно-кластерного типа, где каждый модуль содержал бы порядка 10^6 диполей, а количество модулей было бы $\sim 10^3 - 10^4$



Один такой кластер с коррелятором, наверное, мог бы стоять в пределах \$10 млн.

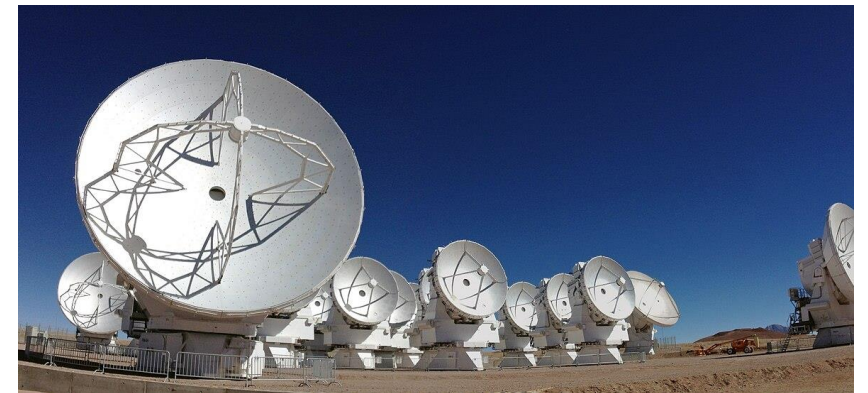


Стоимость такого проекта была бы $\sim \$100 - \1000 млрд.

Изображение массива фазированных антенн, сгенерированное Gemini



«Дуга» (5Н32, Чернобыль-2) — советская загоризонтная радиолокационная станция. Большая антенна ~ 150 м в высоту.



Atacama Large Millimeter Array (ALMA) — комплекс радиотелескопов, расположенный в чилийской пустыне Атакама

Выводы

1. Доступные для наблюдения импульсы радаров скорее всего частотно-модулированы
2. Рефлектор радиотелескопа FAST диаметром 500 м позволил бы зарегистрировать сигналы мощных радаров только с расстояния порядка 4.3 св. лет
3. Для приема сигналов с расстояния 1000 св. лет нужен рефлектор диаметром хотя бы 35 км
4. Самые мощные радары можно было бы обнаружить с диаметром рефлектора < 10 км
5. Поскольку сигналы радаров часто следуют сериями по 100 – 1000 импульсов в секунду, можно попробовать накапливать и усреднять полезный сигнал
6. Можно попробовать построить на Земле модульно-кластерный фазированный массив, состоящий из 10^{10} – 10^{12} элементарных антенн (напр. диполей)

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Friis, Harald T. "A note on a simple transmission formula." *proc. IRE* 34.5 (1946): 254-256.
2. Johnson, R.C., and H. Jasik. *Antenna Engineering Handbook*. McGraw-Hill, 1993.
3. Poprawe, Reinhart, et al. *Tailored Light 1: High Power Lasers for Production*. Germany, Springer Berlin Heidelberg.
4. Ахманов, Сергей Александрович, and Сергей Юрьевич Никитин. "Физическая оптика. Учебник." (2004).
5. Шкловский, Иосиф. *Вселенная, жизнь, разум*. ЛитРес, АНО «Журнал «Экология и жизнь», 2017.
6. "Radio Window." Wikipedia, Wikimedia Foundation, 11 Oct. 2025, en.wikipedia.org/wiki/Radio_window.
7. Трис, Г. Ван. *Теория обнаружения, оценок и модуляции*. Рипол Классик, 1972.
8. Stimson, George W. *Introduction to Airborne Radar*. 3rd ed., SciTech Publishing / IET, 2014.
9. Klauder, John R., et al. "The theory and design of chirp radars." *Bell System Technical Journal* 39.4 (1960): 745-808.
10. Blake, L. A. M. O. N. T. "Preface to North paper." *Proceedings of the IEEE* 51.7 (1963): 1015-1015.
11. North, Dwight O. "An analysis of the factors which determine signal/noise discrimination in pulsed-carrier systems." *Proceedings of the IEEE* 51.7 (2005): 1016-1027.
12. Котельников, В. А. "Теория потенциальной помехоустойчивости." (1956).
13. Balanis, Constantine A. *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley & Sons, 2016.
14. McDonald, John H. "Handbook of biological statistics." (2014).
15. Turin, George L. "An introduction to digital matched filters." *Proceedings of the IEEE* 64.7 (2005): 1092-1112.

Спасибо за внимание

Далее идут черновики

Сводная таблица параметров радаров, работающих в диапазоне 1 – 10 ГГц;
составлена лингвистическими моделями DeepSeek и Google Gemini

	A	B	C	D	E	F	G
1	Название	Страна	Назначение	Рабочая частота (ГГц)	Длина волны (см)	Размер антенны (м)	Эффективная апертура (м ²)
2	30N6E (S-300)	Россия	Тактическая РЛС подсвета	8 - 12	2.5 - 3.75	1.6 (ФАР)	2
3	92N6E (S-400)	Россия	Тактическая РЛС ПРО (ЗРК)	8 - 12	2.5 - 3.75	1.6 (ФАР)	2
4	AN/MPQ-65 (Patriot)	США	Тактическая РЛС ПРО (ЗРК)	4 - 6	5 - 7.5	2.44 (диаметр)	4.68
5	AN/SPY-6(V)1	США	Корабельная РЛС ПВО/ПРО	3.1 - 3.5	8.6 - 9.7	4.3 (ФАР)	14.5
6	AN/SPY-7 (LRDR)	США	Стационарная РЛС ПРО (дальность)	2 - 4	7.5 - 15	~18.3 x 18.3	~335
7	AN/TPY-2 (THAAD)	США	ПРО	8.5–10.0	3.3	9.2 (м2)	6.5
8	Arabel / Sampson	ЕС/УК	ПРО (Морская)	2.0–4.0	10	~2.5x2.5	4
9	ASR-11	США	Аэродромная РЛС обзора	2.7 - 2.9	10.3 - 11.1	4.9	18.8
10	Cobra Dane (AN/FPS-1)	США	СПРН / Космос	1.17–1.37	23	29 (Ø)	450
11	GBR-P (HDR-H)	США	Наземная РЛС ПРО	9.5	3.15	12.5 (ФАР)	120
12	Globus II (Have Stare)	США/Норв	Космос / ПРО	9.5–10.5	3	27 (Ø)	350
13	Goldstone (SSR)	США	Планетная/космическая РЛС	8.5	3.5	70 (диаметр)	3800
14	Haystack (LRIR)	США	Исследовательская РЛС (космос)	10	3	36.6 (диаметр)	1050
15	Haystack HUSIR	США	Космос / Имидж	10	3	37 (Ø)	650
16	MWR (Materhorn)	Германия/США	Радиолокатор космический	10	3	34 (диаметр)	907
17	Resolute (AN/TPS-80)	США	Наземная многоцелевая РЛС	3.1 - 3.5	8.6 - 9.7	4.9 x 3.6	17.6
18	SAMPSON	Великобритания	Корабельная многофункциональная РЛС	2 - 4	7.5 - 15	2.4 (диаметр)	4.5
19	SBX-1	США	Морская РЛС ПРО	8 - 12	2.5 - 3.75	~19.6 (ФАР)	384
20	Sea Giraffe 4A	Швеция	Корабельная многоцелевая РЛС	2 - 4	7.5 - 15	4.0 x 2.4	9.6
21	Sea-Based X-Band (SBX-2)	США	ПРО	8.0–12.0	3	221 (м2)	150
22	THAAD (AN/TPY-2)	США	Мобильная РЛС ПРО	8.55 - 10.0	3.0 - 3.5	9.2 (ФАР)	66.5
23	TIRA	ФРГ	Космос (мусор)	1.3 (L) / 16.7 (Ku)	23 / 1.8	34 (Ø)	550
24	Дон-2Н (Pill Box)	РФ	ПРО / СПРН	3.9–4.0	7.5	18x18	~200 (грань)
25	П-37	СССР/Россия	Аэродромная РЛС обзора	2.7 - 3.1	9.7 - 11.1	9.7 x 3.0	22.5

При сжатии импульса с ЛЧМ

$D = T \cdot \Delta f \simeq T/\tau_{\text{сж}}$	база сигнала (dispersion factor)
$\tau_{\text{сж}} \simeq \Delta f^{-1}$	длительность сжатого импульса
$A_{\text{сж}} \simeq A_0\sqrt{D}$	усиление амплитуды после компрессии
$P_{\text{сж}} \approx P_0D = P_0T \Delta f = E \Delta f$	пиковая мощность
$P_{\text{шум}} \approx kT_{\text{шум}} \Delta f$	мощность шума
$SNR = E/kT_{\text{шум}}$	соотношение сигнал-шум

$$SNR = \sqrt{\frac{E}{N_0}} = \sqrt{\frac{E}{kT_{ns}}}$$

Аналитическое решение для спектра ЛЧМ сигнала^[9]

1. Дан чирп-сигнал с прямоугольной огибающей $s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\Delta\Omega}{\tau} t^2\right)$

2. Найдем его Фурье-спектр $S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\Delta\Omega}{\tau} t^2\right) e^{-i\omega t} dt$

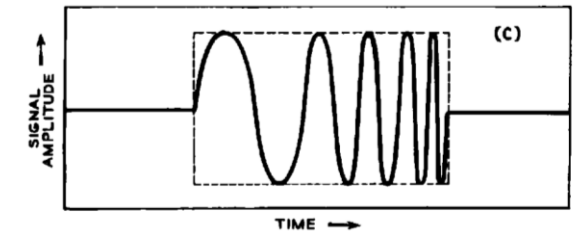
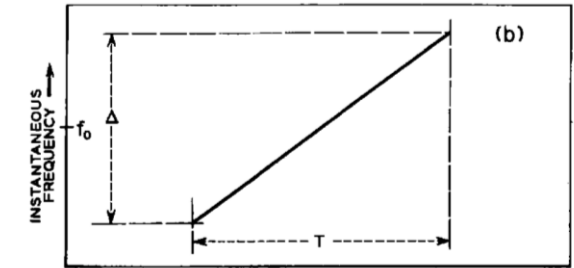
3. Интеграл (2) выражается аналитически через специальные функции

$$S(\omega) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\tau}{\Delta\Omega}} \left\{ e^{-i\frac{(\omega_0-\omega)^2\tau}{4\Delta\Omega}} [\mathbf{F}(z_2^+) - \mathbf{F}(z_1^+)] + e^{i\frac{(\omega_0+\omega)^2\tau}{4\Delta\Omega}} [\mathbf{F}(z_2^-) - \mathbf{F}(z_1^-)] \right\}$$

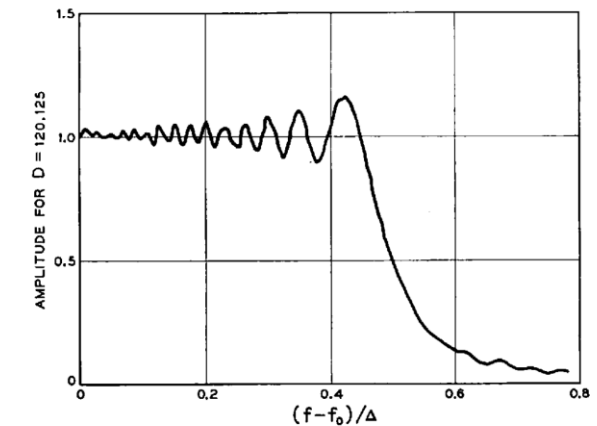
4. А именно, через интегралы Френеля $\mathbf{F}(z) = \mathbf{C}(z) + i\mathbf{S}(z) = \int_0^z e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du$

5. Также, даны выражения для аргументов функций Френеля

$$z_{1,2}^+ = \sqrt{\frac{2\Delta\Omega}{\pi\tau}} \left(\mp \frac{\tau}{2} + \frac{(\omega_0 - \omega)\tau}{2\Delta\Omega} \right) \quad z_{1,2}^- = \sqrt{\frac{2\Delta\Omega}{\pi\tau}} \left(\mp \frac{\tau}{2} - \frac{(\omega_0 + \omega)\tau}{2\Delta\Omega} \right)$$



Чирп-сигнал во временном представлении



Амплитудный спектр чирп-сигнала

Идея согласованного фильтра – использовать свертку для вычисления АКФ


Операция	Временная область	Частотная область	Физический смысл
Свертка	$y(t) = (s * h)(t)$ $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$	$\mathcal{F}\{(s * h)(t)\} = S(\omega) \cdot H(\omega)$ $Y(\omega) = S(\omega)H(\omega)$	Прохождение сигнала $s(t)$ через динамическое звено с импульсной характеристикой $h(t)$
Взаимная корреляция	$R_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot y(\tau - t) d\tau$	$\mathcal{F}\{R_{xy}(t)\} = X(\omega) \cdot Y^*(\omega)$	Мера «похожести» двух сигналов x и y , скалярное произведение в частотном пр-ве
Автокорреляция	$R_{ss}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot s(\tau - t) d\tau$	$\mathcal{F}\{R_{ss}(t)\} = S(\omega) \cdot S^*(\omega) = S(\omega) ^2$	Мера «похожести» сигнала самого на себя при различной задержке
Согласованный фильтр	$h(t) = s(T - t)$ $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) s(\tau - t) d\tau = R_{ss}(t)$	$H(\omega) = S^*(\omega) \cdot e^{-j\omega T}$ $S(\omega) \cdot S^*(\omega) = \ S(\omega)\ ^2$	Выбираем импульсную характеристику фильтра так, чтобы при свертке вычислялась АКФ


Для обнаружения сигналов мощных радаров внеземных цивилизаций с расстояния 1000 св. лет необходим диаметр рефлектора порядка 50 км

1. Радиотелескоп FAST мог бы различить сигналы мощных радаров с $K_1 \approx 10^5$ Дж на уровне соотношения сигнал-шум $\alpha \approx -20$ дБ с расстояния ~ 10 св. лет
2. Для обнаружения таких сигналов по уровню -20 дБ с расстояния ~ 1000 св. лет необходим диаметр зеркала порядка 50 км
3. Для уверенного приема таких сигналов с расстояния 1000 св. лет по уровню сигнал-шум ~ 0 дБ был бы необходим рефлектор размером порядка 500 км

$$\alpha = \frac{K_1}{k T_{ns}} \frac{S_2}{R^2}$$

FAST
кит. 五百米口径球面射电望远镜



Тип	радиотелескоп
Расположение	 Китай, провинция Гуйчжоу, Цяньнань-Буи-Мяоский автономный округ, уезд Пинтан
Координаты	 25°39′11″ с. ш. 106°51′24″ в. д. Н Г Я О
Длины волн	0,1 м – 4,3 м
Дата начала работы	3 июля 2016 ^[1]
Диаметр	500 м
Эффективная площадь	196 000 м²
Фокусное расстояние	140 м
Сайт	fast.bao.ac.cn 

 Медиафайлы на Викискладе



Шкала качества канала связи в Wi-Fi сетях

SNR (дБ)	Качество сигнала	Производительность
40 +	Отличный	Высокоскоростные и стабильные соединения, идеально подходящие для любых сложных задач. Идеально подходит для потоковой передачи данных в формате 4K, онлайн-игр и приложений профессионального уровня.
25 - 40	Очень хороший	Здесь вы можете проводить видеоконференции, транслировать высокоскоростное видео и загружать большие файлы, такие как файлы .iso размером в гигабайт или фильмы. Соединения стабильны с минимальной потерей пакетов.
15 - 25	Достаточный	Это средний показатель, подходящий для просмотра веб-страниц и загрузки файлов. Только не рассчитывайте смотреть видео в формате 1080p на Netflix и Youtube с хорошей скоростью. Подходит для стандартного использования, но не идеален для задач с интенсивным использованием полосы пропускания.
10 - 15	Едва функциональный	Очень медленно, но, по крайней мере, есть сигнал. Если все, что вы делаете, это получаете простые электронные письма, то вы можете этим обойтись. Стриминг, видеозвонки или большие загрузки будут испытывать трудности в этом диапазоне.
Менее 10	Непригодный к использованию	Связь ненадежна, и потеря данных является обычным явлением. Шум настолько высок, что его невозможно отличить от сигнала, что приводит к частым отключениям. Прекратите то, что вы делаете, и устраните проблемы.

<https://www.netspotapp.com/wifi-troubleshooting/signal-to-noise-ratio.html>

Оценим энергетический параметр $K_1 = P_1 S_1 / \Delta f_1 \lambda^2$ для самых мощных радаров

- Мощность излучения

$$10^{-1} \text{ МВт} \lesssim P_1 \lesssim 10^1 \text{ МВт}$$

- Рабочая частота

$$0.1 \text{ ГГц} \leq f_1 \leq 10 \text{ ГГц}$$

- Длина волны излучения

$$0.03 \text{ м} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$$

- Спектральная ширина сигнала (ЛЧМ)

$$10 \text{ МГц} \lesssim \Delta f_1 \lesssim 10^3 \text{ МГц}$$

- Эффективная площадь антенны

$$10^1 \text{ м}^2 \lesssim S_1 \lesssim 10^3 \text{ м}^2$$

- Тогда параметр K_1 лежит в диапазоне

$$10^{-4} \text{ Дж} \lesssim K_1 \lesssim 10^6 \text{ Дж}$$

Справочные данные по мощным радарам с указанием размера и типа антенны и параметров рабочего импульса

Название радара	Страна	Тип антенны	Размер антенн	Площадь антенн	Частота	Мощность	Применение
Дон-2Н	Россия	Пирамидальная ФАР	16×16 м	256 м ²	10 ГГц (X)	250 МВт	ПРО
AN/FPS-108 (Cobra Dane)	США	ФАР	∅29 м	660 м ²	1215-1400 МГц (L)	15.4 МВт	Слежение за БР
ALTAIR	США	Параболическая	∅46 м	1,661 м ²	160/422 МГц (VHF/UHF)	6/5 МВт	Космическое слежение
EISCAT	Норвегия/Швеция	Параболическая+ФАР	∅32 м	804 м ²	224/930 МГц (VHF/UHF)	2 МВт	Ионосфера+космос
Haystack	США	Параболическая	∅36.6 м	1,052 м ²	10 ГГц (X)	1 МВт	Космический мусор
TIRA	Германия	Параболическая	∅34 м	908 м ²	1.33 ГГц (L)	1 МВт	Космический мусор
J/FPS-5	Япония	ФАР	20×20 м	400 м ²	1.3 ГГц (L)	1 МВт	Раннее предупреждение
AN/FPS-132 (Pave Paws)	США	ФАР (2 антенны)	∅22 м (каждая)	380 м ²	420-450 МГц (UHF)	600 кВт	СПРН
LRDR	США	ФАР (AESA)	20 м (ширина)	400 м ²	3 ГГц (S)	250 кВт	ПРО
AN/SPY-1 (AEGIS)	США	ФАР (PESA)	∅3.7 м	11 м ²	3 ГГц (S)	6 МВт	Корабельный ПРО
Arkon-1	Израиль	ФАР (AESA)	∅7 м	38 м ²	3 ГГц (S)	200 кВт	ПРО
AN/TPN-31	США	Параболическая	∅3-5 м	7-20 м ²	9 ГГц (X)	100 кВт	Аэродромный
AN/SPY-6 (AMDR)	США	ФАР (AESA)	4.3 м (секция)	~14 м ²	S/X-диапазоны	100 кВт	Корабельный ПРО
AN/SPY-6 (AMDR)	США	ФАР (AESA)	4.3 м (секция)	~14 м ²	S/X-диапазоны	100 кВт	Корабельный ПРО
PAR-80	Россия	Параболическая	∅6 м	28 м ²	9 ГГц (X)	50 кВт	Посадочный
ASR-11	США	Параболическая	∅4.5 м	16 м ²	2.7-2.9 ГГц (S)	25 кВт	Аэродромный
Дуга-1 (Чернобыль-2)	СССР/Украина	Антенная решётка	500×150 м	75,000 м ²	5-28 МГц (КВ)	10 МВт	Загоризонтный
Контейнер (29Б6)	Россия	Линейная ФАР	250 м	~10,000 м ²	3-30 МГц (КВ)	500 кВт	Загоризонтный
Резонанс-НЭ	Россия	ФАР	~10 м (высота)	~100 м ²	3-30 МГц (КВ)	500 кВт	Загоризонтный
GRAVES	Франция	ФАР (передатчик)	100×20 м	2,000 м ²	143.05 МГц (VHF)	1 МВт	Космический мусор
ALTAIR	США	Параболическая	∅46 м	1,661 м ²	160/422 МГц (VHF/UHF)	6/5 МВт	Космическое слежение
EISCAT	Норвегия/Швеция	Параболическая+ФАР	∅32 м	804 м ²	224/930 МГц (VHF/UHF)	2 МВт	Ионосфера+космос
Воронеж-ДМ	Россия	Цифровая ФАР	30×50 м	1,500 м ²	150-200 МГц (VHF)	1 МВт	СПРН

Возьмем с небольшим запасом параметр $K_1 = P_1 S_1 / \Delta f_1 \lambda^2$ порядка 10^5 Дж

Попробуем оценить две вещи:

- С какого расстояния самый большой радиотелескоп FAST мог бы детектировать сигнал радара с $K_1 \sim 10^5$ Дж
- Какой диаметр рефлектора нужен, чтобы детектировать такие сигналы с расстояния 1000 св. лет